

Zeitschrift: Schweizer Ingenieur und Architekt
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 101 (1983)
Heft: 1/2

Artikel: Rotordynamik: Anwendung auf Turbokompressoren
Autor: Wyssmann, Hans
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-75041>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 14.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Rotordynamik: Anwendung auf Turbokompressoren

Von Hans Wyssmann, Zürich

Seit Beginn des Computerzeitalters ist die Genauigkeit der mathematischen Modellierung von Rotorsystemen stark gestiegen. Auf der andern Seite ergeben sich mit steigender Leistungsdichte neue Probleme, welche mit der Wechselwirkung von Rotor und Arbeitsmedium zusammenhängen. Bei Hochdruckverdichtern kann der Rotor durch die turbulente Strömung in den Labyrinthdichtungen instabil werden. Ein Strömungsmodell erlaubt die Berechnung der auf den Rotor wirkenden Kräfte in den Labyrinthdichtungen. Eigenwertberechnungen des Rotor-Lager-Dichtungssystems führen auf einen kritischen Enddruck, bei dem der Rotor instabil wird. Falls notwendig, kann dieser durch konstruktive Massnahmen erhöht werden. Der Vergleich der theoretischen Resultate mit Messungen im Labor und an wirklichen Verdichtern zeigt die Brauchbarkeit der Stabilitätsberechnungen.

Since the advent of the computer age the accuracy of modelling rotorsystems has risen considerably. With ever increasing power densities in rotating machinery, vibration problems related to rotor-fluid interaction have emerged. For high pressure turbocompressors, as used in hydrocarbon processing, the turbulent flow in the labyrinth seals may destabilise the rotor. A flow model allows us to calculate the forces acting on the rotor within the seals. Stability analysis predicts the critical pressure at which instability sets in. It may be increased by design changes if necessary. Comparisons with measurements in real compressors show the reliability of the calculation method.

Depuis la naissance de l'âge de l'ordinateur électronique la précision de la simulation mathématique a augmenté considérablement. Pour les turbocompresseurs à haute pression utilisés dans le traitement des hydrocarbures, l'action réciproque entre le rotor et le fluide entourant le rotor peut poser des problèmes de vibrations. En particulier l'écoulement turbulent entre les lèchettes des labyrinthes peut déstabiliser le rotor. Les forces agissantes sur le rotor peuvent être déterminées par un modèle de l'écoulement dans ces éléments d'étanchéité. La limite de stabilité est caractérisée par une pression critique. Elle peut être augmentée par des changements de construction. La comparaison avec des mesures dans des compresseurs réels confirme la validité de cette méthode de calcul.

Geschichtlicher Rückblick

Die Lehre der Bewegung von rotierenden Wellen ist erstaunlicherweise relativ jung, eine erstmals rechnerische Erfassung des Grundproblems etwa der *kritischen Drehzahl* stammt von Föppl (1895). Seinen Kommentaren, in der damals üblichen bildhaften Art geschrieben, ist zu entnehmen, dass die zeitgenössischen Ingenieure sich um eine Erklärung der Laufruhe von Rotoren auf weichen Wellen stritten. Die

Lavalsche Dampfturbine hatte schon damals eine Drehzahl von bis zu 30 000 Umdrehungen pro Minute und zeigte ein erstaunlich ruhiges Laufverhalten. Föppl setzte dem Streit ein Ende und wies nach, dass zwar mit zunehmender Drehzahl wegen der unvermeidlichen Unwucht die Rotorauslenkung zunächst zunimmt, jedoch oberhalb einer bestimmten Drehzahl mit wachsender Rotorgeschwindigkeit wieder abnimmt: die *kritische Drehzahl* war gefunden und konnte, falls Masse und Steifigkeit des Rotors bekannt war, be-

rechnet werden. Die Frage nach dem Verhalten des Rotors bei der kritischen Drehzahl blieb allerdings noch ungeklärt, gemäss Föppls Berechnungen sollte die Rotorauslenkung unendlich gross werden. Stodola (1916) beschreibt Messungen an rotierenden Scheiben und führt das beobachtete Endlichbleiben der Amplituden bei der kritischen Drehzahl auf die Dämpfungswirkung des den Rotor umgebenden Mediums zurück. Zur selben Zeit entwickelte sich eine Diskussion zwischen Föppl und Stodola über die Stabilität der rotierenden Welle mit Unwucht. Stodola zeigte, dass die dämpfungsfreie Welle oberhalb der kritischen Drehzahl instabil werden kann, wenn das Trägheitsmoment des Rotors ein bestimmtes Mass unterschreitet. Diese Aussage ist allerdings diskutabel: Stodola betrachtet die Welle abgekuppelt vom Antrieb. Nimmt man jedoch an, die Drehzahl der Welle sei vom Antrieb vorgegeben, also konstant, so verschwindet diese Instabilität. Trotzdem zeigte diese Betrachtung, dass neben der kritischen Drehzahl die *Stabilität* bei rotierenden Wellen ein zentrales Problem ist.

In den darauffolgenden Jahren und Jahrzehnten stand für die technischen Anwendungen die Bestimmung der kritischen Drehzahl im Vordergrund, dabei waren die verwendeten Methoden meist *graphischer Art*. Noch bevor sich das Computerzeitalter am Horizont abzeichnete, entwickelten Myklestad (1944) und Prohl (1945) ein Berechnungsverfahren, das dank seiner *algorithmischen Struktur* wie für den Computer geschaffen war. Dieses Verfahren, das später den Namen *Übertragungsmatrixverfahren* erhielt, behandelt den Rotor, aufgebaut aus einzelnen Scheiben, die durch masselose Wellenstücke verbunden sind (lumped masses). Das Neue daran war, dass es für beliebige Randbedingungen anwend-

* Vgl. Schweizer Ingenieur und Architekt, Heft 51/52: 1117-1121, 1982

Bild 1. Axialverdichter für Hochofengebläse

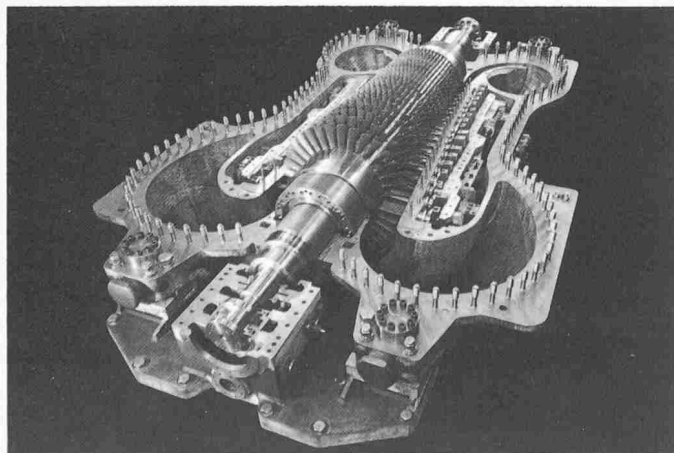
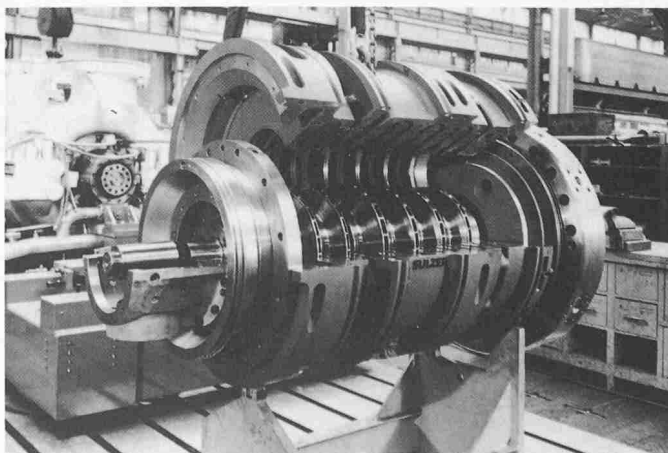


Bild 2. Radialverdichter in Topfbauweise



bar ist und das zugehörige Randwertproblem durch eine Folge von Anfangswertproblemen ersetzt. Noch heute sind viele, wenn nicht die meisten der in technischen Anwendungen eingesetzten Programme für Rotordynamik von diesem Typ. Sie bieten kurze Rechenzeiten und kommen mit kleinem Speicherbedarf aus, zeigen jedoch numerische Schwierigkeiten bei grossen Systemen. Die *Finite-Element-Methoden* (FEM) haben in den letzten Jahren auch Einzug in die Rotordynamik gehalten: Optimale numerische Methoden (Bathe und Wilson, 1976) und stetig fallende Kosten für Computer erlauben es, auch sehr grosse Matrizeneigenwertprobleme mit hoher Genauigkeit und geringen Kosten zu lösen.

Die *mathematische Modellierung* linearer Probleme der Rotordynamik hat damit einen gewissen Abschluss gefunden. Dies lässt sich jedoch für die schwierigen Probleme der *Wechselwirkung des Rotors mit seiner «Umgebung»*, nämlich den Lagern und des den Rotor umgebenden Arbeitsmediums, noch keinesfalls sagen. Im weiteren wird die zunehmende Integration von Berechnungsmethoden in die computerunterstützte Auslegung den Ingenieur vor Probleme stellen, die neben gutem Verständnis der physikalischen Grundlagen eine praxisbezogene Ausbildung in Informatik verlangt.

Noch wenig verbreitet ist die Behandlung von *nichtlinearen Effekten in der technischen Anwendung*. Die meisten Arbeiten auf diesem Gebiete haben akademischen Charakter und dienen oft nur zum Verständnis eines mathematisch zwar möglichen, aber selten auch tatsächlich auftretenden Phänomens. In der Behandlung von aussergewöhnlichen Betriebszuständen, wie beispielsweise das plötzliche Auftreten von grosser Unwucht, gewinnt jedoch die nichtlineare Modellierung an Bedeutung (Adams, 1980).

Die Bedeutung der Rotordynamik bei Turbokompressoren

Turbokompressoren dienen zur Verdichtung von gasförmigen Medien wie Luft, CO₂, Erdgas, Sauerstoff und anderen technisch wichtigen Gasen. Sie werden gemäss der Strömungsführung in axiale (Bild 1) und radiale (Bild 2) Bauarten unterschieden. *Axialkompressoren* sind für grosse Volumenströme bei kleinen Drücken gebaut, *Radialkompressoren* eignen sich für hohe Drücke bei eher kleinen Durchsätzen. Bild 3 zeigt einen Verdichterstrang zur Speicherung von Spitzenenergie durch

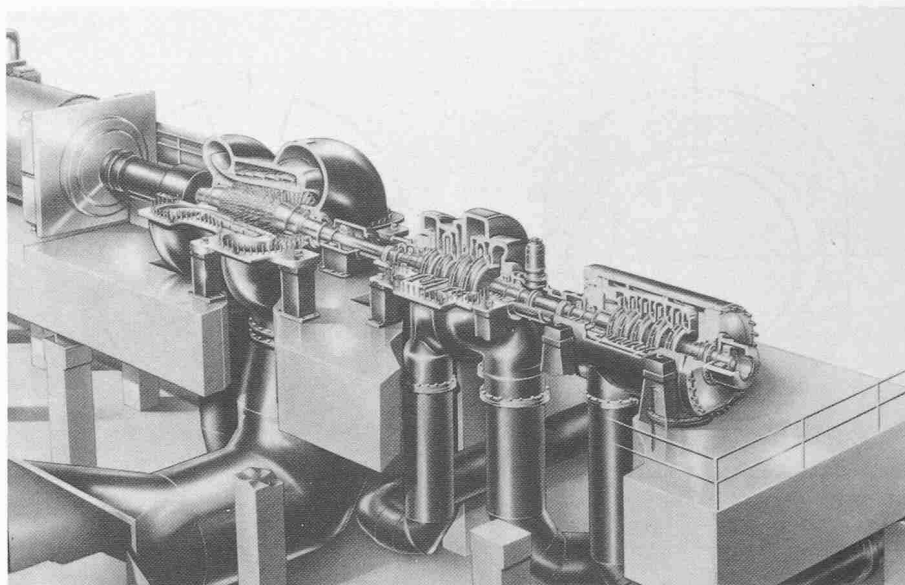


Bild 3. Kompressoranlage für Luftspeicherung

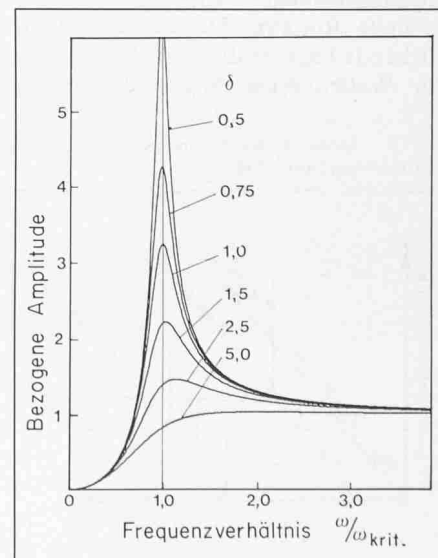
Verdichten von Luft in einem ausgedienten Salzdom. Der Axialverdichter saugt die Luft mit Umgebungsdruck an und gibt sie bei einem Druck von einigen bar an den Mitteldruckverdichter radialer Bauart ab, der Hochdruckverdichter in Topfbauweise verdichtet sie schliesslich auf 74 bar. Die Spitzenleistung im Speicherbetrieb beträgt 165 Megawatt.

Für die rotordynamische Berechnung wesentlich ist zunächst die *geometrische Form des Wellenstranges*, welche die Steifigkeit bestimmt und seine *Massenverteilung* unter Einbezug von Zusatzmassen wie Laufräder bei Radialkompressoren. Nun dreht aber ein solchermaßen definierter Rotorstrang nicht frei im Raum, er steht vielmehr in Beziehung mit seinen Lagern, Dichtungen und dem Arbeitsmedium. Für schwere Rotoren, wie sie bei Axialverdichtern verwendet werden, können auch die Lagerabstützungen von Bedeutung sein. Nun ist es nicht sinnvoll, bei jeder Rotorauslegung alle diese Einflüsse zu berücksichtigen, eine wahre Flut von oft unbekannten Parametern ist nötig, um ein solches System zu beschreiben. Die Modellgüte soll vielmehr in einem vernünftigen Verhältnis zu den Anforderungen stehen. Generell gilt, dass der Aufwand mit dem Verhältnis Drehzahl zu erster kritischer Drehzahl und mit der auf die Rotormasse bezogenen Leistung steigt.

Die erste Frage, die an ein Rotorsystem gestellt wird, ist, wie zu *Föppl's Zeiten*, die nach seinen kritischen Drehzahlen. In der Praxis sind dies die Drehzahlen, wo maximale Schwingungsamplituden unter drehzahlsynchroner Unwuchterregung auftreten, und man wird es nach Möglichkeit zu vermeiden suchen, eine Betriebsdrehzahl in ihrer Nähe zu ha-

ben. Allerdings ist diese Regel differenziert zu handhaben, wie Bild 4, die altbekannte Resonanzkurve eines Einmassenschwingers, zeigt. Erste kritische Drehzahlen haben in der Regel eine (modale) Dämpfung von weniger als 0,5 im logarithmischen Dekrement und eine dementsprechend grosse Resonanzüberhöhung, für zweite kritische Drehzahlen können die Werte für δ bis zu 2 betragen, die Resonanzspitze ist dann kaum von Bedeutung. Die Grafik zeigt auch, dass die kritische Drehzahl mit zunehmender Dämpfung ansteigt. Die Untersuchung der kritischen Drehzahlen muss deshalb im allgemeinen durch eine Berechnung der erzwungenen Schwingungen erfolgen. Da die einzige nennenswerte Dämpfung durch den Ölfilm der Gleitlager gegeben ist, stellt sich sofort die Frage nach deren Modellierung. Zwei typische Vertreter dieser wichtigen Maschinenelemente

Bild 4. Resonanzkurven für Einmassenschwinger bei Unwuchterregung



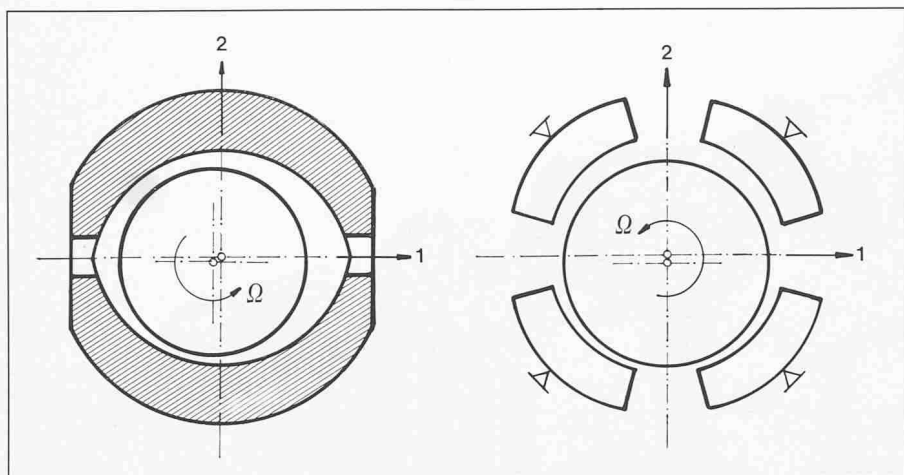


Bild 5. Gleitlagertypen, links Festflächenlager, rechts Kippsegmentlager

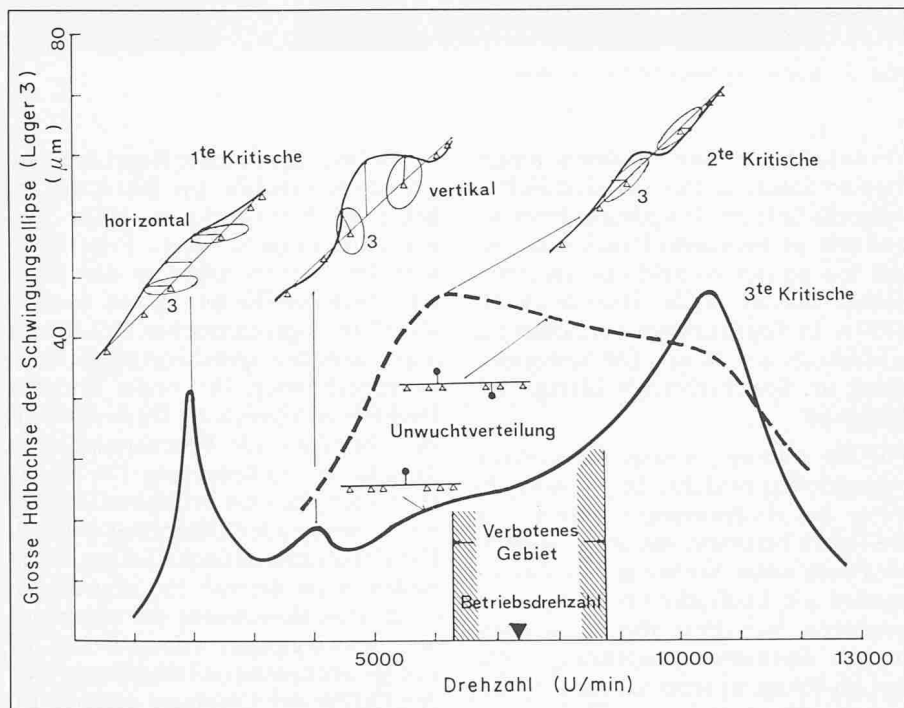


Bild 6. Unwuchtschwingungen einer Sauerstoffverdichteranlage auf Zweiflächenlagern

sind in Bild 5 gegeben, das *Zweiflächen- oder Zitronenspiellager* für schwere, relativ langsamlaufende Rotoren und das *Kippsegmentlager* für leichte und schnelle Rotoren. Die auf die Welle wirkende Lagerkraft kann als Funktion der Wellenverlagerung und -verlage-

rungsgeschwindigkeit durch die Steifigkeitsmatrix C und Dämpfungsmatrix D beschrieben werden:

$$(1) \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}$$

Die Koeffizienten dieser Matrizen werden mittels Berechnung der (lamina- ren) Ölfilmströmung bestimmt, es zeigt sich, dass für *Zweiflächenlager* $c_{22} \gg c_{11}, c_{12} > c_{21}, d_{22} \gg d_{11}$ und $d_{12} = d_{21}$ gilt, sie zeigen also stark *anisotrope Eigenschaften*. *Kippsegmentlager* sind praktisch *isotrop*, für sie gilt $c_{11} \approx c_{22}, c_{12} = c_{21} \approx 0, d_{11} \approx d_{22}, d_{12} = d_{21} \approx 0$.

Anisotrope Lager machen das Leben des Berechnungsingenieurs besonders schwer: durch «Aufspaltung» der kritischen Drehzahlen ergibt sich typischerweise die Situation wie in Bild 6, wo die Resonanzkurven eines Sauerstoffver-

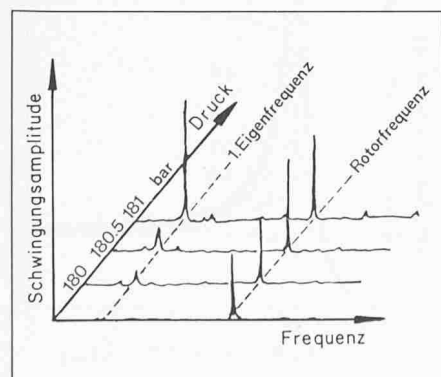
dichterstranges gegeben sind. Die Steifigkeiten des Zweiflächenlagers sind in horizontaler Richtung bedeutend geringer als in vertikaler Richtung, entsprechend ergeben sich «horizontale» und «vertikale» *Resonanzschwingungen*. Dass die Ellipsen der Schwingungsbahnen nicht genau horizontal bzw. vertikal stehen, hängt mit der Beeinflussung durch benachbarte Eigenschwingungen sowie der Asymmetrie der Steifigkeitsmatrix der Lager zusammen. Gemäss der auch im europäischen Raum zunehmend vorgeschriebenen Spezifikationen des *American Petroleum Institute* für Kompressoranlagen (API 617) muss im Falle der Lokalisierung einer kritischen Drehzahl in der Nähe einer Betriebsdrehzahl durch Messung nachgewiesen werden, dass der Rotor unempfindlich gegen Unwucht ist, die Schwingungsamplitude darf unter einer vorgeschriebenen Unwucht einen bestimmten Wert nicht überschreiten. Daher ist eine möglichst realistische Modellierung des Rotors mit seinen Lagern notwendig, um schon im Entwurfsstadium Änderungen an der Rotor- bzw. Lagergeometrie vornehmen zu können, damit kritische Drehzahlen am richtigen Ort liegen.

Neben den Biegeschwingungen des Kompressorstranges sind auch die *Torsionsschwingungen* insbesondere bei Antrieb durch Elektromotoren wichtig. Pulsierende Antriebsmomente können zu Resonanzen mit Torsionseigenschwingungen führen. Die muss ebenfalls durch geeignete Konstruktionsmassnahmen vermieden werden. Die Bestimmung der zugehörigen Eigenfrequenzen ist allerdings bedeutend weniger schwierig als im Falle der Biegeschwingungen, da sie durch die Lager kaum beeinflusst werden.

Stabilität von Hochdruckverdichtern

Seit einiger Zeit schon sind Turbokompressoren in Anwendungsgebiete bei hohen Mediendrucken vorgestossen, die früher den Kolbenkompressoren vorbehalten waren. In der *Ölindustrie* werden Drücke bis zu mehreren hundert bar benötigt, etwa für das *Zurückpressen von momentan nicht benötigtem Erdgas in ein Ölfeld* (gas reinjection) oder für die *Erhöhung des natürlichen Gasdruckes* in einer schon weitgehend ausgebeuteten Öllagerstätte (gas lift). Unerwarteterweise stellten sich dabei Probleme mit Wellenschwingungen ein, die Frequenzen zeigten, die der ersten Eigenfrequenz des Rotors entsprachen und deren Amplituden bei Errei-

Bild 7. Spektrum der Rotorschwingungen beim Auftreten von Instabilität



chen eines bestimmten Druckes sehr rasch anstiegen und in gewissen Fällen ein Betreiben der Kompressoren verunmöglichten (Bild 7). Es ist dies das typische Bild einer *Instabilität*: die Gleichgewichtslage des Rotors verliert durch Selbsterregung ihre Stabilität.

Die Ursache dieser Instabilität blieb zunächst unklar. Gleitlagerbedingte Rotorinstabilität war schon länger bekannt (Newkirk, 1928) und konnte durch spezielle Lagergeometrien eliminiert werden (Bild 5). Leistungsabhängiges Auftreten von Instabilitäten war schon bei Dampfturbinen (Thomas, 1958) und bei Flugzeugturbinen (Alford, 1965) beobachtet worden. Beide Autoren vermuteten einen Zusammenhang mit der wechselseitigen Beeinflussung von Rotorauslenkung und Strömung des Arbeitsmediums in Labyrinthdichtungen und Beschauflungen. Die experimentellen Arbeiten von Benckert (1980) an *Labyrinthdichtungen*, wie sie in Turbomaschinen verwendet werden, bestätigten die destabilisierende Wirkung dieser Dichtelemente. Eine einfache Überlegung soll zeigen, wie sie zustande kommt. Der Ausgangspunkt liefert die ebene Strömung zwischen einer drehenden Welle mit Rotationsgeschwindigkeit Ω und einem feststehenden Zylinder (Bild 8), was beispielsweise dem Fall eines unbelasteten Kreislagers entspricht. Die Welle sei um den Betrag e aus der zentrischen Lage entfernt und Gravitation sei vernachlässigt. Das Strömungsprofil wird einen linearen Verlauf haben, vorausgesetzt, die Strömung sei laminar und der Strömungskanal schmal gegenüber dem Durchmesser der Welle (Couetteströmung). Nun sieht man aber leicht ein, dass wegen der Kontinuitätsbedingung für die Strömung der Wellenpunkt nicht in Ruhe bleiben kann, sondern sich mit der Geschwindigkeit $v_w = \Omega e/2$ um das Zentrum des feststehenden Zylinders bewegen muss, was gerade der mittleren Strömungsgeschwindigkeit entspricht. Falls nun das Wellenzentrum festgehalten wird, muss sich das Geschwindigkeitsprofil wegen der Kontinuitätsbedingung deformieren, dies kann aber nur mit dem gleichzeitigen Aufbau eines unsymmetrischen Druckfeldes geschehen, das eine resultierende Kraft F_Q auf die Welle senkrecht zur Auslenkung bewirkt (Bild 9). F_Q ist somit eine Folge der Viskosität der Strömung, die das Geschwindigkeitsprofil möglichst dreieckförmig halten möchte und ist näherungsweise linear in e .

Die Situation in einer Labyrinthdichtung ist bedeutend komplizierter. Bild 10 zeigt die Anordnung eines sogenannten *Deckscheibenlabyrinths* für ein Ra-

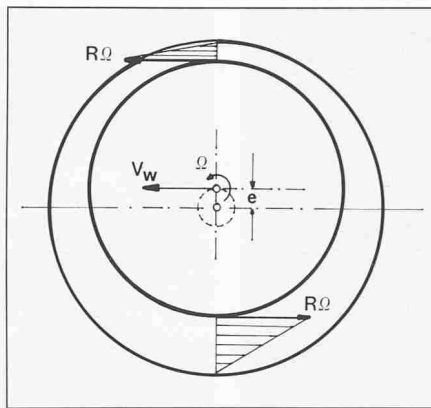


Bild 8. Wellenbewegung bei Couetteströmung

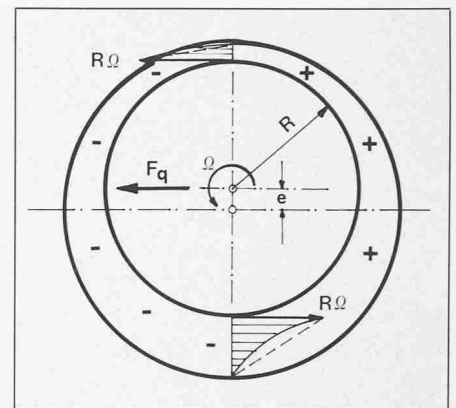


Bild 9. Kraft auf Welle bei festgehaltenem Wellenzentrum

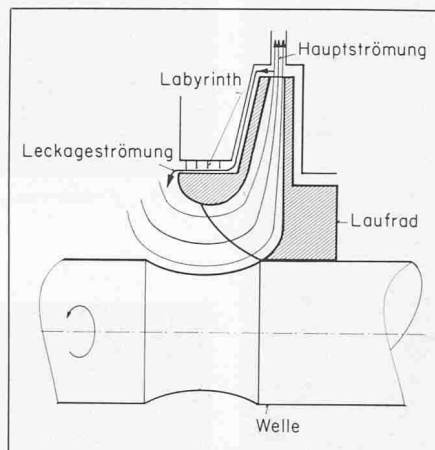


Bild 10. Deckscheibenlabyrinth in einer Radialstufe

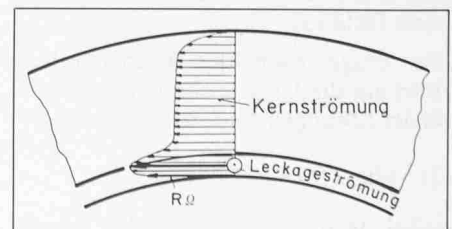


Bild 11. Strömung im Labyrinth

dialkompressorrad. Der Druckunterschied zwischen Radaustritt und Radeintritt bewirkt eine *Leckageströmung*, die durch die Labyrinthdichtung möglichst klein gehalten werden soll. Diese Strömung hat unmittelbar nach dem Radaustritt eine hohe Umfangsgeschwindigkeit, die durch die Rotation des Rades erzeugt wird. Die Leckageströmung wird also mit hohem Drall in das Labyrinth eintreten und sorgt dort für einige Unruhe. Die Situation lässt sich vereinfachend anhand Bild 11 erklären. Die Leckageströmung bewirkt einmal eine Verwirbelung der Kernströmung zwischen den Labyrinthstreifen, zudem beschleunigt sie die Kernströmung in Umfangsrichtung, so dass in einem Axialschnitt das Geschwindigkeitsprofil etwa aussieht wie in Bild 12 dargestellt. Die mittlere Umfangsgeschwindigkeit ist somit deutlich höher als beim vorgängigen laminaren Beispiel, zudem ist die Strömung turbulent, die Schubspannungen konzentrieren sich in den Grenzschichten. In Analogie zum laminaren Fall ergibt sich bei Exzentrizität der Welle wiederum eine Kraft F_Q senkrecht zur Wellenauslenkung, die nun stark vom Drall der Leckageströmung abhängt. Solche «Querkräfte» werden auch *zirkulatorisch* genannt (Ziegler, 1968), sie leisten auf einem geschlossenen Weg Arbeit.

Die eingehendere Behandlung des Problems zeigt, dass neben F_Q eine Rückstellkraft und eine Dämpfungskraft vorhanden ist. Somit kann ein Labyrinth wie ein Lager beschrieben werden (Gleichung (1)), wobei gilt: $c_{11} = c_{22}$ (konservativer Anteil), $c_{12} = -c_{21}$ (zirkulatorischer Anteil), $d_{11} = d_{22}$ (dissipativer Anteil) und $d_{12} = -d_{21}$ (gyroskopischer Anteil). Die Bestimmung dieser Koeffizienten ist allerdings keine einfache Aufgabe. Ausgehend von Strömungsrechnungen für das konzentrische Labyrinth wurde bei Sulzer ein Strömungsmodell für die Druckberechnung im exzentrischen Labyrinth entwickelt und daraus die Labyrinthkoeffizienten bestimmt. Die theoretischen Resultate konnten in Laborversuchen und durch Messungen an einem Hochdruckkompressor (Bild 13) bestätigt werden. Bei diesen Versuchen wurde die Druckverteilung in einer Laby-

Bild 12. Profil der Umfangsgeschwindigkeit im Labyrinth



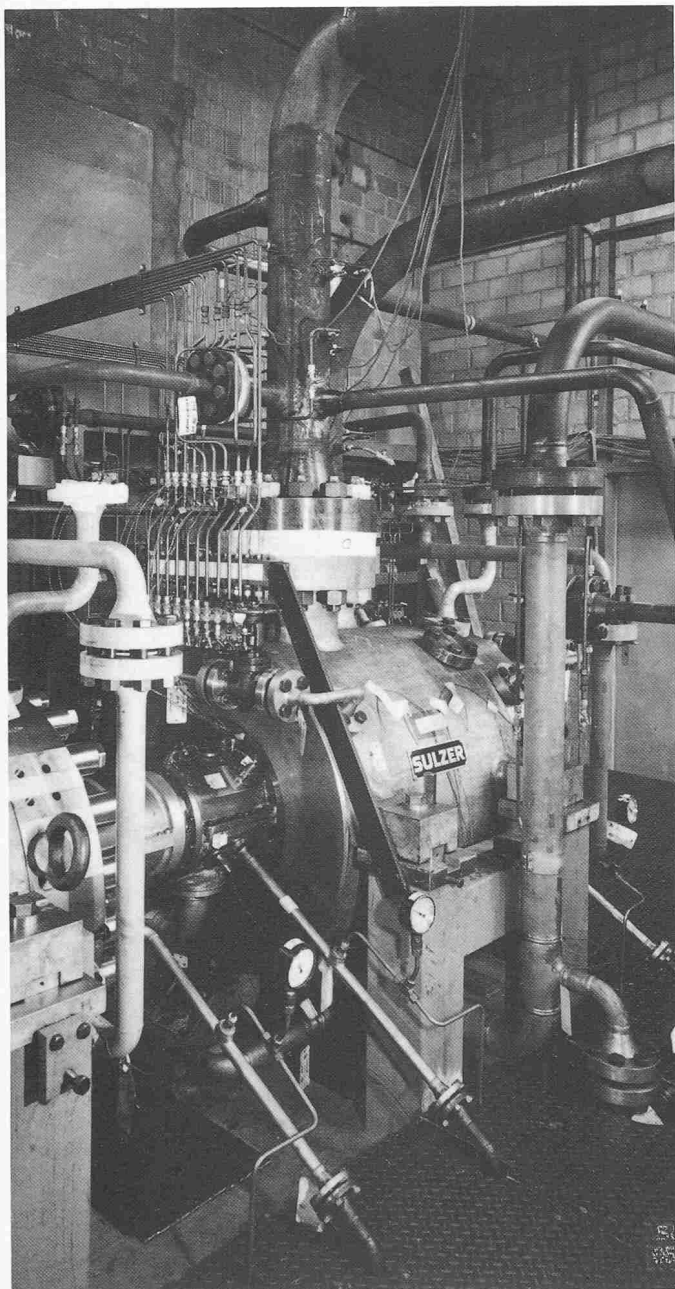


Bild 13. Messungen der Druckverteilung in einem Hochdruckverdichterlabyrinth

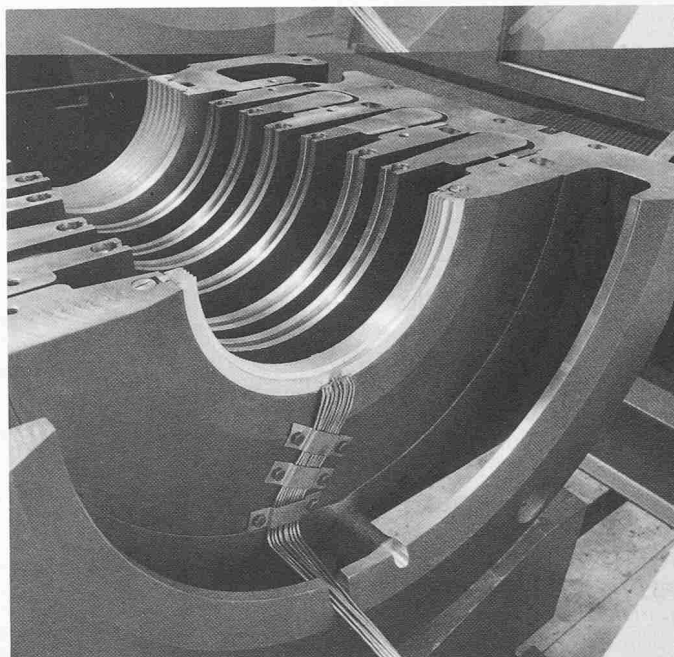


Bild 14. Messlabyrinth im Gehäuseunterteil

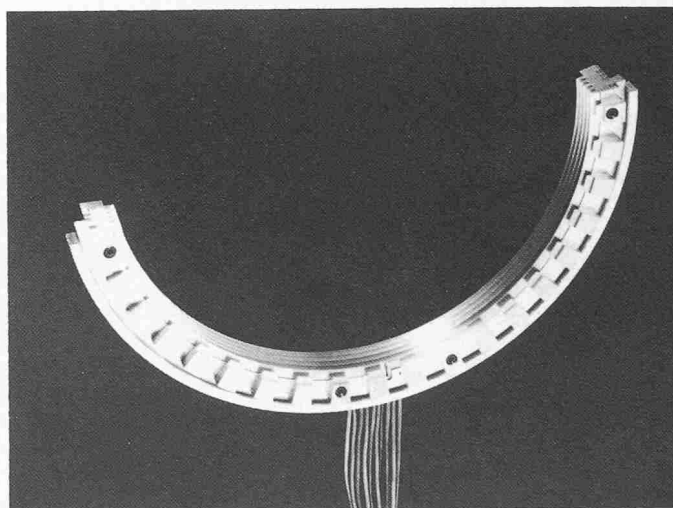


Bild 15. Drallbremse mit Messlabyrinth

rinthdichtung bei Drucken bis zu 140 bar gemessen (Bild 14).

Der für die Stabilität des Rotors massgebende Einfluss des Labyrinths wird durch den zirkulatorischen Anteil $c_{12} = -c_{21}$ gegeben. Er kann durch Reduktion des Dralles der Leakageströmung am Labyrintheneintritt wesentlich verkleinert werden. Dies kann durch eine Vorrichtung geschehen, welche die Leakageströmung in radiale Richtung zwingt und somit als eine Art «Drallbremse» wirkt (Bild 15).

Die Frage nach der Rotorstabilität führt auf die Untersuchung der Stabilität der Lösungen der Gleichung

$$(2) \quad M\ddot{u} + D\dot{u} + Cu = 0,$$

wobei M die Massen-, D die Dämp-

fungs-, C die Steifigkeitsmatrix und u der Koordinatenvektor der Freiheitsgrade des Rotorsystems sind. Im allgemeinen sind die Koeffizienten von D und C periodisch bzw. quasiperiodisch, dies wegen der unvermeidlichen Unwucht oder anderer äusserer Anregungen, die dem Rotormittelpunkt eine Bewegung aufzwingen, entlang welcher die Lagerkoeffizienten variieren infolge der Nichtlinearität der Lagerkräfte. Für praktische Anwendungen und insbesondere wenn die Wellenbahn klein ist gegen das Lagerspiel, dürfen die periodischen Anteile vernachlässigt werden. Somit sind die Matrizen in (2) konstant und führen auf das Eigenwertproblem

$$\det(\lambda^2 M + \lambda D + C) = 0.$$

Die Lösung dieser algebraischen Gleichung ergibt eine Folge von konjugiert komplexen Eigenwerten:

$$\lambda_i = \operatorname{Re}(\lambda_i) \pm i \operatorname{Im}(\lambda_i),$$

wobei $\operatorname{Im}(\lambda_i) = \omega_i$ die (gedämpften) Eigenfrequenzen sind. Zu jedem λ_i gehört ein ebenfalls konjugiert komplexer Eigenvektor. Für die Stabilität sind die Realteile $\operatorname{Re}(\lambda_i)$ massgebend. Falls einer von ihnen positiv ist, liegt Instabilität vor. Es ist die Regel, aber nicht notwendigerweise immer so, dass die zum tiefsten Eigenwert gehörende Schwingung instabil wird, dies ist bedingt durch die bei der ersten Eigenform nur schwach wirksame Ölfilmdämpfung der Lager. Als Mass für die Beurteilung der Rotorstabilität wird häufig nicht der Realteil der Eigenwerte selbst, son-

dem das *logarithmische Dämpfungsdecrement* verwendet:

$$\delta = -2\pi \frac{\operatorname{Re}(\lambda)}{\operatorname{Im}(\lambda)},$$

es ist der natürliche Logarithmus des Verhältnisses zweier aufeinanderfolgenden Amplituden der zu λ gehörenden Eigenschwingung und also ein Mass dafür, wie *schnell* eine Eigenschwingung auf- bzw. abklingt. Aus der obigen Überlegung folgt, dass ein negativer Wert für δ Instabilität anzeigt. Bild 16 zeigt eine Stabilitätsanalyse für zwei verschiedene Kompressoranlagen für Anwendungen in der Ölindustrie. Da die destabilisierende Wirkung der Labyrinthdichtungen mit der Medien-dichte zunimmt, verringert sich die Dämpfung des Rotors mit zunehmendem Enddruck. Wegen der nahezu vollkommenen Isotropie der Kippsegment-lager ist diese Abnahme praktisch linear. Für Kompressor A, der für einen Enddruck von 160 bar ausgelegt war, stellte man in einem internen Testlauf eine Stabilitätsgrenze bei 180 bar fest (Bild 7). Ein Vergleich mit der (später) theoretisch ermittelten Grenze zeigt die Brauchbarkeit der Berechnungsmethode. Kompressoranlage B hat einen Betriebsenddruck von 320 bar, die zweigehäusige Ausführung mit je nur vier Stufen zeigt eine ausserordentlich hohe Systemdämpfung, bei einem Testlauf bis 390 bar wurde denn auch keine Spur von Instabilität festgestellt. Durch den Einbau von Drallbremsen kann die Dämpfung noch stark verbessert werden: sie bleibt jetzt auch mit zunehmendem Druck praktisch konstant.

Dank dieser Berechnungsmethode erhält der Ingenieur nun die Möglichkeit, einerseits instabile Rotoren schon im Entwurfsstadium zu erkennen und dann geeignete Massnahmen zu treffen, andererseits aber auch zu konservative Auslegungen wie Anlage B in Bild 16 zu vermeiden und so den Kompressorwirkungsgrad durch Verringerung der Anzahl Gehäuse beziehungsweise Vergrösserung der Stufenzahl in einem Gehäuse zu erhöhen und gleichzeitig Fabrikationskosten zu senken.

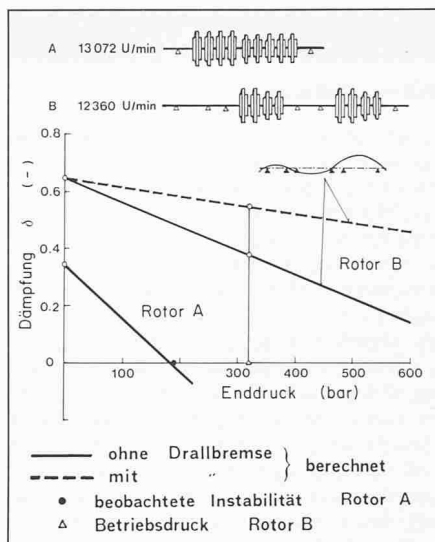


Bild 16. Untersuchung der Rotorstabilität

Künftige Anforderungen an den Ingenieur

Die Tendenzen in der Entwicklung der Rotordynamik haben drei Schwerpunkte:

- *Integration* der rotordynamischen Berechnungsprogramme in computerunterstützte Konstruktions- und Auslegungssysteme (Stichwort CAD bzw. CAE), um Berechnungsabläufe zu rationalisieren.
- *Verfeinerung der Systemdaten* (Lagerdaten, Kopplungen mit Arbeitsmedium), um die Treffsicherheit der rotordynamischen Auslegung noch zu erhöhen.
- *Verfolgung und Vorantreibung neuer Entwicklungen* wie beispielsweise *magnetische Lagerung*, um konkurrenzfähig zu bleiben.

Diese Palette von Aufgaben zeigt, dass eine gründliche Ausbildung in mechanischen Disziplinen die Basis für eine Ingenieur Tätigkeit auf dem Gebiete der Rotordynamik ist. Daneben ist aber der geschickte Umgang mit Computer-Software von grösster Bedeutung geworden. Dabei steht weniger das Programmieren von komplexen Berechnungspro-

Literaturverzeichnis

- Adams, M. L. (1980): «Non-Linear Dynamics of Flexible Multi-Bearing-Rotors». J. of Sound and Vibration, 71, 129-144
- Alford, J. S. (1965): «Protecting Turbomachinery from Self-Excited Rotor Whirl». J. of Engng. for Power, 87, 333-343
- Bathe, K. J., Wilson, E. L. (1976): «Numerical Methods in Finite Element Analysis». Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey
- Benckert, H. (1980): «Strömungsbedingte Federkennwerte in Labyrinthdichtungen». Mitteilungen des Instituts TSM, Universität Stuttgart, Nr. 8
- Föppl, A. (1895): «Das Problem der Laval-schen Turbinenwelle». Civilingenieur, 41, 335-342
- Myklestad, N. O. (1944): «A New Method of Calculating Natural Modes...». J. of the Aeronaut. Soc., 11, 153-162
- Newkirk, B. L., Taylor, H. D. (1925): «Shaft Whipping Due to Oil Action in Journal Bearings». General Electric Review, 28, 559-568
- Prohl, M. A. (1945): «A General Method for Calculating Critical Speeds of Flexible Rotors». J. of Appl. Mech., A 142-A 148
- Stodola, A. (1916): «Neuere Beobachtungen über die kritischen Umlauffzahlen von Wellen». Schweiz. Bauzeitung, 68, 197-210
- Thomas, H. J. (1958): «Instabile Eigenschwingungen von Turbinenläufern, angefacht durch die Spaltströmungen in Stopfbuchsen und Beschauflungen». Bulletin de l'A.I.M., 1039-1063
- Ziegler, H. (1968): «Principles of Structural Stability». Ginn-Blaisdell, Waltham, Mass.

grammen im Vordergrund, solche werden zweckmässigerweise von Spezialisten erarbeitet, sondern deren *Implementierung*, die *Verknüpfung* mit *anderen Programmen* und die *Programmierung* von *Ein- und Ausgabeprozessen*, welche die Zeiten für die Datenaufbereitung und die Darstellung der Resultate verkürzen. Kein Computer kann jedoch dem Ingenieur den oft mühseligen Weg zum Verständnis von physikalischen Zusammenhängen ersparen, dies gilt im besonderen Masse für die Rotordynamik.

Adresse des Verfassers: Dr. H. Wyssmann, Sulzer Escher Wyss AG, Postfach, 8023 Zürich.