

Zeitschrift: Schweizer Schule
Herausgeber: Christlicher Lehrer- und Erzieherverein der Schweiz
Band: 43 (1956)
Heft: 6

Artikel: Einige ältere und neuere Verfahren bei der Konstruktion regelmässiger Vielecke
Autor: Schwegler, Theodor
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-529418>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 07.06.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Einige ältere und neuere Verfahren bei der Konstruktion regelmäßiger Vielecke

P. Dr. Theodor Schwegler OSB., Einsiedeln

Beim Geometrieunterricht in den Primar-, Sekundar-, Gewerbe- und Mittelschulen stellt sich für die Lehrer und die Schüler immer wieder die Aufgabe, irgendein *regelmäßiges Vieleck*, d. h. ein Vieleck mit lauter gleichen Seiten und Winkeln, zu konstruieren. Konstruieren aber besagt mehr als ein bloßes Abzirkeln; es besagt ein Vorgehen nach Sätzen und Grundsätzen der Geometrie. Dabei wird gewöhnlich vorausgesetzt, daß als Hilfsmittel nur *Zirkel und Lineal* gebraucht werden, nicht aber *höhere Kurven* bzw. deren Lineale.

Unter diesen Konstruktionen gibt es solche, die durch die innere Logik der angewandten Sätze *theoretisch zu absolut genauen Ergebnissen* führen, und solche, die nur einen sogenannten *Näherungswert* ergeben. Dieser Näherungswert kann in vielen Fällen dem Techniker und Graphiker, der mit seinen Instrumenten nur einen gewissen Grad von Genauigkeit erreichen kann, vollauf genügen, der Mathematiker dagegen wird diese Konstruktionsverfahren unbeirrbar als bloße *Annäherung* bezeichnen.

Die Zahl der regelmäßigen Vielecke, die nach der ersten Art genau konstruierbar sind, ist verhältnismäßig klein. Es sind dies vor allem das *Dreieck*, das *Viereck* und das *Fünfeck* und ihre *Folgen*, d. h. jene Vielecke, die durch fortschreitendes *Halbieren* der entsprechenden Zentriwinkel bzw. der Bogen des umschriebenen Kreises entstehen. Das Fünfeck erhält man aus dem Zehneck, dessen Zentriwinkel bzw. Bogen verdoppelt werden; im Zehneck selber ist die Seite der größere Abschnitt des stetig, d. h. im goldenen Schnitt geteilten Halbmessers. – Auch das *Fünfzehneck* ist konstruierbar, denn sein Zentriwinkel, der 24° beträgt, ist die Differenz der Zentriwinkel des Sechsecks und des Zehneckes. – Vom *Siebzeck* hat der große Mathematiker Karl Friedrich *Gauß* (1777–1855) in seinen 1801 erschienenen *Disquisitiones arithmeticae* bewiesen, daß es ebenfalls mit Zirkel und Lineal allein genau konstruierbar sei; aber das Verfahren setzt soviel Kenntnis der höhern Mathematik voraus, daß hier von einer Skizzierung des Ver-

fahrens abgesehen werden muß*. Interessenten seien indes auf das Buch »Triumph der Mathematik« von Heinrich Dörrie (Breslau 1940), Abhandlung 37, verwiesen.

Den Übergang zu den nicht mehr mit Zirkel und Lineal allein nach strengen geometrischen Sätzen konstruierbaren Vielecken bildet etwa der Fall, daß durch *Drehung* einer einfachen Figur innerhalb der Schenkel eines bestimmten Winkels ein regelmäßiges Vieleck entsteht. In der »Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht aller Schulgattungen« Bd. 47 (1916) findet sich S. 179 solch »Eine einfache Konstruktion des regulären *Siebenecks*« (siehe Fig. 1). B sei die Mitte

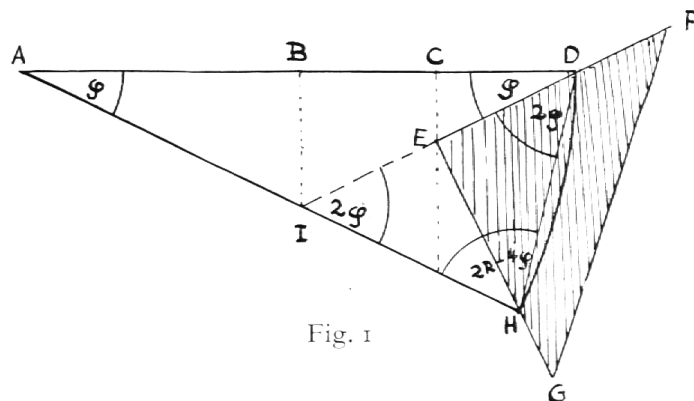


Fig. 1

der beliebigen Strecke AD, C die Mitte von BD. In B und D werden Lote auf AD errichtet. Ein rechter Winkel EFG wird nun so bewegt, daß der Schenkel EF immer durch D geht, während die Spitze E auf dem Mittellote von BD wandert. Um A wird der Kreis mit dem Halbmesser AD beschrieben. Der Schenkel EF treffe das Mittellot von AD in I, während der andere Schenkel, EG, den Kreis in H schneidet. Wird der rechte Winkel nun so gedreht, daß A, I und H in einer Geraden liegen, so ist der Winkel $DAH = \frac{1}{7} \cdot 2R$.

Beweis: Das Dreieck IAD ist gleichschenkelig lt. Konstruktion. Ebenso ist das Dreieck HDI gleichschenkelig, da ebenfalls lt. Konstruktion $IE = ED$ und $HE \perp ID$.

* Siehe auch »Schweizer Schule« 1955, S. 302 (Anmerkung der Redaktion).

ersten Hilfskreis in F schneidet; F wird mit dem Gegenpunkte von A, mit B, verbunden, und die

Fig. 3

Fig. 3

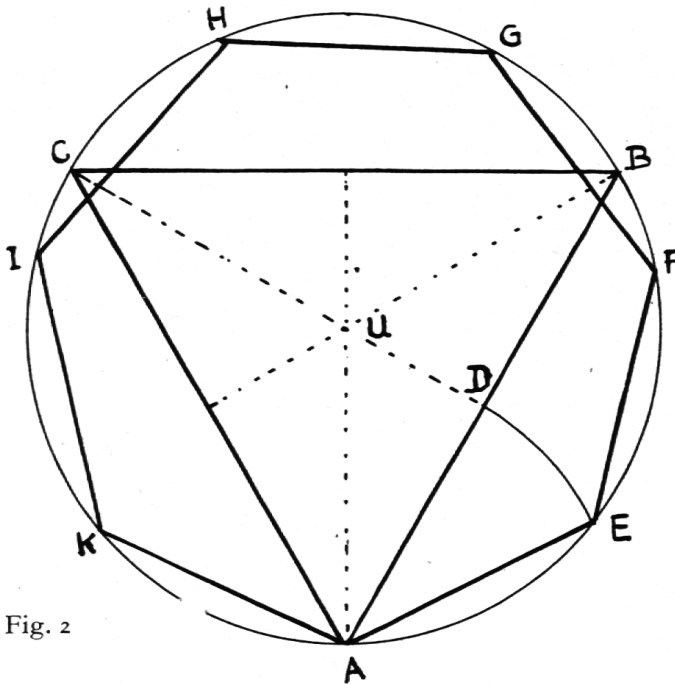


Fig. 2

Gerade BF schneide den ersten Kreis in G. Die Sehne CG ist die *angenäherte Neunecksseite*. Für den, der sich in der *analytischen Geometrie* auskennt, hat C die Koordinaten $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3})$, und für den Punkt G errechnet man unschwer die Koordinaten $(\frac{21 + 2\sqrt{3}}{26}, \frac{14 - 3\sqrt{3}}{26})$. Der Horizontalabstand der beiden Punkte ist demnach $\frac{4 + 3\sqrt{3}}{13}$, und der Vertikalabstand $\frac{8\sqrt{3} - 7}{13}$. Nach dem Lehrsatz des Pythagoras ist dann der Abstand CG $= \frac{1}{13} \cdot \sqrt{260 - 104\sqrt{3}}$ $= \frac{1}{13} \sqrt{79,86672...} = \frac{8,93682...}{13} = 0,687447$. Dieser Kreissehne entspricht der Zentriwinkel $40^{\circ} 12' 27,95''$, während dem Zentriwinkel 40° des regelmäßigen Neunecks die Sehne bzw. die Seite 0,6840403 entspricht. Der Fehler beträgt rund 5 Promille.

Ein neues, ebenfalls einfaches und sehr gutes Näherungsverfahren für die Konstruktion von Vielecken, deren nächstvorangehendes und nächstfolgendes genau konstruierbar sind, fand vor drei Jahren Bildhauer *Gottl. Kreiliger*, Willisau, bei der Ausführung des Auftrages, den untersten, ein reguläres Siebeneck bildenden Brunnen in der Hauptgasse seines Heimatstädtchens neu zu erstellen. Kreiliger ging von dem Gedanken aus, das Siebeneck liege mit seinen Maßen irgendwie zwischen dem regelmäßigen Sechseck und dem Achteck. Das Verfahren, das er anwandte und das auch auf das Neun- und Elfeck anwendbar ist, nannte er nicht unpassend »Diagonalisieren« (siehe Fig. 4), und es lieferte ihm einen so guten Wert, daß es ihm schwerfiel, es als bloße Annäherung zu betrachten.

[illegible]

leicht die Koordinaten der Punkte D und E und des Diagonalspunktes S:

$$\mathbf{E} \left(\frac{\cos \frac{\varphi_1}{2} \cdot \cos \varphi_3}{\cos \frac{2\varphi_3 - \varphi_1}{2}}, \frac{\cos \frac{\varphi_1}{2} \cdot \sin \varphi_3}{\cos \frac{2\varphi_1 - \varphi_3}{2}} \right); \mathbf{X}_s = \frac{\cos \frac{\varphi_1 + \varphi_3}{2}}{\cos \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{2}}$$

$$BF : CF = \triangle BDE : \triangle CDE \sin \varphi_1 : \sin \varphi_3.$$
$$F\left(\frac{\cos \frac{\varphi_1 + \varphi_3}{2}}{\cos \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{2}}, \frac{\sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_3}{\sin \frac{\varphi_1 + \varphi_3}{2} \cdot \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{2}}\right)$$
$$= \frac{2 \sin \frac{\varphi_1}{2} \cdot \sin \frac{\varphi_3}{2}}{\sin \frac{\varphi_1 + \varphi_3}{2} \cdot \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{2}} + \sqrt{\frac{2 \sin^2 \frac{\varphi_1 + \varphi_3}{2} + 4 \cos^2 \frac{\varphi_1}{2} \cdot \cos^2 \frac{\varphi_3}{2}}{2}}$$

Wie nahe aber einander die nach diesen Formeln errechneten Werte kommen, zeigt die folgende kleine Tabelle:

Die Überschüsse von s_n über s'_n sind also $1/_{721}$ bzw. $1/_{1980}$ bzw. $1/_{4410}$; somit liegen die Fehler unterhalb der mit Zirkel und Lineal, bzw. Maßstab, noch feststellbaren Grenzen.

FRIEDRICH DESSAUER,
Seele im Bannkreis der Technik