

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band: 14 (1923)
Heft: 1

Artikel: Das Problem der parallel arbeitenden Transformatoren auf experimenteller Grundlage
Autor: Wirz, Emil
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1060357>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Hierbei tritt dann die Frage auf, welche Bedingungen erfüllt sein müssen, um ein einwandfreies Zusammenarbeiten dieser parallel geschalteten Transformatoren sicherzustellen.

Es wird jedem Fachmanne schon aus rein logischen Gründen klar sein, dass hier gewisse Grundbedingungen erfüllt sein müssen und wir nicht einfach wahllos beliebige Transformatoren parallel schalten können. Einmal zwingt uns schon das Grundgesetz der Arbeitsteilung, auf die Lastaufteilung Rücksicht zu nehmen, weil die Gefahr der Ueberlastung eines parallel arbeitenden Transformators den Betrieb gefährden könnte und in zweiter Linie sind es die Ausgleichströme zwischen den Transformatoren, die gewisse Gefahren mit sich bringen und schon allein als unerwünschte Energieverschwender nach Möglichkeit beseitigt werden müssen.

Aus solchen Erwägungen heraus sind deshalb bereits einige Werke dazu gekommen, für parallel arbeitende Transformatoren Richtlinien aufzustellen, welchen diese genügen müssen, damit ein einwandfreies Zusammenarbeiten gewährleistet wird. Leider aber scheinen diesen Richtlinien noch gewisse Mängel anzuhängen, die in der Hauptsache durch einige noch nicht völlig abgeklärte Verhältnisse begründet sind.

In der Fachliteratur ist über diesen Gegenstand merkwürdigerweise sehr wenig zu finden und es fehlt dem wenig vorhandenen namentlich an der Schärfe der physikalischen Grundlagen, wie sich diese aus den Methoden der experimentellen Nachprüfung ergeben, so dass mit diesen Arbeiten praktisch wenig anzufangen ist.

Einzig in dem vorzüglichen Buche von Vidmar¹⁾ sind diese Fragen eingehender behandelt, man vermisst aber auch dort die Grundlagen der experimentellen Nachprüfung, ohne welche eine praktische Beurteilung der Verhältnisse überhaupt nicht möglich ist. Im folgenden soll deshalb versucht werden, auf vektorgeometrischer Grundlage nach der symbolischen Methode und unter Berücksichtigung der

experimentellen Nachprüfung die tatsächlichen Verhältnisse abzuklären und Arbeitsgleichungen für das Parallelarbeiten von Transformatoren aufzustellen.

Wir beschränken unsere Betrachtungen zunächst auf ein Einphasensystem. Die Ergebnisse sind sinngemäss auch auf jede Phase eines symmetrischen Mehrphasensystems anwendbar, sofern wir gleiche Phasenbelastung voraussetzen. Bei ungleicher Phasenbelastung ist in bezug auf die Spannungsverteilung und auf die Nulleiterwirkung eine Korrektur anzubringen, deren Bedeutung wir am Schlusse noch näher besprechen werden. Im allgemeinen ist zu sagen, dass bei Mehrphasensystemen die Verhältnisse viel verwickelter liegen als bei Einphasensystemen, so dass es angezeigt erscheinen würde, beide getrennt zu behandeln. Da wir es jedoch bei solchen Parallelschaltungen mit verhältnismässig gut balancierten Mehrphasensystemen zu tun haben, so würde eine solche ausgedehnte Behandlung die Verhältnisse nur unübersichtlich gestalten und praktisch an Wert verlieren.

Wir betrachten nun ein System zweier parallel arbeitender Transformatoren T_a und T_b nach Fig. 1, die primärseitig gemeinsam an dasselbe Netz angeschlossen sind und sekundärseitig auf ein gemeinsames Sammelschienenpaar arbeiten.

Wir untersuchen zuerst die allgemeinen Grundlagen für einen Transformator, wie sich diese aus dem Leerlauf- und Kurzschlusszustand ergeben. Um dann diese Beziehungen auch auf die Parallelschaltung anwenden zu können, brauchen wir nur die einzelnen Symbole mit den entsprechenden Indizes zu versehen, um die parallel arbeitenden Transformatoren voneinander unterscheiden zu können.

Bekanntlich kann ein Transformator durch vier charakteristische Messungen bei allen seinen Betriebszuständen eindeutig beurteilt werden, nämlich durch eine

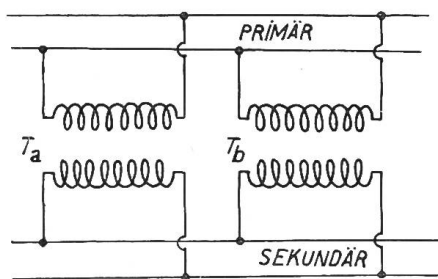


Fig. 1

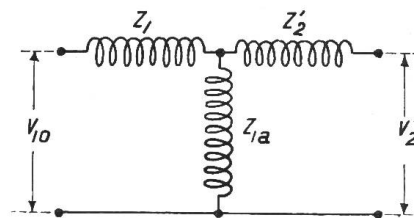


Fig. 2

¹⁾ Vidmar, die Transformatoren, Seite 628 und ff.

Leerlaufmessung primär- und sekundärseitig und durch eine *Kurzschlussmessung* ebenfalls primär- und sekundärseitig. Grundsätzlich sind jedoch stets nur drei Messungen unbedingt notwendig, die vierte dient in der Regel nur als wertvolle Kontrollmessung, um das gewonnene Resultat auf einfache Weise nachprüfen zu können.

Zur Herleitung der wichtigsten Fundamentalbeziehungen ersetzen wir das normale Transformatorenschema durch eine entsprechende Ersatzschaltung, Fig. 2, und untersuchen der Reihe nach den Leerlauf- und den Kurzschlusszustand.

A. Leerlaufzustand.

In unserer Ersatzschaltung der Fig. 2 bedeute Z_1 die Impedanz der Primärwicklung, Z_2 die Impedanz der Sekundärwicklung und schliesslich Z_{1a} die Impedanz des Erregerstromkreises, bedingt durch die Magnetisierung des Eisenkörpers. Dieser Erregerkreis arbeitet stets parallel zum Sekundärkreis.

Wird der Transformator primärseitig an eine Spannung V_{10} gelegt, so können wir durch eine Leistungsmessung die von demselben aufgenommene Leistung messen und mittels des gemessenen Leerlaufstromes I_{10} die primäre Leerlauf-Phasenverschiebung bestimmen.

Diese ist bestimmt durch

$$\cos \varphi_{10} = \frac{P_{10}}{V_{10} I_{10}} \quad (1)$$

wenn P_{10} die gemessene Leerlaufleistung darstellt. Messen wir gleichzeitig noch die sekundäre Leerlaufspannung V_2 , so lässt sich das Ergebnis dieser Messung in einem Diagramm darstellen, Fig. 3.

Bei der Aufzeichnung desselben müssen wir auch darauf Rücksicht nehmen, dass die Primär- und Sekundärspannungen ihrer Grössenordnung nach verschieden sind oder sein können und wir deshalb gezwungen sind, die sekundären Grössen im Ver-

hältnis der Windungszahlen auf das Primärsystem zu reduzieren. Andererseits tritt das Umgekehrte ein, wenn wir von der Sekundärseite aus die Messung vornehmen und die erhaltenen Werte geometrisch darstellen wollen. Alle diese reduzierten Grössen werden wir im folgenden durch einen Index (') kenntlich machen. Im Diagramm, Fig. 3, sind dann die sekundäre EMK E'_2 , die sekundäre Klemmenspannung V'_2 und die primäre EMK E_1 ihrer Grösse nach gleich.

Aus der Leerlaufmessung ergibt sich ferner noch die Leerlaufimpedanz Z_{10} zu

$$Z_{10} = \frac{V_{10}}{I_{10}} \quad (2)$$

die für die Auswertung unserer Prüfergebnisse eine wichtige Rolle spielt.

Addieren wir im Diagramm zur primären EMK E_1 den Spannungsabfall in der Primärwicklung $I_{10} \cdot Z_1$, so erhalten wir schliesslich die primäre Klemmenspannung V_{10} .

Diese Spannungen V_{10} und V'_2 sind gegeneinander um den Winkel ψ_0 verschoben. In der Regel eilt die reduzierte Sekundärspannung der Primärspannung vor. Unter bestimmten Verhältnissen ist jedoch auch eine Nacheilung möglich, namentlich wenn der Widerstand der Primärwicklung klein ist gegenüber ihrer Reaktanz.

Bilden wir das Verhältnis der Spannungen V_{10} und V'_2 , das wir mit C_0 bezeichnen, und als absolutes Uebersetzungsverhältnis definiert sein möge, so ist

$$C_0 = \frac{V_{1a}}{V'_2} \quad (3)$$

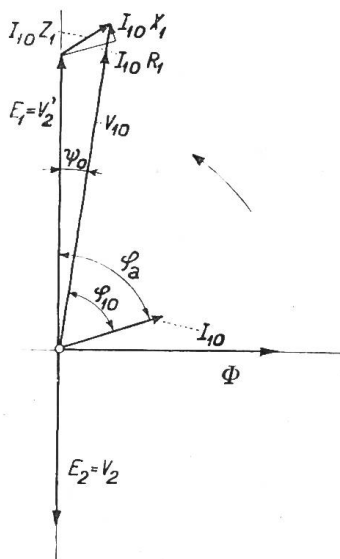


Fig. 3

In komplexer Darstellung hat diese Verhältniszahl nicht mehr den Sinn einer reinen Zahl oder wie man sich vektorgeometrisch ausdrückt eines skalaren Wertes, sondern ihr kommt entsprechend der Phasenverschiebung zwischen beiden Spannungen der Sinn eines Vektors zu, da wir auch die Primärspannung in eine Komponente in Richtung der reduzierten Sekundärspannung und in eine solche senkrecht dazu zerlegen können, wie dies im Diagramm der Fig. 4 dargestellt ist.

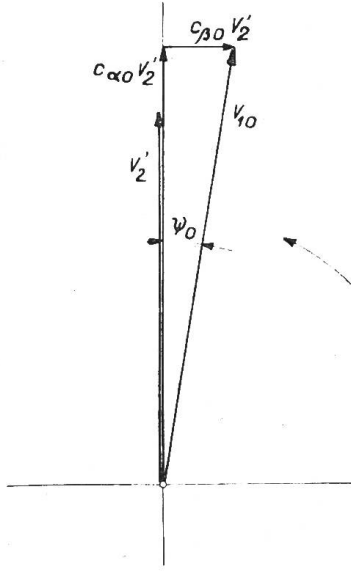


Fig. 4

Der Vektor C_0 ist dementsprechend in die Komponenten $c_{0\alpha}$ in Richtung der Sekundärspannung und in $c_{0\beta}$ senkrecht dazu zerlegbar.

Symbolisch ist dann

$$C_0 = \frac{\mathcal{V}_{10}}{\mathcal{V}'_2} = c_{0\alpha} + j c_{0\beta} = C_0 e^{j\psi_0} \quad (3a)$$

Der Betrag von C wird dann

$$C_0 = \sqrt{c_{0\alpha}^2 + c_{0\beta}^2} \quad (4)$$

und sein Phasenwinkel $\operatorname{tg} \psi_0 = \frac{c_{0\beta}}{c_{0\alpha}} \quad (4a)$

Zwischen der Leerlaufimpedanz Z_{10} und der Erregerimpedanz Z_{1a} besteht ferner ein innerer Zusammenhang indem wir setzen können

$$Z_{10} = \frac{V_{10}}{I_{10}} = \frac{V'_2 C_0}{I_{10}} = Z_{1a} C_0 \quad (5)$$

Wir werden von dieser Beziehung bei der Auswertung der Prüfergebnisse Gebrauch machen.

B. Kurzschlusszustand.

Schliessen wir die Sekundärklemmen kurz und verbinden die Primärwicklung so mit einer Wechselspannung, dass sekundär der normale Vollaststrom fließt, so nimmt der Transformator primär bei einer Spannung V_{1k} den Kurzschlussstrom I_{1k} auf. Der Spannungsabfall $I'_2 Z'_2$ in der Sekundärwicklung eilt dem Sekundärstrom I'_2 um den

Winkel $\varphi_{2s} = \arctg \frac{X_2}{R_2}$ vor.

Der zur Sekundärwicklung parallele Erregerkreis nimmt dann einen Strom I_{10k} auf

$$I_{10k} = I'_2 \frac{Z'_2}{Z_{1a}} \quad (6)$$

Die geometrische Summe von I'_2 und I_{10k} ergibt uns dann den gemessenen primären Kurzschlussstrom I_{1k} , der in der Primärwicklung einen Spannungsabfall $I_{1k} Z_1$ verursacht und zur Spannung $I'_2 Z'_2$ addiert die gemessene Kurzschlussspannung V_{1k} ergibt. V_{1k} eilt dann I_{1k} um den Winkel φ_{1k} vor.

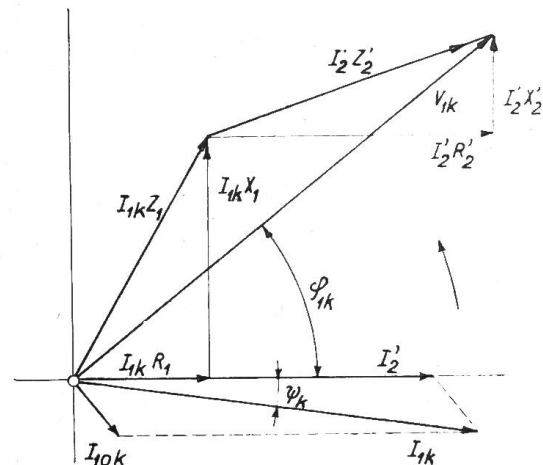


Fig. 5

In Fig. 5 ist das zugehörige Kurzschlussdiagramm aufgezeichnet.

Im Kurzschluss nimmt der Transformator die Leistung P_{1k} auf

$$P_{1k} = V_{1k} I_{1k} \cos \varphi_{1k} \quad (7)$$

woraus sich bei bekanntem Kurzschlussstrom und Spannung die zugehörige Phasenverschiebung bestimmen lässt. Wir können nun bei Kurzschluss ähnlich wie bei Leerlauf auch ein Verhältnis der Ströme aufstellen. Bezeichnen wir dieses Verhältnis der Ströme I_{1k} und I'_2 mit C_k , so wird

$$C_k = \frac{I_{1k}}{I'_2} \quad (8)$$

das wir als absolutes Uebersetzungsverhältnis bei Kurzschluss bezeichnen wollen.

Dieses Verhältnis C_k ist dann auch in zwei Komponenten zerlegbar, nämlich in c_{ka} in Richtung von I'_2 und in $c_{k\beta}$ senkrecht dazu.

In symbolischer Schreibweise ist sodann

$$C_k = \frac{\mathcal{I}_{1k}}{\mathcal{I}'_2} = c_{ka} + j c_{k\beta} = C_k e^{j\psi_k} \quad (8a)$$

Der Betrag von C_k ist

$$C_k = \sqrt{c_{ka}^2 + c_{k\beta}^2} \quad (9)$$

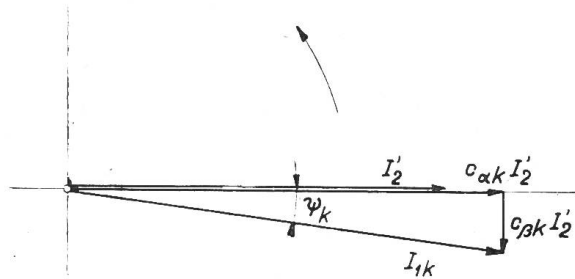


Fig. 6

und schliesslich der Phasenwinkel ψ_k nach Fig. 6

$$\operatorname{tg} \psi_k = \frac{c_{k\beta}}{c_{ka}} \quad (9a)$$

Aus dem Kurzschlussdiagramm ergibt sich, dass V_{1k} gegen I'_2 um den Winkel $\varphi_{1k} - \psi_k$ voreilt.

Aus der Kurzschlussmessung kann nun auch die Kurzschlussimpedanz Z_{1k} bestimmt werden zu

$$Z_{1k} = \frac{V_{1k}}{I_{1k}} = \frac{V_{1k}}{C_k I'_2} \quad (10)$$

Aus dem Leerlauf- und Kurzschlusszustand eines Transformators können wir ohne Schwierigkeiten zum normalen Belastungszustand gelangen, indem wir das Prinzip der Superposition anwenden.

Bei Belastung besteht an den Klemmen sekundär die Spannung V_2 und der Strom I_2 und beide sind gegeneinander um den Winkel φ_2 verschoben. V_2 bedingt an den Primärklemmen eine Leerlaufspannung V_{10} und einen Leerlaufstrom I_{10} . Andererseits bedingt I_2 primär die Kurzschlussspannung V_{1k} und den Kurzschlussstrom I_{1k} , wie wir bereits gesehen haben.

Alle diese Gleichungen sind linear, so dass sich der Strom und die Spannung bei Belastung an den Primärklemmen durch Addition der entsprechenden Werte bei Leerlauf und bei Kurzschluss ergeben.

Reduzieren wir wiederum alle sekundären Grössen auf das Primärsystem, so ergeben sich schliesslich in symbolischer Schreibweise für den Primärstrom I_1 und die Primärspannung V_1 folgende Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} \text{I. } \mathcal{V}_1 &= \mathcal{V}_{10} + \mathcal{V}_{1k} = \mathcal{C}_0 \mathcal{V}'_2 + \mathcal{C}_k \mathcal{I}'_2 \mathcal{Z}_k \\ \text{II. } \mathcal{I}_1 &= \mathcal{I}_{10} + \mathcal{I}_{1k} = \mathcal{V}'_2 \frac{\mathcal{C}_0}{\mathcal{Z}_{10}} + \mathcal{I}'_2 \mathcal{C}_k \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Allgemein bezeichnet man diese beiden Gleichungen als die zwei Hauptgleichungen des allgemeinen Transformators.

In Fig. 7 ist das Superpositionsdiagramm dargestellt. V_{1k} eilt gegen I_{1k} um den Winkel φ_{1k} vor, I_{1k} ist gegen I'_2 um den Winkel ψ_k verzögert, also gegen V'_2 um den Winkel $\varphi_2 + \psi_k$ verzögert und da V'_2 gegen V_{10} um den Winkel ψ_0 voreilt, so eilt V_{1k} gegen V_{10} um den Winkel

$$\alpha = \varphi_{1k} - \varphi_2 + (\psi_0 - \psi_k)$$

vor. Dieser Winkel ist bei konstanter sekundärer Phasenverschiebung φ_2 eine konstante Grösse.

Ebenso ergibt sich, dass I_{1k} gegen I_{10} um den Winkel

$$\beta = \varphi_{10} - \varphi_2 + (\psi_0 - \psi_k)$$

voreilt und bei konstantem φ_2 ebenfalls konstant ist. Ausser diesen zwei Hauptgleichungen wird vielfach noch eine dritte Beziehung, welche den Zusammenhang zwischen den vier Faktoren Z_{10} , Z_{1k} , C_0 und C_k vermittelt, gebraucht.

Bei Leerlauf ist die Primärspannung

$$\mathcal{V}_{10} = \mathcal{V}'_2 + \frac{\mathcal{V}'_2}{Z_a} Z_1 = \mathcal{V}'_2 \left(1 + \frac{Z_1}{Z_{1a}} \right) = \mathcal{V}'_2 C_0$$

daher erhält man auch für den Faktor C_0

$$C_0 = 1 + \frac{Z_1}{Z_{1a}}. \quad (12)$$

Bei Kurzschluss ist der Kurzschlussstrom

$$\mathcal{I}_{1k} = \mathcal{I}'_2 + \frac{\mathcal{I}'_2 Z'_2}{Z_{1a}} = \mathcal{I}'_2 \left(1 + \frac{Z'_2}{Z_{1a}} \right) = \mathcal{I}'_2 C_k$$

und somit der Faktor C_k

$$C_k = 1 + \frac{Z'_2}{Z_{1a}}. \quad (13)$$

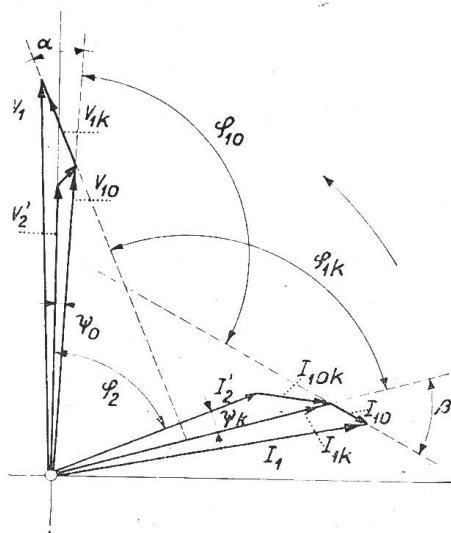


Fig. 7

Da ferner für die Kurzschlussspannung gilt

$$\mathcal{V}_{1k} = \mathcal{I}_{1k} Z_1 + \mathcal{I}'_2 Z'_2 = \mathcal{I}_{1k} \left(Z_1 + \frac{Z'_2}{C_k} \right) = \mathcal{I}_{1k} Z_{1k}$$

so folgt schliesslich für die Kurzschlussimpedanz

$$Z_{1k} = Z_1 + \frac{Z'_2}{C_k}. \quad (14)$$

Bilden wir das Verhältnis aus Z_{1k} und Z_{10} , indem wir zu den obigen Werten noch Gleichung (5) heranziehen, so erhalten wir

$$\frac{Z_{1k}}{Z_{10}} = \left(Z_1 + \frac{Z'_2}{C_k} \right) \frac{1}{C_0 Z_{1a}} = 1 - \frac{1}{C_0 C_k}$$

und schliesslich

$$\text{III.} \quad \left[1 - \frac{Z_{1k}}{Z_{10}} \right] C_0 C_k = 1. \quad (15)$$

Diese Beziehung heisst man die dritte Hauptgleichung des allgemeinen Transformators. Sie gibt uns Aufschluss über den inneren Zusammenhang zwischen diesen einzelnen Grössen.

Wird uns nun die Aufgabe gestellt, aus den Messungen bei Leerlauf und bei Kurzschluss die vier Konstanten C_0 , C_k , ψ_0 und ψ_k zu bestimmen, so kann man dieselben nicht direkt aus den Messergebnissen bestimmen, weil die so erhaltenen Resultate viel zu ungenau sind, sondern wir müssen dieselben indirekt durch Rechnung aus den Messergebnissen berechnen.

Zu diesem Zwecke gehen wir von Gleichung (15) aus und schreiben

$$C_0 C_k = \frac{1}{1 - \frac{Z_{1k}}{Z_{10}}}.$$

Multiplizieren wir diesen Ausdruck im Zähler und Nenner mit $\frac{V_1}{Z_{1k}} = J_{1kt}$ so geht Gleichung (15) über in

$$C_0 C_k = \frac{\frac{V_1}{Z_{1k}}}{\frac{V_1}{Z_{1k}} - \frac{V_1}{Z_{10}}} = \frac{J_{1kt}}{J_{1kt} - J_{10}}. \quad (16)$$

Hierin bedeutet nun aber I_{1kt} den vollen Kurzschlussstrom bei der Klemmenspannung V_1 und ebenso I_{10} den Leerlaufstrom bei derselben Klemmenspannung.

Durch eine normale Leerlauf- und Kurzschlussmessung haben wir daher zuerst I_{10} , I_{1k} , φ_{10} und φ_{1k} zu ermitteln und dann muss im Verhältnis der Spannungen V_1 und V_{1k} aus dem gemessenen Kurzschlussstrom I_{1k} der wahre Kurzschlussstrom I_{1kt} ermittelt werden, der sich einstellen würde, wenn der Transformator mit kurzgeschlossenen Sekundärklemmen direkt an die volle Primärspannung gelegt würde.

In Fig. 8 ist das zugehörige Diagramm aufgezeichnet. Um dasselbe deutlich zu gestalten, sind die eingezeichneten Ströme nicht im richtigen Verhältnis wiedergegeben, weil sonst die Vektoren $J_{1kt} - J_{10}$ und J_{1kt} zusammenfallen würden.

Aus dem Dreieck OAB ergibt sich der Betrag von $C_0 C_k$ zu

$$C_0 C_k = \frac{\overline{OB}}{\overline{AB}} = \frac{I_{1kt}}{\sqrt{I_{1kt}^2 + I_{10}^2 - 2 I_{1kt} I_{10} \cos(\varphi_{10} - \varphi_{1k})}}. \quad (17)$$

Aus Fig. 8 ist der Winkel $\psi_0 + \psi_k$ zwischen J_{1kt} und $J_{1kt} + J_{10}$ bestimmbar aus

$$\operatorname{tg}(\psi_0 + \psi_k) = \frac{I_{10} \sin(\varphi_{10} - \varphi_{1k})}{I_{1kt} - I_{10} \cos(\varphi_{10} - \varphi_{1k})}. \quad (18)$$

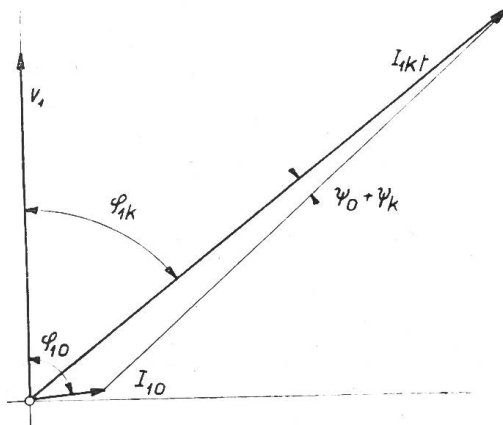


Fig. 8

Damit kennen wir das Produkt der Faktoren $C_0 C_k$ und die Summe der zugehörigen Winkel $\psi_0 + \psi_k$, so dass wir nur noch eine Trennung dieser beiden Faktoren vornehmen müssen. Eine solche Trennung ist aber leicht möglich, indem wir die Messung in Leerlauf und Kurzschluss von der Sekundärseite aus wiederholen.

Führen wir der Sekundärseite die Klemmenspannung V_{20} bei offenen Primärklemmen zu, so wird der sekundäre Leerlaufstrom I_{20}

$$J_{20} = \frac{V_{20}}{Z_{2a} + Z_2} = \frac{V_{20}}{Z_{2a} \left(1 + \frac{Z_2}{Z_{2a}}\right)} = \frac{V_{20}}{Z_{20}} \quad (19)$$

wenn Z_{2a} die auf die Sekundärseite bezogene Erregerimpedanz bedeutet. Damit wird die sekundäre Leerlaufimpedanz Z_{20}

$$Z_{20} = Z_{2a} \left(1 + \frac{Z_2}{Z_{2a}}\right). \quad (20)$$

Reduzieren wir wiederum alle sekundären Grössen auf Primär, so folgt, weil $Z'_{2a} = Z_{1a}$ ist

$$Z'_{20} = Z'_{2a} C_k = Z_{1a} C_k. \quad (21)$$

Für die primäre Leerlaufimpedanz war nach Gleichung (5) $Z_{10} = C_0 Z_{1a}$, so dass wir als Verhältnis der sekundären zur primären Leerlaufimpedanz erhalten

$$\frac{Z'_{20}}{Z_{10}} = \frac{C_k}{C_0}. \quad (22)$$

Wir müssen also nur sekundärseitig die Leerlaufimpedanz ermitteln und auf primär reduzieren, so ist mit diesen Impedanzen der Quotient der Faktoren C_0 und C_k bestimmbar.

Gleichzeitig liefern uns aber auch die beiden Leerlaufmessungen den Differenzwinkel $\psi_k - \psi_0$, da hier die Bezeichnung gilt

$$\varphi_{20} - \varphi_{10} = \psi_k - \psi_0 \quad (22a)$$

wenn φ_{20} und φ_{10} die sekundär- und primärseitigen Leerlaufwinkel sind.

Erwähnt sei noch, dass wir auf gleiche Weise das Verhältnis der Kurzschlussimpedanzen ermitteln können, deren Quotient auch das Verhältnis von C_0 und C_k darstellt, oder aber

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_k}{C_0} &= \frac{Z'_{2k}}{Z_{1k}} \\ \psi_k - \psi_0 &= \varphi_{2k} - \varphi_{1k} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

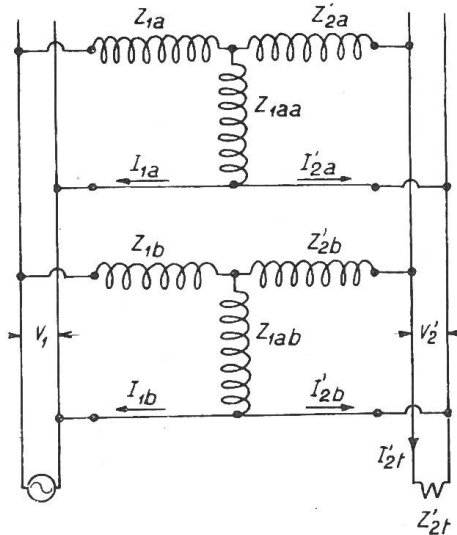


Fig. 9

womit wir stets eine wertvolle Kontrolle haben, um das Rechnungsergebnis nachzuprüfen.

Damit kennen wir nun alle Grundlagen, wie sie für das Parallelschaltproblem in Frage kommen, so dass wir nunmehr damit die hierfür geltenden Beziehungen aufstellen können. Wir untersuchen zwei Transformatoren, die nach dem Schema der Fig. 1 parallel geschaltet sind. Ob es sich hierbei um Einphasentransformatoren oder um Drehstromtransformatoren handelt, ist vorerst gleichgültig, da wir unsere Untersuchungen zunächst doch nur auf eine Phase beschränken müssen. Die zugehörige Ersatzschaltung der Fig. 1 ist in Fig. 9 dargestellt.

Die gemeinsamen sekundären Sammelschienen geben ihre Energie an ein Netz ab, dessen gesamte Impedanz, einschliesslich deren Belastung und Zuleitung, wir mit Z_{2t} bezeichnen.

Bei der Untersuchung der Verhältnisse müssen wir von der zweiten Hauptgleichung ausgehen, da beide Transformatoren primärseitig an derselben Spannung V_1 liegen.

Für beide Transformatoren in Parallelschaltung gilt in symbolischer Schreibweise die Spannungsgleichung

$$\mathcal{V}_1 = C_{0a} \mathcal{V}'_2 + C_{ka} \mathcal{I}'_{2a} Z_{ka} = C_{0b} \mathcal{V}'_2 + C_{kb} \mathcal{I}'_{2b} Z_{kb} \quad (24)$$

wobei die Indizes a und b jeden der beiden Transformatoren kennzeichnen. Die sekundären Grössen sind natürlich wieder entsprechend der Uebersetzung auf das Primärsystem zu reduzieren.

Aus der Doppelgleichung (24) erhalten wir durch ordnen derselben nach den Leerlaufkonstanten

$$\mathcal{V}'_2 (C_{0a} - C_{0b}) = -C_{ka} \mathcal{I}'_{2a} Z_{ka} + C_{kb} \mathcal{I}'_{2b} Z_{kb}. \quad (25)$$

Untersuchen wir diese Gleichung etwas näher, so ergibt sich, dass die linke Seite die Ausgleichspannung darstellt und die rechte Seite der Differenz der Kurzschlussspannungen beider Transformatoren entspricht.

Setzen wir zur Abkürzung für die Ausgleichspannung V'_{2A} und setzen wir ferner auf der rechten Seite die Kurzschlussspannungen ein, so wird

$$\mathcal{V}'_{2A} = -\mathcal{V}_{1ka} + \mathcal{V}_{1kb}. \quad (25a)$$

Offenbar wird diese Ausgleichspannung verschwinden, wenn die Differenz der Leerlaufkonstanten verschwindet, also wenn $C_{0a} = C_{0b}$ ist, wird $V'_{2A} = 0$. In diesem Falle halten sich die Kurzschlussspannungen das Gleichgewicht und sind miteinander in Phase, so dass keine Ausgleichspannung und damit auch kein Ausgleichstrom auftreten kann.

In diesem Falle gilt für das Verhältnis der Teilströme beider Transformatoren

$$\frac{\mathcal{I}'_{2a}}{\mathcal{I}'_{2b}} = \frac{C_{kb} \mathcal{Z}_{kb}}{C_{ka} \mathcal{Z}_{ka}}. \quad (26)$$

d. h. die Teilströme beider Transformatoren verhalten sich bei gleichen Leerlaufkonstanten umgekehrt wie die zugehörigen Kurzschlussimpedanzen.

Aus demselben Grunde stehen dann auch die Leistungsanteile beider Transformatoren im umgekehrten Verhältnis der Kurzschlussimpedanzen zueinander, solange eben die Leerlaufverhältnisse bei beiden die gleichen sind.

Schon der erste Ansatz liefert uns bereits die wichtige Erkenntnis, dass beim Parallelbetrieb nicht nur allein die Kurzschlussspannungen, beider Transformatoren für ein einwandfreies Zusammenarbeiten massgebend sind, sondern ebenso sehr die Leerlaufverhältnisse mitbestimmend wirken.

Sind beispielsweise zwei gleich grosse Transformatoren parallel geschaltet und besitzen beide dieselbe Kurzschlussspannung, so ist noch keineswegs gesagt, dass damit eine gleichmässige Lastaufteilung auf beide Transformatoren gewährleistet ist, wenn auch beide Sekundärspannungen ungefähr miteinander übereinstimmen. Nehmen wir den Fall an, dass z. B. die Widerstände der Primärwicklungen stark voneinander abweichen und trotzdem die Kurzschlusswiderstände ungefähr gleich sind, so muss notwendigerweise eine Verschiebung beider Sekundärspannungen auftreten und Ausgleichströme sind dann nicht mehr zu vermeiden.

In diesem Falle kann natürlich auch eine mehr oder weniger grosse Ueberlastung eines Transformators eintreten und es wäre deshalb zu untersuchen, ob nicht unter Umständen diese schwerer ins Gewicht fällt als eine solche, die durch verschieden-grosse Kurzschlussspannungen hervorgerufen wird.

Um gerade diese Verhältnisse genauer untersuchen zu können, gehen wir von Gleichung (25) aus und berechnen die Teilströme, welche die beiden Transformatoren ins Sekundärnetz abgeben.

Im belasteten Zustande des Sekundärnetzes muss ohne Zweifel für den Totalstrom I_{2t} gelten

$$\mathcal{I}_{2t} = \mathcal{I}_{2a} + \mathcal{I}_{2b} \quad (27)$$

denn der Ausgleichstrom wird nur eine Verschiebung der beiden Teilströme gegeneinander bewirken.

Setzen wir in Gleichung (25) für die reduzierte Sekundärspannung

$$\mathcal{V}'_2 = \mathcal{I}'_{2t} \mathcal{Z}'_{2t} \quad (28)$$

und ferner aus Gleichung (27) einmal $\mathcal{I}'_{2a} = \mathcal{I}'_{2t} - \mathcal{I}'_{2b}$

und ein zweites Mal $\mathcal{I}'_{2b} = \mathcal{I}'_{2t} - \mathcal{I}'_{2a}$

so wird

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{I}'_{2t} \mathcal{Z}'_{2t} (C_{0a} - C_{0b}) &= -C_{ka} \mathcal{Z}_{ka} \mathcal{I}'_{2a} + C_{kb} \mathcal{Z}_{kb} (\mathcal{I}'_{2t} - \mathcal{I}'_{2a}) \\ \mathcal{I}'_{2t} \mathcal{Z}'_{2t} (C_{0a} - C_{0b}) &= -C_{ka} \mathcal{Z}_{ka} (\mathcal{I}'_{2t} - \mathcal{I}'_{2b}) + C_{kb} \mathcal{Z}_{kb} \mathcal{I}'_{2b} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Hieraus können wir sehr leicht das Verhältnis beider Teilströme zum gesamten Sekundärstrom berechnen und erhalten schliesslich die beiden Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} \frac{I'_{2a}}{I'_{2t}} &= \frac{C_{kb} Z_{kb} - Z'_{2t} (C_{0a} - C_{0b})}{C_{kb} Z_{kb} + C_{ka} Z_{ka}} = \frac{C_{kb} Z_{kb} e^{j(\varphi_{kb} + \psi_{kb})} - Z'_{2t} C_{0A} e^{j(\varphi_2 + \varphi_{0A})}}{C_{kb} Z_{kb} e^{j(\varphi_{kb} + \psi_{kb})} + C_{ka} Z_{ka} e^{j(\varphi_{ka} + \psi_{ka})}} \\ \frac{I'_{2b}}{I'_{2t}} &= \frac{C_{ka} Z_{ka} + Z'_{2t} (C_{0a} - C_{0b})}{C_{kb} Z_{kb} + C_{ka} Z_{ka}} = \frac{C_{ka} Z_{ka} e^{j(\varphi_{ka} + \psi_{ka})} + C_{0A} Z'_{2t} e^{j(\varphi_2 + \varphi_{0A})}}{C_{kb} Z_{kb} e^{j(\varphi_{kb} + \psi_{kb})} + C_{ka} Z_{ka} e^{j(\varphi_{ka} + \psi_{ka})}} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Wie zu erwarten war, muss der Nenner beider Gleichungen eine konstante Grösse sein und ist unabhängig von der Grösse der Belastung beider Transformatoren.

Mittels des Superpositionsdiagrammes, Fig. 7, lässt sich leicht zeigen, dass der totale Sekundärstrom beider Transformatoren proportional der Summe beider Kurzschlussimpedanzen sein muss.

Bezeichnen wir diese resultierende Kurzschlussimpedanz mit Z_{kt} , so ist ihr absoluter Betrag

$$Z_{kt} = \sqrt{(C_{ka} Z_{ka})^2 + (C_{kb} Z_{kb})^2 + 2 C_{ka} C_{kb} Z_{ka} Z_{kb} \cos [\varphi_{kb} + \psi_{kb} - (\varphi_{ka} + \psi_{ka})]} \quad (31)$$

weil beide Kurzschlussvektoren miteinander den Winkel

$$180^\circ - [\varphi_{kb} + \psi_{kb} - (\varphi_{ka} + \psi_{ka})]$$

einschliessen.

In Gleichung (30) haben wir zur Vereinfachung gesetzt

$$C_{0A} = C_{0a} - C_{0b}. \quad (32)$$

Nach Gleichung (3) und (4) war

$$C_{0a} = c_{0a} + j c_{\beta a}; \quad C_{0b} = c_{0b} + j c_{\beta b}$$

so dass wir setzen können

$$C_{0A} = (c_{0a} - c_{0b}) + j (c_{\beta a} - c_{\beta b}). \quad (32a)$$

Damit ergibt sich schliesslich der absolute Betrag von C_{0A}

$$C_{0A} = \sqrt{(c_{0a} - c_{0b})^2 + (c_{\beta a} - c_{\beta b})^2}. \quad (32b)$$

Aus Gleichung (32a) endlich kann noch der Winkel bestimmt werden, welchen die Komponenten mit C_{0A} einschliessen. Es ist

$$\operatorname{tg} \varphi_{0A} = \frac{c_{\beta a} - c_{\beta b}}{c_{0a} - c_{0b}}. \quad (32c)$$

Um den Betrag dieses Winkels wird die Ausgleichspannung gegen den totalen Sekundärstrom entweder vor- oder nachteilen. Mit diesen abgeleiteten Beziehungen können wir leicht die Verhältnisse der Gleichung (30) auswerten.

Für das Verhältnis $\frac{I'_{2a}}{I'_{2t}}$ ist der Zähler die geometrische Differenz von $Z_{kb} C_{kb}$ und $Z'_{2t} C_{0A}$. Ihre Grösse muss naturgemäss vom Betrage der Gesamtbelastung im Sekundärkreise und von ihrer Phasenverschiebung abhängig sein. Vektoriell lässt sich diese Zusammensetzung sehr schön zeigen, indem wir das Spannungsdiagramm für die Ausgleichspannung und die zugehörige Kurzschlussspannung in Abhängigkeit der sekundären Netzphasenverschiebung aufstellen, wie dies im Diagramm der Fig. 10 dargestellt ist.

Der Vektor $\overline{AC}$, welcher dem Zähler der ersten Beziehung der Gleichung (30) proportional ist, bewegt sich bei veränderlicher sekundärer Phasenverschiebung auf dem Kreisbogen AB . Für $\varphi_2 = 0$ entspricht er dem Vektor $\overline{AC}$, für $\varphi_2 = 90^\circ$ dem

Vektor $\overline{CB}$. Daraus folgt, dass je nach der Lage der Ausgleichspannung der Zähler dieses Verhältnisses $\frac{I'_{2a}}{I'_{2t}}$ mehr oder weniger stark von der sekundären Phasenverschiebung abhängig sein kann.

Wie aus Fig. 10 hervorgeht, schliessen die beiden Vektoren $Z_{kb} C_{kb}$ und $Z'_{2t} C_{0A}$ miteinander den Winkel $\varphi_{kb} + \psi_{kb} - (\varphi_{0A} + \varphi_2)$ ein. Setzen wir zur Abkürzung für diesen resultierenden Vektor Z_a , so ist der Betrag desselben

$$Z_a = \sqrt{(Z_{kb} C_{kb})^2 + (Z'_{2t} C_{0A})^2 - 2 Z_{kb} C_{kb} Z'_{2t} C_{0A} \cos [\varphi_{kb} + \psi_{kb} - (\varphi_{0A} + \varphi_2)]}. \quad (33)$$

Auf gleiche Weise lässt sich auch der Zähler des Quotienten $\frac{I'_{2b}}{I'_{2t}}$ ermitteln, indem hier die geometrische Summe der Vektoren $Z'_{2t} C_{0A}$ und $Z_{ka} C_{ka}$ zu bilden ist, wie dies wiederum im Spannungsdiagramm der Fig. 11 dargestellt ist.

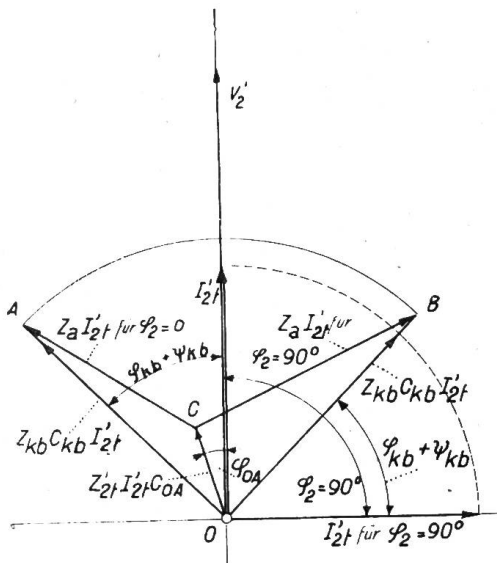


Fig. 10

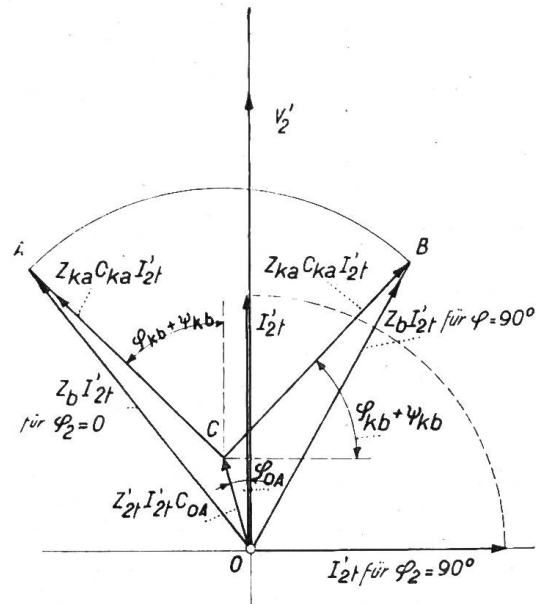


Fig. 11

Wir bezeichnen wiederum den Betrag dieser geometrischen Summe mit Z_b und da beide Vektoren miteinander den Winkel $\varphi_{ka} + \psi_{ka} - (\varphi_{0A} + \varphi_2)$ einschliessen, so wird daher der Zähler der zweiten Gleichung (30)

$$Z_b = \sqrt{(Z_{ka} C_{ka})^2 + (Z'_{2t} C_{0A})^2 + 2 Z_{ka} C_{ka} Z'_{2t} C_{0A} \cos [\varphi_{ka} + \psi_{ka} - (\varphi_{0A} + \varphi_2)]}. \quad (34)$$

Auch dieser resultierende Vektor ist wiederum von der sekundären Belastung und Phasenverschiebung abhängig und zwar im umgekehrten Sinne wie derjenige der Gleichung (33).

Mit Hilfe dieser Beziehungen der Gleichungen (31) bis (34) lassen sich nun leicht die Verhältnisse der Gleichung (30) auswerten und wir erhalten schliesslich die beiden einfachen Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} \frac{I'_{2a}}{I'_{2t}} &= \frac{Z_a}{Z_{kt}} \\ \frac{I'_{2b}}{I'_{2t}} &= \frac{Z_b}{Z_{kt}} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

die uns bei jeder sekundären Belastung und Phasenverschiebung einwandfrei über das Verhältnis der Teilströme und damit über die Lastaufteilung unter beide Transformatoren Aufschluss geben.

Rednen wir anhand dieser aufgestellten Gleichungen verschiedene, parallel geschaltete Transformatoren nach, so werden wir finden, dass das Verhältnis der Teilströme um so mehr vom umgekehrten Verhältnis der Kurzschlussimpedanzen abweicht, je grösser die Abweichung zwischen den Leerlaufkonstanten ist, also auch je grösser die Ausgleichströme werden. Dies muss jedoch immer der Fall sein, wenn Transformatoren verschiedener Bauart, verschiedener Herkunft oder verschiedenen Alters parallel geschaltet werden, denn solche Transformatoren müssen schon aus rein konstruktiven Gründen stets erheblich in ihren Leerlaufkonstanten voneinander abweichen.

Ganz bedenklich muss aber offenbar die Sache werden, wenn die parallel zu schaltenden Transformatoren in ihren Nennleistungen stark voneinander abweichen, weil sich dann in ausgesprochenem Masse stets Ausgleichströme bilden können. Aus allen diesen Gründen muss aber folgen, dass es gar keinen Sinn hat, die peinlich genaue Einhaltung einer einmal vorgeschriebenen Kurzschlussspannung zu fordern, solange die Leerlaufverhältnisse nicht in Betracht gezogen werden.

In dieser Hinsicht hat Vidmar¹⁾ als erster ganz richtig gesagt, dass ohne Rücksicht die Leerlaufverhältnisse Abweichungen von 15% in der Grösse der Kurzschlussspannungen zugelassen werden dürfen, ohne den Parallelbetrieb zu gefährden. In der Tat lässt sich die These sowohl rein rechnerisch als auch experimentell bestätigen und es zeigt sich hierbei, dass der Einfluss der Leerlaufverhältnisse ausserordentlich gross ist, wodurch wir uns sehr leicht durch den Trugschluss irreleiten lassen, eine ungleichmässige Lastaufteilung beim Parallelbetrieb sei nur die Folge ungleich grosser Kurzschlussspannungen.

Im allgemeinen ist zu sagen, dass bei solchen Parallelschaltungstransformatoren die Leerlauf- und Kurzschlussverhältnisse derart aufeinander abgestimmt werden können, dass ohne diese lästigen Ausgleichströme eine gleichmässige Lastaufteilung und damit ein einwandfreier Parallelbetrieb möglich wird. Hierbei genügt es aber gar nicht, nur allein eine bestimmte Kurzschlussspannung vorzuschreiben, sondern diese hat erst ihre Existenzberechtigung, wenn gleichzeitig die Leerlaufverhältnisse genau umschrieben werden. Andererseits genügt aber auch nicht die Vorschrift genau gleicher Sekundärspannungen, weil trotzdem die übrigen Leerlaufverhältnisse derart voneinander verschieden sein können, dass unter Umständen die Verhältnisse beim Parallelbetrieb unhaltbar werden.

Von den verschiedenen Normen, die in den letzten Jahren für solche Parallelschalttransformatoren aufgestellt wurden, haben diejenigen des Verbandes Deutscher Elektrotechniker die weiteste Verbreitung gefunden.

Diese Regeln, die für die Bewertung und Prüfung von Transformatoren in § 61 (siehe E. T. Z., Heft 10, 1922) zusammengestellt sind, lauten:

„Der einwandfreie Parallelbetrieb, d. h. die Verteilung der Belastungen entsprechend den Nennleistungen, gilt als erreicht, wenn die Nennkurzschlussspannungen nicht mehr als $\pm 10\%$ von ihrem Mittel abweichen, sofern nicht andere Bestimmungen vorliegen.

Ausserdem ist erforderlich:

- a) gleiche Nennspannung primär und sekundär,
- b) gleiche Schaltgruppe,
- c) Verbindung gleichnamiger Klemmen, sekundär.

Zu dieser Regel ist zu bemerken, dass diese eine Erweiterung in bezug auf die Leerlaufverhältnisse bedarf, indem Pos. a) in dem Sinne ergänzt wird, dass gleiche Nennspannung primär und sekundär bestehen muss, wenn sowohl einmal primär und ein zweites Mal sekundär gespiesen wird, weil nur dann für zwei parallel arbeitende Transformatoren die Leerlauffaktoren miteinander übereinstimmen.

¹⁾ Vidmar, Transformatoren, Seite 643 u. f.

Derselbe Verband hat auch für sogenannte Einheitstransformatoren besondere Normen, die Deutschen Industrienormen, aufgestellt, nach welchen diese speziellen Transformatoren $+10\%$ und -20% Abweichungen in ihren Kurzschlussspannungen haben dürfen, um noch parallel arbeiten zu können. Offenbar sind bei diesen Einheitstransformatoren die Toleranzen der Abweichungen in den verschiedenen Richtungen deshalb gemacht worden, um der Verschiedenheit der Konstruktion, insbesondere den Eigenschaften der Zylinder- und Scheibenwicklungen Rechnung zu tragen. Wie weit diese Normen praktisch begründet sind, werden wir bei der Diskussion unserer Rechnungsergebnisse noch näher erwähnen.

Nachdem wir nunmehr die theoretischen Grundlagen dieses Parallelschaltproblems kennen gelernt haben und ihre praktische Anwendbarkeit an einem Rechnungsbeispiel erproben wollen, soll kurz noch eine kleine Vereinfachung an den aufgestellten Beziehungen besprochen werden, die für die Durchrechnung solcher Beispiele einige Bedeutung besitzt.

Wir haben in Gleichung (3) und (8) das Verhältnis der Leerlaufspannungen und der Kurzschlussströme eingeführt und gezeigt, dass dieselben die absoluten Uebersetzungsverhältnisse darstellen. Bei der Durchrechnung eines Beispiels wird nun aber als lästig empfunden, dass wir ausser den Versuchswerten auch noch das Windungsverhältnis der zu untersuchenden Transformatoren kennen müssen. In den meisten praktischen Fällen kennen wir dieses Windungsverhältnis nicht und hält es meist sehr schwer, dasselbe auch nur angenähert zu bestimmen. Wir können jedoch auch ohne Kenntnis dieses Windungsverhältnisses allein auf Grund der Leerlauf- und Kurzschlussprüfung die tatsächlichen Verhältnisse untersuchen, indem wir in Gleichung (3) und (8) mit den Faktoren C_0 und C_k direkt das Uebersetzungsverhältnis der Spannungen und Ströme definieren. In diesem Falle brauchen wir die sekundären Impedanzen nicht mehr im Verhältnis der Windungen auf primär zu reduzieren, sondern wir setzen dieselben in unsere Rechnung ein, wie sie uns durch den Versuch gegeben werden.

In diesem Falle definieren wir

$$C_0 = \frac{V_{10}}{V_2} \quad \text{das Leerlaufübersetzungsverhältnis der Spannungen und}$$

$$C_k = \frac{I_{1k}}{I_2} \quad \text{das Kurzschlussverhältnis der Ströme}$$

Damit wird die ganze Rechnung gekürzt und einfacher und führt gleichwohl zum nämlichen Resultat, nur ist bei der eventuellen Aufzeichnung von Diagrammen Vorsicht am Platze und die Reduktion nicht mehr zu umgehen.

Im folgenden soll nun die Nachrechnung an je zwei parallel geschalteten Transformatoren auf Grund der Leerlauf- und Kurzschlussmessung durchgeführt werden, um alle Einflüsse studieren zu können.

Hierbei setzen wir voraus, dass beide parallel arbeitenden Transformatoren gleichphasig und gleichsinnig miteinander verbunden und alle drei Phasen gleichmässig belastet sind.

Zur Verfügung standen Drehstromtransformatoren für eine Leistung von 150 kVA., 6300/390 Volt bei Leerlauf und 50 Perioden pro Sekunde. Die Transformatoren waren primär in Dreieck und sekundär in Stern geschaltet mit herausgeführtem Nulleiter.

Die Durchrechnung wurde nun so vorgenommen, dass einmal zwei Transformatoren gleicher Bauart und gleichen Fabrikates parallel geschaltet waren, die aber verschiedene Kurzschlussspannung aufwiesen. Diese beiden Transformatoren besitzen Scheibenwicklung primär und sekundär und der Eisenkörper ist verschachtelt. Ein zweites Mal wurden zwei Transformatoren parallel geschaltet, die verschiedener Bauart und verschiedenen Fabrikates sind und auch verschiedene Kurzschlussspannungen besaßen. Der letztere Transformator hatte Zylinderwicklung und der Eisenkörper besaß gehobelte und gepresste Stossfugen.

Eine dritte Parallelschaltung wurde vorgenommen, indem zwei Transformatoren verschiedener Bauart und verschiedenen Fabrikates, aber gleicher Kurzschlussspannung parallel geschaltet wurden.

Bei der experimentellen Untersuchung wurde die Leerlaufprüfung sowohl primär- als auch sekundärseitig durchgeführt und hierbei eine Strom-, Spannungs- und Leistungsmessung vorgenommen.

Bei der Kurzschlussprüfung dagegen wurde eine Messung nur primärseitig vorgenommen, da keine geeignete Stromquelle zur Verfügung stand.

Die Werte dieser Leerlauf- und Kurzschlussmessungen sind in der Tabelle I zusammengestellt.

Bei diesen Messungen stellen die Sekundärspannungen stets verkettete Spannungen dar, während primär die Phasenströme angegeben wurden.

Mit diesen Prüfergebnissen lassen sich nunmehr die einzelnen Konstanten der Transformatoren nach den aufgestellten Beziehungen leicht bestimmen.

Zunächst ist nach Gleichung (1) die Leerlaufphasenverschiebung

$$\begin{aligned} \cos \varphi_{10} &= 0,29187, & \varphi_{10} &= 73^\circ 1,9' \text{ für den Fall I} \\ \cos \varphi_{10} &= 0,31105, & \varphi_{10} &= 71^\circ 52,7' \text{ für den Fall II} \\ \cos \varphi_{10} &= 0,25697, & \varphi_{10} &= 75^\circ 6,5' \text{ für den Fall III} \end{aligned}$$

Auf gleiche Weise ermitteln wir die sekundärseitige Leerlaufphasenverschiebung

$$\begin{aligned} \cos \varphi_{20} &= 0,29185, & \varphi_{20} &= 73^\circ 2,0' \text{ für den Fall I} \\ \cos \varphi_{20} &= 0,31099, & \varphi_{20} &= 71^\circ 53,2' \text{ für den Fall II} \\ \cos \varphi_{20} &= 0,24577, & \varphi_{20} &= 75^\circ 46,5' \text{ für den Fall III} \end{aligned}$$

Aus diesen beiden Winkeln ergibt sich der Differenzwinkel

$$\begin{aligned} \psi_k - \psi_0 &\text{ nach Gleichung (22a)} \\ \varphi_{20} - \varphi_{10} = \psi_k - \psi_0 &= + 0,1' \text{ für den Fall I} \\ &= + 0,5' \text{ für den Fall II} \\ &= + 40' \text{ für den Fall III} \end{aligned}$$

Der Transformator III mit Zylinderwicklung liefert also bereits den grössten Differenzwinkel, woraus zu schliessen ist, dass seine übrigen Konstanten am ungünstigsten sind.

Nach Gleichung (5) sind ferner die Leerlaufimpedanzen

primärseitig	sekundärseitig
$Z_{10} = 23905,6 \text{ Ohm,}$	$Z_{20} = 30,457 \text{ Ohm für den Fall I}$
$Z_{10} = 25321,2 \text{ Ohm,}$	$Z_{20} = 32,398 \text{ Ohm für den Fall II}$
$Z_{10} = 19007,5 \text{ Ohm,}$	$Z_{20} = 24,15 \text{ Ohm für den Fall III}$

Messergebnisse an drei verschiedenen Transformatoren.

Tabelle I.

Messung	Bezeichnung Kz. Sp.	Dimension o/o	Gleiches Fabrikat		III. 3,2
			I. 3,7	II. 3,2	
Leerlaufmessung primärseitig ausgeführt	P_{10}	Watt	1470	1465	1620
	V_{10}	Volt	6335	6305	6320
	I_{10}	Amp.	0,265	0,249	0,3325
	V_2	Volt	390	390	390
Leerlaufmessung sekundärseitig ausgeführt	P_{20}	Watt	1480	1460	1540
	V_{20}	Volt	393	390	389
	I_{20}	Amp.	7,45	6,95	9,30
	V_1	Volt	6300	6300	6300
Kurzschlussmessung primärseitig ausgeführt	P_{1k}	Watt	1695	1550	1540
	V_{1k}	Volt	232	200	202
	I_{1k}	Amp.	8,3	8,25	8,19

Mittels diesen Leerlaufimpedanzen erhalten wir nach Gleichung (22) den Quotienten $\frac{C_k}{C_0}$

$$\begin{aligned}\frac{Z_{20}}{Z_{10}} &= \frac{C_k}{C_0} = 0,001274 \quad \text{für den Fall I} \\ &= 0,0012755 \quad \text{für den Fall II} \\ &= 0,00127055 \quad \text{für den Fall III}\end{aligned}$$

Eine Trennung der berechneten Differenzwinkel und der obigen Quotienten können wir nun durch die Kurzschlussmessung vornehmen. Aus Gleichung (7) berechnet sich die primärseitige Kurzschlussphasenverschiebung zu

$$\begin{aligned}\cos \varphi_{1k} &= 0,29343, & \varphi_{1k} &= 72^\circ 56,3' \quad \text{für den Fall I} \\ \cos \varphi_{1k} &= 0,31313, & \varphi_{1k} &= 71^\circ 44,1' \quad \text{für den Fall II} \\ \cos \varphi_{1k} &= 0,31854, & \varphi_{1k} &= 71^\circ 25,6' \quad \text{für den Fall III}\end{aligned}$$

Mittels dieses Kurzschlusswinkels und dem berechneten Leerlaufwinkel primärseitig können wir den Differenzwinkel $\varphi_{10} - \varphi_{1k}$ berechnen, welchen wir zur Auswertung der Gleichung (17) und (18) gebrauchen. Es ist

$$\begin{aligned}\varphi_{10} - \varphi_{1k} &= + 5,6' \quad \text{für den Fall I} \\ &= + 8,6' \quad \text{für den Fall II} \\ &= + 3^\circ 40,9' \quad \text{für den Fall III}\end{aligned}$$

Nach Gleichung (10) ist ferner noch die Kurzschlussimpedanz

$$\begin{aligned}Z_{1k} &= 27,9 \text{ Ohm für den Fall I} \\ &= 24,2 \text{ Ohm für den Fall II} \\ &= 24,7 \text{ Ohm für den Fall III}\end{aligned}$$

Wird die Primärwicklung an die volle Klemmenspannung $V_1 = 6300$ Volt angeschlossen, so würden die Transformatoren einen Kurzschlussstrom I_{1kt} aufnehmen, oder

$$\begin{aligned}I_{1kt} &= I_{1k} \frac{V_1}{V_{1k}} = 225,4 \text{ A für den Fall I} \\ &= 259,9 \text{ A für den Fall II} \\ &= 255,4 \text{ A für den Fall III}\end{aligned}$$

Mit diesen Werten berechnet sich nun nach Gleichung (17) das Produkt von $C_0 C_k$ zu

$$\begin{aligned}C_0 C_k &= 1,00118 \quad \text{für den Fall I} \\ &= 1,00095 \quad \text{für den Fall II} \\ &= 1,001305 \quad \text{für den Fall III}\end{aligned}$$

Ebenso ist nach Gleichung (18) die Summe der Winkel $\psi_0 + \psi_k$

$$\begin{aligned}tg(\psi_0 + \psi_k) &= 0,0000018 \quad \text{oder} \quad \psi_0 + \psi_k \cong 0 \quad \text{für den Fall I} \\ &= 0,0000025 \quad \text{oder} \quad \cong 0 \quad \text{für den Fall II} \\ &= 0,000083 \quad \text{oder} \quad = 0,29' \quad \text{für den Fall III}\end{aligned}$$

Durch eine einfache Rechenoperation sind nun die Faktoren C_0 , C_k , ψ_0 und ψ_k bestimmbar und wir erhalten schliesslich

$$\begin{aligned}\psi_0 &= - 0,05' \quad \text{und} \quad \psi_k = + 0,05' \quad \text{für den Fall I} \\ \psi_0 &= - 0,25' \quad \text{und} \quad \psi_k = + 0,25' \quad \text{für den Fall II} \\ \psi_0 &= - 19,86' \quad \text{und} \quad \psi_k = + 20,14' \quad \text{für den Fall III}\end{aligned}$$

und ebenso

$$\begin{aligned}C_0 &= 28,032 \quad \text{und} \quad C_k = 0,035715 \quad \text{für den Fall I} \\ C_0 &= 28,012 \quad \text{und} \quad C_k = 0,035729 \quad \text{für den Fall II} \\ C_0 &= 28,073 \quad \text{und} \quad C_k = 0,035668 \quad \text{für den Fall III}\end{aligned}$$

Aus diesen Werten ersehen wir bereits, dass die beiden Transformatoren I und II mit Scheibenwicklung ganz bedeutend günstigere Verhältnisse ergeben als Transformator III mit Zylinderwicklung. Die Folge davon wird aber sein, dass sich Transformatoren mit Scheibenwicklung stets besser für den Parallelbetrieb eignen, als solche mit Zylinderwicklung und der gemischte Betrieb deshalb immer unbefriedigende Resultate ergeben wird, wenn sie nicht auf einander abgestimmt werden.

Für die weitere Nachrechnung sind noch die beiden Komponenten von C_0 erforderlich und wir erhalten hierfür

$$\begin{aligned} c_{\alpha 0} &= C_0 \cos \psi_0 = 28,032 \quad \text{für den Fall I} \\ &= 28,012 \quad \text{für den Fall II} \\ &= 28,0725 \quad \text{für den Fall III} \end{aligned}$$

und ebenso

$$\begin{aligned} c_{\beta 0} &= C_0 \sin \psi_0 = -0,0004065 \quad \text{für den Fall I} \\ &= -0,0020308 \quad \text{für den Fall II} \\ &= -0,161644 \quad \text{für den Fall III} \end{aligned}$$

Für die weitere Untersuchung setzen wir fest, dass für den Parallelbetrieb zuerst I mit II parallel arbeite, also beide gleichen Fabrikates sind, aber verschiedene Kurzschlussspannungen besitzen, dann

I mit III parallel arbeite, also beide verschiedenen Fabrikates sind und auch verschiedene Kurzschlussspannungen haben und zuletzt

II mit III parallel arbeite, also wieder beide verschiedenen Fabrikates sind, aber ungefähr gleiche Kurzschlussspannungen haben.

Für die Bestimmung des Vollaststromes I_{2t} beider parallel arbeitenden Transformatoren nehmen wir an, dass sekundärseitig am Verbrauchsorte die Spannung $V_2 = 380$ Volt verkettet bestehe. Logischerweise müssten wir zwar den Spannungsabfall bis zum Verbrauchsorte berechnen und aus der so ermittelten Sekundärspannung den Vollaststrom berechnen. Da uns aber nur das allgemeine Verhalten der Transformatoren interessiert, so dürfen wir diese Vereinfachung vornehmen und lassen ausserdem noch den Spannungsverlust der Leitung ausser Betracht.

Unter dieser Voraussetzung wird dann der sekundäre Vollaststrom $I_{2t} = 455,8$ und bei obiger Sekundärspannung die Belastungsimpedanz $Z_{2t} = 0,4813$ Ohm. Aus den Leerlaufkonstanten und ihren Komponenten ergibt sich dann aus Gleichungen (32 a–c) die Ausgleichskonstante mit ihren Komponenten.

Die Komponenten sind:

$$\begin{aligned} c_{\alpha A} &= +0,02 \quad \text{und} \quad c_{\beta A} = -0,0016244 \quad \text{für I – II} \\ &= -0,0405 \quad \text{und} \quad = -0,161238 \quad \text{für I – III} \\ &= -0,0605 \quad \text{und} \quad = -0,15961 \quad \text{für II – III} \end{aligned}$$

und die Ausgleichskonstante selbst

$$\begin{aligned} C_{0A} &= 0,020065 \quad \text{für I – II} \\ &= 0,16624 \quad \text{für I – III} \\ &= 0,17069 \quad \text{für II – III} \end{aligned}$$

und schliesslich wird noch für den Ausgleichswinkel φ_{0A}

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_{0A} &= -0,08122 \quad \text{oder} \quad \varphi_{0A} = -4^\circ 38,7' \quad \text{für I – II} \\ &= +3,98118 \quad \text{oder} \quad = +75^\circ 44,2' \quad \text{für I – III} \\ &= +2,63823 \quad \text{oder} \quad = +69^\circ 14,3' \quad \text{für II – III} \end{aligned}$$

Wir sehen auch hier an der Grösse des Ausgleichswinkels, dass für die Parallelschaltung mit Zylinder-Scheibenwicklung die Verhältnisse in bezug auf die Lastaufteilung sehr ungünstig werden müssen. Diese Erscheinung kommt namentlich daher, dass bei der Zylinderwicklung beide Wicklungsseiten stets stark unsymmetrisch zu einander sein müssen, weil die Primärwicklung stets über der Sekundärwicklung angeordnet wird. Für Parallelschaltungs-Transformatoren sollten aus diesem

Grunde, wenn nicht die Spannungsverhältnisse hindernd im Wege stehen, stets Scheibenwicklungen zur Anwendung gelangen, weil diese unter sonst gleichen Verhältnissen die kleineren Ausgleichströme liefern.

Mit diesen Konstanten berechnen wir nun zum Schlusse aus Gleichung (33), (34) und (35) die Impedanzen Z_a , Z_b und Z_{kt} und die Verhältnisse der Teilströme und erhalten die Werte der Tabelle II.

Tragen wir diese Werte noch in Prozenten des sekundären Vollaststromes auf, so erhalten wir die Teilstromkurven als Funktion der sekundären Phasenverschiebung, die gleichzeitig auch den Lastaufteilungskurven entsprechen. In Fig. 12 sind diese Kurven wiedergegeben.

Wie diese Kurven zeigen, liefert diese Nachrechnung ein recht interessantes Resultat,

und wir wollen deshalb das Ergebnis etwas genauer analysieren.

Wir betrachten zuerst den Fall, bei welchem Transformator I mit II zusammen arbeitet. Nach früherem sind beide Transformatoren gleichen Fabrikates, jedoch besitzt Transformator I 3,7 % Kurzschlussspannung, Transformator II nur 3,2 %. Am auffallendsten tritt hier die Erscheinung hervor, dass die Lastaufteilung fast unabhängig von der Grösse der sekundären Phasenverschiebung ist, was eine Folge einmal der sehr kleinen Ausgleichkonstanten und zweitens des verschwindend kleinen Ausgleichwinkels ist.

Da bei beiden Transformatoren fast die gleichen Leerlaufkonstanten bestehen, so ist bei der Parallelschaltung beider der Einfluss der Kurzschlussspannungen vorherrschend, wodurch der Transformator I mit der grösseren Kurzschlussspannung auch die kleinere Last übernimmt.

Im Mittel beträgt die Ueberlastung von Transformator II 4 %, was nach allen praktischen Betriebserfahrungen noch durchaus als zulässig zu bezeichnen ist und damit die These von Vidmar in bezug auf einen Unterschied von 15 % in der Grösse der Kurzschlussspannungen bestätigt wird, denn hier beträgt der Unterschied zwischen 3,7 und 3,2 % ungefähr 15 %.

Betrachten wir ferner die zweite Parallelschaltung, wobei Transformator I mit III parallel geschaltet ist, so finden wir hier völlig veränderte Verhältnisse.

In diesem Falle ist der Einfluss der Ausgleichkonstanten und des Ausgleichwinkels nicht mehr verschwindend klein, sondern so gross, dass die Lastaufteilung sehr stark von der Grösse der sekundären Phasenverschiebung abhängig wird. Auch hier haben wir einen 15prozentigen Unterschied in den Kurzschlussspannungen, der gleichzeitig noch in der gleichen Richtung durch die schlechten Leerlaufverhältnisse des anderen Transformators unterstützt wird und damit praktisch den Parallelbetrieb beider verunmöglichen. In diesem Falle nimmt derjenige Transformator mit der kleineren Kurzschlussspannung 8 % Ueberlast auf, so dass sich zwischen beiden Transformatoren ein Lastunterschied von 16 % ergibt. Das ungünstige Resultat wird durch die sekundäre Phasenverschiebung gemildert, indem mit zunehmender Phasenverschiebung die Lastaufteilung günstiger wird. Praktisch kommt jedoch diese Verbesserung schon gar nicht mehr in Betracht, weil gerade bei der meist üblichen Verschiebung die Verhältnisse nur unwesentlich geändert werden.

Teilstromkurven in Funktion der sekundären Phasenverschiebung.
Tabelle II.

Sekundäre Phasen- verschie- bung	I mit II parallel		I mit III parallel		II mit III parallel	
	$\frac{I_{2a}}{I_{2t}}$	$\frac{I_{2b}}{I_{2t}}$	$\frac{I_{2a}}{I_{2t}}$	$\frac{I_{2b}}{I_{2t}}$	$\frac{I_{2a}}{I_{2t}}$	$\frac{I_{2b}}{I_{2t}}$
0°	0,4626	0,5374	0,4203	0,5797	0,45115	0,54885
15°	0,4614	0,5386	0,4233	0,5767	0,45349	0,54651
30°	0,4606	0,5394	0,42821	0,57179	0,45922	0,54078
45°	0,4598	0,5402	0,43618	0,56382	0,4706	0,5294
60°	0,4594	0,5406	0,44601	0,55399	0,4785	0,5215
75°	0,4547	0,5453	0,45694	0,54306	0,49053	0,50947
90°	0,45983	0,54017	0,46817	0,53183	0,5029	0,4971

Wir können aus diesen beiden Fällen ersehen, wie notwendig die Heranziehung der Leerlaufverhältnisse für die Beurteilung einer Parallelschaltung ist und dass mittels den Kurzschlussspannungen allein eine praktisch einwandfreie Beurteilung überhaupt nicht möglich ist. Gehen wir der Hauptursache der schlechten Verhältnisse nach, so finden wir, dass diese durch die unzweckmässige Verteilung der verschiedenen Einflüsse auf beide Transformatoren hervorgerufen wurde. Um praktisch brauchbare Verhältnisse zu erlangen, müsste der Transformator I mit Scheibenwicklung eine kleinere Kurzschlussspannung erhalten als Transformator III mit Zylinderwicklung, um die ungünstigeren Leerlaufverhältnisse des letzteren zu kompensieren. Dies kann allerdings nur auf Kosten eines Ausgleichstromes erfolgen, da bei der Parallelschaltung zweier Transformatoren mit Zylinder- und Scheibenwicklung Ausgleichströme nie zu vermeiden sind.

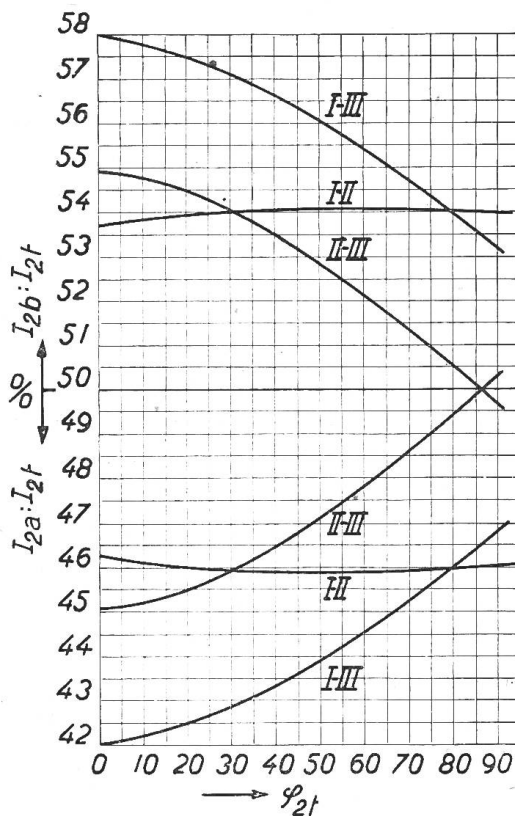


Fig. 12

Zum Schlusse betrachten wir noch die Parallelschaltung der Transformatoren II und III. Beide Transformatoren besitzen gleiche Kurzschlussspannungen, jedoch ist der eine mit Zylinderwicklung und der andere mit Scheibenwicklung ausgeführt und sind verschiedenen Fabrikates.

Aus diesem Grunde muss die Lastaufteilungskurve ähnlich wie die vorhergehende verlaufen. Die Verhältnisse sind bessere geworden, aber bei kleinen Phasenverschiebungen immer noch schlechter als im ersten Falle, indem hier bei gleichen Kurzschlussspannungen die Ueberlastung des einen Transformators fast 5 % ausmacht. Trotz Einhaltung der Bedingung gleicher Kurzschlussspannungen gelangen wir in diesem Falle bis nahe an die äusserst zulässige Grenze in der Lastaufteilung und wir sehen hierbei, wie sinnlos es ist, nur allein auf die Kurzschlussspannungen abzustellen, wenn die Leerlaufverhältnisse ganz vernachlässigt werden. In solchen Fällen werden in der Praxis auch die meisten Fehler begangen, indem die Verhältnisse gedankenlos behandelt werden, ohne sich über die bestehenden Tatsachen Rechenschaft zu geben.

Im vorliegenden Falle müssten die Verhältnisse aufeinander abgestimmt werden,

indem der Scheibentransformator eine niederere Kurzschlussspannung erhält, als der an sich schlechtere Zylindertransformator, wodurch ein Ausgleich der Lastaufteilung erreicht würde. Der hierbei auftretende Ausgleichstrom kann bei einer sinn gemässen Abstimmung auf ein Minimum beschränkt werden.

Es wäre nun noch ein vierter Fall zu untersuchen, nämlich der, wenn zwei Transformatoren gleichen Fabrikates mit Zylinderwicklung, aber verschiedener Kurzschlussspannungen parallel geschaltet werden. Offenbar ergeben sich in diesem Falle ähnliche Verhältnisse wie bei der Parallelschaltung von I und II mit dem Unterschiede, dass sich hierbei eine grössere Abhängigkeit von der sekundären Phasenverschiebung zeigt. Diese Erscheinung findet ihre Erklärung darin, dass infolge der starken Unsymmetrie bei Zylinderwicklungen verhältnismässig kleine Veränderungen in den Winkeln grosse Abweichungen in der Lastaufteilung bewirken. Der Zylindertransformator ist für den Parallelbetrieb gerade wegen dieser Unsymmetrie viel zu empfindlich und birgt eine stete Gefahr in sich, durch zu grosse Ausgleichströme den Parallelbetrieb zu gefährden.

Bei Synchronmaschinen haben wir übrigens ähnliche Verhältnisse beim Parallelbetrieb, die zum grössten Teil theoretisch und praktisch abgeklärt sind. Beim Parallelbetrieb von Transformatoren scheinen jedoch diese Erscheinungen bisher unbeachtet geblieben zu sein, obschon vielleicht eine grosse Zahl von Transformatordefekten hierauf zurückzuführen sind, die bei Berücksichtigung der erwähnten Tatsachen hätten vermieden werden können.

Wir haben bei allen bisherigen Untersuchungen stillschweigend vorausgesetzt, dass die parallel zu schaltenden Transformatoren sekundär direkt ohne zwischenliegende längere Leitung parallel geschaltet sind.

In der Praxis kann aber auch der Fall eintreten, dass zwischen beiden eine längere Leitung liegt und es fragt sich, was in diesem Falle geschehen wird.

In erster Linie ist die Gefahr der Ausgleichströme eine viel kleinere, weil die Impedanz der Zwischenleitung einen günstigen Ausgleich bewirkt. Ferner können auftretende Verschiebungen zwischen den massgebenden Spannungen und Strömen nicht mehr voll zur Geltung kommen, weil auch hier die Zwischenleitung einen Ausgleich herbeiführt.

Im allgemeinen werden sich deshalb bei der Parallelschaltung mit Zwischenleitung wesentliche Unterschiede zwischen Zylinder- und Scheibentransformatoren nicht mehr so leicht bemerkbar machen, da durch die Leitung ein natürlicher Ausgleich geschaffen ist.

Zum Schlusse müssen wir nun noch kurz auf den Einfluss einer unsymmetrischen Phasenbelastung zurückkommen.

Ist bei einem Dreiphasen-Sternsystem kein Nulleiter vorhanden, so wissen wir, dass eine ungleiche Phasenbelastung stets an den schwächer belasteten Phasen eine Spannungserhöhung hervorruft. Ist ein Nulleiter vorhanden, so wird diese Zusatzspannung einen Strom im Nulleiter bewirken, denn der Nulleiterstrom sucht die Verhältnisse wieder auszugleichen. Schalten wir nun aber zwei Transformatoren mit ungleicher Phasenbelastung parallel, so werden sich naturgemäss in den verschiedenen Phasen verschieden grosse Ausgleichströme einstellen und eine stärkere Verzerrung des Spannungsdreieckes bewirken. Die Folge davon wird sein, dass wir entsprechend den verschiedenen Phasenbelastungen auch eine verschieden grosse Ueberlastung durch Ausgleichströme haben.

Im übrigen übernimmt der Nulleiter den nötigen Ausgleich.

Analytisch sind die Verhältnisse etwas schwieriger zu behandeln und ergeben auch keine nennenswerten neuen Resultate, so dass es keinen Zweck hätte, diese Untersuchung durchzuführen.

Quelques notes à propos d'un nouveau condensateur électrique.

Par Ch. Marmy, ingénieur, Fribourg.¹⁾

Der Verfasser beschreibt einen neuen Kondensator bestehend aus Zellonbändern (ein Zelluloid-ähnliches aber unverbrennbares Material), auf welche mittels eines chemischen Verfahrens die Elektroden, statt anliegend, aufgetragen werden. Da die Kapazität dieses Kondensators genau abgestimmt werden kann, kann derselbe nicht nur in Parallelschaltung, sondern auch in Serieschaltung mit anderen zu Batterien vereinigt werden.

L'auteur décrit un nouveau condensateur, dans lequel le diélectrique est formé par des bandes en „cellon“ (matière analogue au celluloïde, mais incombustible), sur lesquelles on applique des électrodes au moyen d'un procédé chimique qui évite tout intervalle d'air.

La capacité de ce condensateur pouvant être ajustée très exactement, il est possible de constituer, par des groupements en série et sans qu'il en résulte un inconvénient, des batteries pouvant résister à toutes les tensions.

On sait qu'un condensateur est constitué par un isolant appelé diélectrique, recouvert sur chacune de ses faces d'une surface conductrice appelée armature.

¹⁾ Communication faite à l'assemblée générale extraordinaire de l'A. S. E. du 16 décembre 1922. Pour la discussion voir le procès-verbal, page 70 du présent bulletin.