Operationen mit positiven und negativen Grössen

Autor(en): [s.n.]

Objekttyp: Article

Zeitschrift: Pädagogische Blätter : Organ des Vereins kathol. Lehrer und Schulmänner der Schweiz

Band (Jahr): 4 (1897)

Heft 5

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-528014

chismus, merkt auch ein Blinder, was es mit einer Schule, mit einer Erziehung ohne Gott auf sich hat. Bei uns in der Schweiz hat die Kirche immerhin noch einen Spielraum ihrer segensreichen Tätigkeit. Zwar sind manche Lehrbücher durchaus ohne Fühlung mit derselben abgefaßt. Doch kann ein christlicher Lehrer dieselben im Unterrichte mit leichter Mühe herstellen, wie auch das frömmste Buch in den Händen eines religionslosen Lehrers keinen Wert hat, ja unter Umständen noch mehr schadet als ein sogenanntes neutrales. Wie also das christliche Elternhaus uns im Werke der Erziehung unterstützt, so tut es in noch erhöhtem Maße die Kirche. Als weitere nicht zu unterschätzende Bundesgenossen nenne ich die christliche Presse, Erziehungsverein, Congregationen, Anstalten für die verwahrloste Jugend: alle haben in den letzten Jahren eine immer regere Tätigkeit entfaltet; ich empfehle ganz speziell den Verein zur Verbreitung katholischer Volksschriften, den Thurhof und, wo die Verhältnisse es gestatten, kann eine Sektion des Erziehungsvereines großen Segen stiften z. B. durch Vorträge über erzieherische Fragen. Zu wünschen ist, daß die Herren Geistlichen mehr, als es bei den meisten zu geschehen scheint, speziell pädagogische Themate auf die Kanzel bringen. Ich habe einen Geistlichen gekannt, der alle Monate während 2 Jahren über Erziehung predigte und immer eine einzelne Frage gründlich behandelte, und das war eine Freude. Er hatte auch Erfolg. Auch das Volk will Abwechslung in der geistigen Nahrung. Nur nicht immer dieselbe Kost in derselben Zubereitung! Es ließe sich über den Personenwagen noch manches sagen; um aber mit meiner Arbeit weiter zu kommen, spreche ich nun vom Dampf. (Schluß folgt.)

Operationen mit positiven und negativen Größen.

Von g.

Nachdem im 1. Hefte des laufenden Jahres etwas über die Einführung in die Begriffe von positiven und negativen Größen gesagt worden, soll im folgenden von den Operationen mit jenen Zahlen die Rede sein. Zuerst ist den Schülern der Begriff „absoluter Wert einer Zahl" zum Verständnis zu bringen.

Ich schreibe daher die Zahlen $+ 3$, $- 3$ an die Tafel.

Frage: Was sind das für Zahlen?

Die Antwort ist aus dem früheren bekannt. Ich schreibe die Zahl drei hin ohne jedes Vorzeichen und sage: Die Zahl drei ohne jedes Vorzeichen, also ohne $+$ oder $-$, ist der absolute Wert von $+ 3$ und von $- 3$. a ist der absolute Wert von $+ a$ und von $- a$.

Zur Übung schreibt man weitere positive und zugleich negative Zahlen an die Tafel und läßt davon die absoluten Werte aussprechen.

Ich schreibe dann die Aufgabe $(+ 3) + (- 3) =$ an die Tafel.

Frage: Welches sind die absoluten Werte dieser Zahlen?

Wie sind ihre beiden Vorzeichen?

Antwort: Sie sind entgegengesetzt.

Frage: Wie viel gibt es in obiger Aufgabe?

Antwort: Die Summe $= 0$.

Erklärung: Daraus haben wir somit gelernt, daß zwei Zahlen, deren absolute Werte gleich sind, die aber entgegengesetzte Vorzeichen haben, entgegengesetzte Zahlen heißen. Die Summe zweier entgegengesetzter Zahlen = 0.

Diese gewonnene Regel wird wieder an andern Beispielen geübt.

Nach diesen Vorübungen gelangen wir zur

Addition.

Wir unterscheiden dabei 4 Fälle:

1.) (+ 5) + (+ 3) = + 8.
2.) (— 5) + (— 3) = — 8.
3.) (+ 5) + (— 3) = + 2.
4.) (— 5) + (+ 2) = — 2.

In Bezug auf die 2 ersten Fälle gebe ich folgende Erklärung:

In der 1. und 2. Aufgabe sind die beiden Summanden 5 und 3 gleichartige Zahlen, da sie in beiden Fällen jeder dasselbe Vorzeichen besitzen. Im 3. und 4. Falle hingegen sind die einzelnen Summanden 5 und 3 nicht gleichartig, sondern entgegengesetzt, da in beiden letztern Aufgaben der eine Summand positiv, der andere negativ ist. Wir müssen im 1. Falle 5 Einheiten um 3 gleichartige Einheiten vermehren. Das ergibt 8 Einheiten und zwar enthält diese Summe 8 die gleichen Einheiten wie jeder der Summanden 5 und 8.

Im 2. Falle sollen wir 5 negative Einheiten um 3 eben solche Einheiten vermehren; das ergibt als Summe 8 gleiche (negative) Einheiten. Aus diesen 2 Fällen leitne nun die Schüler die Regel her:

Gleichartige Zahlen, oder Zahlen, deren Vorzeichen gleich sind, werden addiert indem man ihre absoluten Werte (5 und 3) addiert und der Summe das gemeinsame Vorzeichen gibt.

Im 3. Falle nehmen wir die im 1 Hefte schon angedeutete Linie mit Einteilung in positive und negative Einheiten wieder zur Hand und mit Hilfe derselben führen wir die Aufgabe (+ 5) + (— 3 = aus.

(+ 5) wird in zwei Teile: (+ 3) und (+ 2) zerlegt. Dazu ist (— 3) zu addieren; die Rechnung wird also lauten: (+ 3) + (+ 2) + (— 3) =?

Nun aber sind nach dem vorhergehenden (+ 3) und (— 3) entgegengesetzte Zahlen. Als solche ist ihre Summe bekanntlich = 0; mithin ist das Resultat der Addition =(+ 2).

Wir lassen auf der obgenannten Linie von 0 aus 3 Teile nach rechts abzählen. Zu diesen 3 positiven Einheiten sollen wir 3 andere negative Einheiten, also nach der andern Seite hin, hinzufügen; somit kommen wir wieder zurück auf 0. 3 Fr. Schulden und 3 Fr Guthaben heben sich auf.

Beim 4. Falle zerlegen wir (— 5) in (— 3) und (— 2). Dazu addieren wir (+ 3), so daß die Aufgabe lautet: (—3) + (— 2) + (+ 3) = (— 3) + (+ 3) heben sich gegenseitig auf, das heißt: ihre Summe = 0; das Resultat der Addition = (— 2).

Wir fassen die Resultate der Fälle 3 und 4 in die Augen.

Frage: Welches sind die absoluten Werte der Zahlen im 3. und 4. Falle?
Antwort: 5, 3 und 2.
Frage: Wann erhalten wir aus den beiden Zahlen 5 und 3 die Zahl 2?
Antwort: Wenn wir 3 von 5 subtrahieren.

Erklärung: In den Fällen 3 und 4 haben wir folglich den absoluten Wert der kleinern Zahl (3) vom absoluten Werte der größeren (5) subtrahiert

Frage: Welches Vorzeichen besitzt der Summand 5 im 3. Falle?
Welches im 4. Falle?
Welches Zeichen hat die Differenz (2) im 3. und 4. Falle?

Aus den bezüglichen Antworten ergibt sich hiemit die 2. Regel:

Ungleichartige Zahlen, oder Zahlen deren Vorzeichen ungleich sind, werden addiert, indem man ihre absoluten Werte subtrahiert und der Differenz das Vorzeichen der größeren Zahl gibt.

Diese 2 Regeln werden sofort an weiteren Beispielen mit solchen gewöhnlichen Zahlen geübt und bewiesen und hiemit die Allgemeinheit derselben hergeleitet in:

1.) (+ a) + (+ b) = + (a + b) oder + a + b.
2.) (— a) + (— b) = — (a + b) oder — a — b.
3.) (+ a) + (— b) = + (a — b) oder + a — b.
4.) (— a) + (+ b) = — (a + b) oder — a + b.

Subtraktion.

Auch hier unterscheiden wir die 4 nämlichen Fälle.

1.) (+ 5) — (+ 3) = + 2.
2.) (— 5) — (— 3) = — 2.
3.) (+ 5) — (— 3) = + 8.
4.) (— 5) — (+ 3) = — 8.

Obwohl schon die Subtraktion absoluter Zahlen Schwierigkeiten bietet, sobald der Subtrahend größer wird, oder überhaupt sobald bei der Subtraktion Minuend und Subtrahend nicht gleiche Vorzeichen haben, so gelingt es doch mindestens bei den ersten 2 Fällen leicht, die Schüler zu einem einigermaßen gehörigen Verständnis dieser Aufgaben zu bringen. Auf wissenschaftliche Beweise über die Lehrsätze, welche für die Operationen positiver und negativer Größen gelten, einzutreten, ist auf der ersten Stufe des Unterrichtes nicht zulässig, nicht möglich. Mit Hilfe der schon vorhin im 1. Hefte dieses Jahrganges gezeichneten und eingeteilten Linie kann man den Schülern das Ergebnis von Fall 1 und 2 leicht veranschaulichen.

Man läßt für Fall 1 von 0 an 5 Einheiten (positive) nach rechts abzählen. Von denselben sind 3 Einheiten derselben Art rückwärts abzuzählen oder wegzunehmen. Es bleiben noch 2 Einheiten derselben Art.

Daher ist (+ 5) — (+ 3) = + 2.

Beim Fall 2 verfahren wir gleich auf der linken Seite der Linie. Wir zählen von 0 aus 5 negative Einheiten nach links ab. Von denselben sind 3 gleiche Einheiten auf derselben Seite abzuziehen; es bleiben noch 2 Einheiten derselben Sorte. Somit (— 5) — (— 3) = — 2.

Bei Fall 3 greifen wir zu einem andern Hilfsmittel.

Aufgabe: (+ 5) — (— 2) = ?

Erklärung: Subtrahieren heißt eine Zahl angeben, welche zum Subtrahenden (— 3) addiert, den Minuend (+ 5) gibt.

Wir fragen uns also: Welche Zahl muß man zu (— 3) addieren, bis man (+ 5) erhält?

Antwort: Diese Zahl ist + 8.

Diese Antwort wird erklärt durch Schulden und Vermögen.

Somit (+ 5) — (— 3) = + 8.

Dasselbe wenden wir an bei Fall 4.

Aufgabe: (— 5) — (+ 3) = ?

Frage: Was heißt subtrahieren?

Welche Zahl muß man zum Subtrahend (+ 3) hinzufügen um (— 5) zu erhalten?

Antwort: Man muß (— 8) hinzufügen.

Daher (— 5) — (+ 3) = — 8.

Jetzt betrachten wir die Differenzen in den 4 verschiedenen Fällen, die wir erhalten haben.

Im ersten Falle haben wir als Differenz + 2 bekommen. Schauen wir den Minuend (+ 5) und den Subtrahend (+ 3) an! Letzterer ist ebenfalls positiv, wie (+ 5) und (+ 2). Und doch können wir die Differenz (+ 2) nur erhalten, wenn wir 5 positiven Einheiten um 3 Einheiten vermindern. Sowie wir aber jene 3 Einheiten (den Subtrahenden) abziehen, hört er auf positiv zu sein und wird negativ. Denn wenn ich gestern 5 Fr. Guthaben hatte, heute aber nur mehr 2 Fr. Guthaben, so müssen inzwischen notwendigerweise 3 Fr. Schulden hinzugekommen sein.

Durch diese Erklärungsweise gelangen wir zu folgender allgemein für die Subtraktion positiver und negativer Größen geltenden Regel:

Zwei Zahlen (positiv oder negativ) werden von einander subtrahiert, indem man das Vorzeichen des Subtrahenden ändert und dann addiert.

Zur weitern Erläuterung werden andere Beispiele herangezogen und die gewonnene Einsicht wieder allgemein mit Buchstaben ausgedrückt.

Hieran knüpft man nun ganz gut ein Kapitel über die Klammern; denn aus dem vorhergehenden ist zur Genüge dargetan, welchen Einfluß das vor der Klammer befindliche minus — Zeichen auf die in der Klammer sich befindlichen Glieder ausübt.