

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band: 14 (1923)
Heft: 6

Artikel: Festigkeitsversuche an Holzgestängen
Autor: Häusler, W.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1060381>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Festigkeitsversuche an Holzgestängen.

Bericht an die Obertelegraphendirektion, Bern

erstattet von W. Häusler, Bern.

Mit Rücksicht auf die in Revision begriffenen bundesrätlichen Schwachstromvorschriften von 1908 sind eine Reihe von Festigkeitsversuchen an Holzgestängen durch die Obertelegraphendirektion ausgeführt worden, über die in den folgenden Bulletinausgaben berichtet wird. Diese Versuche ergaben bei einseitig eingespannten Einfachmasten mit der Rechnung gut übereinstimmende Resultate; dagegen kann bei einseitig eingespannten Kuppelmasten, auch bei guter Verkuppelung derselben, nur bei kleinen Spitzenzügen mit einer wesentlichen Vergrößerung des Trägheitsmomentes gegenüber demjenigen von zwei ungekuppelten Stangen gleicher Dimensionen gerechnet werden.

Dans le bulletin présent et dans les suivants l'auteur rend compte d'une série d'essais que la direction générale des télégraphes a fait entreprendre sur des poteaux en bois en vue de la revision des prescriptions fédérales de 1908. En ce qui concerne les poteaux simples les résultats d'essai concordent avec les calculs.

Il en est de même pour deux poteaux accolés, tant que la traction est très faible. Plus la traction au sommet augmente, plus le moment d'inertie des deux poteaux accolés s'approche de celui de deux poteaux isolés.

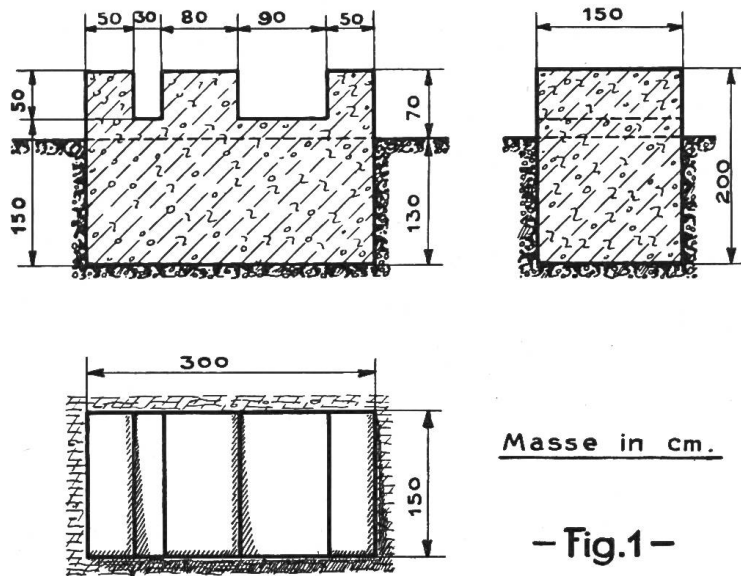
A. Erste Versuchsserie in Ostermundigen.

Um gewisse Fragen betreffend Berechnung der hölzernen Tragwerke abzuklären und die Ergebnisse bei der kommenden Revision der Schwachstromvorschriften verwerten zu können, drängte sich die Durchführung von Festigkeitsversuchen an Holzstangen immer mehr auf. Es handelte sich darum, erstens einmal die reine Gestängefestigkeit mit möglichst vollständiger Einspannung zu ermitteln und zweitens das Verhalten der Stützpunkte mit den gegenwärtig üblichen Bodenbefestigungen an bestehenden, zum Abbruch bestimmten Leitungsanlagen festzustellen.

Zur Erhaltung der Tragwerkfestigkeit, ohne Einfluss der Eingrabung in die Erde, musste zuerst eine Versuchsanordnung mit einem armierten Betonblock geschaffen werden. Das Versuchsprojekt stützte sich auf folgende Annahmen: Die Festigkeitsproben werden mit 9 m Stangen, einer Einspannlänge von 1,5 m und einem Stangendurchmesser an der Einspannstelle von zirka 18 cm ausgeführt. Das Biegemoment, das den Stangenbruch herbeiführen wird, beträgt $M_b = 480 \frac{\pi 18^3}{32} = 2745,6 \text{ mkg}$. Bei einem Krafthebelarm von $l = 700 \text{ cm}$ ergibt sich die horizontale Zugkraft P beim Bruch zu zirka 400 kg. Für Kuppel- und Doppelstangen wird P zirka 2000 kg und das grösste zu erwartende Biegemoment $M_{max.} = 2000 \left(700 + \frac{1,5}{2} \right) = 15\,500 \text{ mkg}$. Das Widerstandsmoment des in der Erde sich befindlichen Teiles des Betonblockes ist $W = \frac{b h^2}{6} = \frac{130 \cdot 300^2}{6} = 1\,950\,000 \text{ cm}^3$. Die grösste Kantenpressung erhalten wir nach der Biegleichung zu $\sigma_{max.} = \frac{15\,500 \cdot 100}{1\,950\,000} = 0,8 \text{ kg/cm}^2$. Sie wird bei Vernachlässigung der Reibung und der seitlichen Einspannung noch kleiner. Der Einspannungssockel kann daher als eingespannt betrachtet werden. Die grösste Betonrandspannung, hervorgerufen durch die Holzstangen bei Zwischenlage von 10 cm breiten Brettern hat folgenden Wert: $\sigma = \frac{6 \cdot 15\,500 \cdot 100}{150^2} = 41 \text{ kg/cm}^2$, was zulässig ist. Die gefährdeten Betonquerschnitte müssen aber armiert werden, um die von der Biegebbeanspruchung herrührenden Zugspannungen des Betons aufzunehmen. Als Armierung wurden alte Eisenkonstruktionen verwendet.

Nachdem die Grössenverhältnisse der Versuchsanordnung (siehe Fig. 1) bestimmt waren, konnte auch der nötige Platz im Hofe des Zentralmagazins in Ostermundigen ausfindig gemacht werden. Als fixer Befestigungspunkt des Zugseiles diente eine in das Fundamentmauerwerk eines Magazingebäudes mit Zement eingegossene Ankerschraube. Zur Ausübung des nötigen Zuges wurde eine schwere Kabeleinzugswinde

verwendet, die direkt auf den Erdboden gesetzt war. Die Verankerung derselben geschah mittels Eigengewicht, Reibung und nötigenfalls Kettenbefestigung. Die Seiltrommel samt Winde musste an Ort und Stelle so placiert werden, dass das über eine Rolle geschlungene Seilende parallel zum Zugseil lief. Die Seilverbindungen bestanden aus eisernen S-Haken und Oesen. Das zur Verfügung gestellte Dynamometer, mit einer Teilung von 250 bis 2000 kg, konnte bei Einschaltung einer losen Rolle für Züge bis 4000 kg Verwendung finden. Um gleichartiges Holzmaterial zu erhalten, bezog man sämtliche Stangen, die unter sich möglichst dieselben Dimensionen aufwiesen und im Jahre 1918 zur Imprägnierung gelangt waren, vom gleichen Lager. Nach Vorbereitung der verschiedenen Tragwerkstrukturen konnte mit der Durchführung der Versuche an Stangen mit vollkommener Einspannung am 1. Juni 1922 begonnen werden. Die Festklemmung der Holzmasse in den Nuten des Sockels



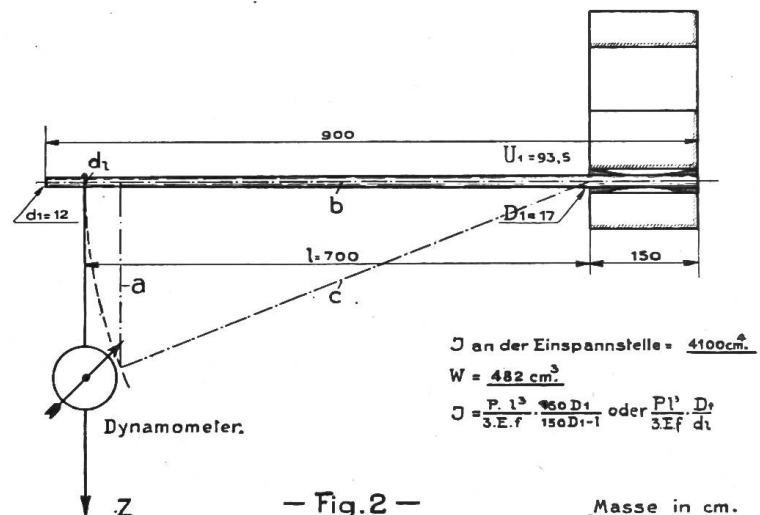
— Fig. 1 —

geschah durch Zwischenlegen von Brettern oder Balken und nachheriges Einschlagen von harthölzernen Keilen, deren Länge zirka 50 cm betrug. Um bei der Ausbiegung der Versuchsobjekte die Reibung zwischen Stange und Unterlage auf ein Minimum zu reduzieren, wurden Gasrohrstücke dazwischen gelegt. Die bei den Versuchen beobachteten Grössen sind in den folgenden Tabellen eingetragen, welchen die betreffende Tragwerkskizze beigelegt ist.

Versuch No. 1.

Dieser Versuch gelangte an einer einfachen Stange zur Ausführung. Die Ergebnisse sollten zum Vergleich mit denjenigen kombinierter Stangen dienen (siehe Fig. 2).

Die Resultate des Versuches No. 1 sind sehr ungenau und zu Vergleichszwecken fast unbrauchbar. Einmal sind die Angaben des Dynamometers im untern Bereich unrichtig und zweitens nimmt der Elastizitätsmodul des verwendeten Holzes von Beobachtung No. 15 an sehr rasch ab. Diese Abnahme ist aus den Kurven der Fig. 3 deutlich zu erkennen. Für einen bestimmten Querschnitt ist das erstere unveränderlich, also eine gerade Linie, während die Durchbiegungen den Zugkräften direkt proportional sind. Die Zugkräfte sind mit einer innerhalb der Proportionalitätsgrenze gleichbleibenden Grösse zu multiplizieren. Sie sind durch eine Gleichung von der Form $y = mx$ ausgedrückt und stellen somit eine durch den Anfangspunkt der Koordinaten gehende Gerade dar.



— Fig. 2 —

$$J \text{ an der Einspannstelle} = 4100 \text{ cm}^4$$

$$W = 482 \text{ cm}^3$$

$$J = \frac{P \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot f} \cdot \frac{960 \cdot D_1}{150 \cdot D_1 - 1} \text{ oder } \frac{P \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot f} \cdot \frac{D_1}{d_1}$$

Tabelle I

Beobachtungen				Berechnungen							
No.	Zug am Dynamo- meter kg	Aus- biegung cm	Bemerkun- gen	Korrigierter Krafthebel- arm $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ cm	Trägheits- moment $J = \frac{P l^3}{3 E f}$ Formel für konstanten Querschnitt cm ⁴	Trägheits- moment $J = \frac{P l^3 D_1}{3 E f d l}$ mit Berück- sichtig. der Verjüngung cm ⁴	Zugkraft aus J und f berechnet $P = \frac{3 f E J d l}{l^3 D_1}$ kg	Biegungs- moment $P \cdot l$ kg/cm cmkg	Beanspru- chung des Holzes kg/cm ²	Elastizitäts- modul E $E = \frac{P l^3 D_1}{3 J f d l}$ kg/cm ²	Elastizitäts- modul E nach Eich- kurve korri- giert kg/cm ²
1	250	51,5	Dynamometer ungenau	698	5560	7660	—	—	—	1,85 10 ⁵	0,74 10 ⁵
2	0	2		700	—	—	—	—	—	—	—
3	250	44		699	6460	8900	—	—	—	2,17 10 ⁵	0,87 10 ⁵
4	0	2		700	—	—	—	—	—	—	—
5	250	44		699	6460	8900	—	—	—	2,17 10 ⁵	0,87 10 ⁵
6	300	55,7		698	6100	8410	—	—	—	2,05 10 ⁵	1,06 10 ⁵
7	350	85		696	4680	6410	—	—	—	1,56 10 ⁵	0,91 10 ⁵
8	0	4		700	—	—	—	—	—	—	—
9	250	46		699	6180	8540	—	—	—	2,08 10 ⁵	0,83 10 ⁵
10	310	69,5	Dynamometer ungenau Entlastet	697	5400	7450	—	—	—	1,69 10 ⁵	0,90 10 ⁵
11	355	88		694	4500	6210	—	—	—	1,51 10 ⁵	0,89 10 ⁵
12	375	103		693	3960	5460	—	—	—	1,36 10 ⁵	0,83 10 ⁵
13	0	8,5		700	—	—	—	—	—	—	—
14	250	76		696	3700	5100	200	174 000	360	1,24 10 ⁵	0,49 10 ⁵
15	375	122		689	3350	4620	332	254 000	527	1,13 10 ⁵	0,69 10 ⁵
16	400	136		687	3180	4390	374	275 000	570	1,07 10 ⁵	0,68 10 ⁵
17	425	152		683	2960	4080	425	290 000	600	1,00 10 ⁵	0,66 10 ⁵
18	450/425	172	Fängt an zu fließen	679	2730	3770	490	305 000	633	0,92 10 ⁵	0,62 10 ⁵
19	450	185		675	2490	3440	536	304 000	631	0,84 10 ⁵	0,57 10 ⁵
20	475/450	205		670	2320	3200	610	318 000	660	0,78 10 ⁵	0,54 10 ⁵
21	500/475	228		662	2120	2920	700	330 000	685	0,71 10 ⁵	0,50 10 ⁵
22	500	250	Bruch an der Einspannstelle	654	1860	2560	800	327 000	680	0,62 10 ⁵	0,44 10 ⁵

Wenn wir nun annehmen, die beobachteten Ausbiegungen seien richtig, so bestimmt sich die am Hebelarm l wirkende Kraft P aus der Durchbiegungsformel $f = \frac{Pl^3}{3EJ}$, da J aus den Stangendimensionen an der Einspannstelle berechnet werden kann. Diese Formel ist aber nur für konstanten Querschnitt gültig, eine Voraussetzung, die beim Stangenmaterial nicht zutrifft. Untersuchen wir nun den Einfluss der Querschnittsverjüngung auf die Ausbiegungen.

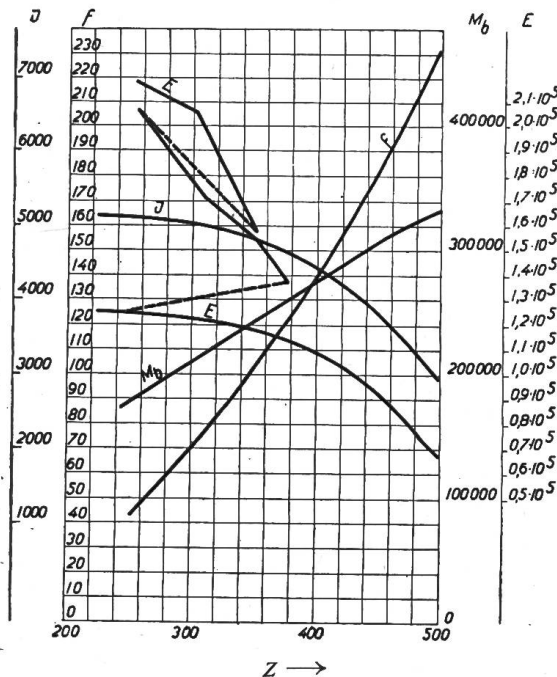


Fig. 3

E = Elastizitätsmodul, kg/cm²,
 f = Ausbiegung, cm,
 M_b = Biegemoment, cmkg,
 Z = Einseitiger Zug in kg,
 J = Trägheitsmoment, cm⁴.

Die Differentialgleichung der elastischen Linie hat allgemein folgenden Wert:

$$\frac{dy^2}{dx^2} = \frac{M}{EJ} \quad (1)$$

M = Biegemoment,

E = Elastizitätsmodul,

J = Trägheitsmoment.

Für unsern Fall ist J nicht mehr konstant, sondern ändert mit der Länge x , und zwar setzen wir stetige und proportionale Abnahme voraus.

Es verhalten sich nun

$$\frac{l}{D_1 - d_1} = \frac{l - x}{D_1 - d_1};$$

daraus folgt

$$dx = \frac{(l - x)(D_1 - d_1)}{l} + d_1 = D_1 - x \frac{(D_1 - d_1)}{l} = D_1 - \frac{x}{\frac{l}{D_1 - d_1}}.$$

Nach den im Pflichtenheft für imprägnierte Holzstangen vorgeschriebenen Dimensionen wird $\frac{l}{D_1 - d_1} \cong 150$, somit $dx = D_1 - \frac{x}{150}$, d. h. auf 150 cm Länge nimmt der Stangendurchmesser im Mittel um 1 cm ab. Das Trägheitsmoment ergibt

sich zu $Jx = \frac{\pi \left(D_1 - \frac{x}{150}\right)^4}{64}$ und das Biegemoment für einen beliebigen Querschnitt im Abstände x lautet $M_x = P(l - x)$. Wir erhalten nach Einsetzen dieser Werte in Gleichung (1)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{P(l - x)}{E \frac{\pi \left(D_1 - \frac{x}{150}\right)^4}{64}}$$

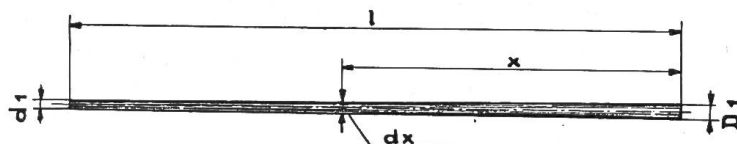
Durch zweimalige Integration ergibt sich die Gleichung der Biegelinie zu

$$J = \frac{PD_1 x^2}{6EJ} \left[\frac{(3l - x)D_1 - \frac{2lx}{150}}{\left(D_1 - \frac{x}{150}\right)^2} \right] = \frac{PD_1 x^2}{6EJ} \left[\frac{(3lD_1 - x(3D_1 - 2d_1))}{\left(D_1 - \frac{x(D_1 - d_1)}{l}\right)^2} \right]$$

und die maximale Durchbiegung für $x = l$

$$f = \frac{Pl^3}{3EJ} \left[\frac{150 D_1}{150 D_1 - l} \right] = \frac{Pl^3}{3EJ} \frac{D_1}{d_1} \text{ cm,}$$

wobei J das konstante Trägheitsmoment an der Einspannstelle bedeutet, während D und d die zu l gehörenden Enddurchmesser darstellen.



— Fig 4 —

Der Klammerausdruck nimmt beim Versuchsobjekt den Wert 1,38 an, d. h. die Ausbiegungen der Stangen aus der Formel für konstantes J berechnet, müssen um 38 % erhöht werden. Die mit obiger Gleichung berechneten Zugkräfte P sind aus der Tabelle ersichtlich und zeigen, dass mit

einem unveränderlichen E viel zu grosse Werte erhalten werden. Die Randspannung würde bei Bruch etwa auf $\frac{800 \cdot 654}{482} \sim 1100 \text{ kg/cm}^2$ steigen, was für Holz zu gross ist.

Die elastische Formänderung durch die Schubkraft bestimmt sich aus folgender Gleichung

$$f_s = \frac{13}{5} \frac{PlS}{EJb} \text{ cm,}$$

wobei S das statische Moment des halben Querschnittes, bezogen auf die neutrale Achse ist und b die Breite des Querschnittes in der neutralen Achse. Bei Einsetzung dieser Werte wird

$$f_s = \frac{13}{20} \frac{Pl}{3EJ} D_1^2.$$

Das Verhältnis der beiden Durchbiegungen, hervorgerufen einerseits durch ein Biegemoment und andererseits durch eine Schwerkraft, beträgt

$$\frac{f_b}{f_s} = \frac{\frac{Pl}{3EJ} l^2}{\frac{13}{20} \frac{Pl}{3EJ} D_1^2} = 1,54 \frac{l^2}{D_1^2}.$$

Für $l = 700 \text{ cm}$ und $D_1 = 20 \text{ cm}$ wird $\frac{f_b}{f_s} = 1885$, d. h. die durch eine Schubkraft erzeugte Ausbiegung ist in unserem Fall 1885 mal kleiner als die durch ein Biegemoment verursachte, und es kann daher deren Einfluss auf die Versuchsergebnisse vernachlässigt werden.

Es ist nun anzunehmen, dass die Ungenauigkeit der Dynamometerangaben auf die berechneten Werte den kleinern Einfluss haben, als die Abnahme des Elektrizitätsmoduls. In der Gleichung für $E = \frac{Pl^3}{3fJ} \frac{D_1}{d_1}$ sind l , d_1 , f und D_1 direkt gemessen worden, so dass ein etwaiger Fehler nur bei P , also beim Zug-Messinstrument zu suchen ist. Aus den berechneten Werten von E , die von $2,18 \cdot 10^5$

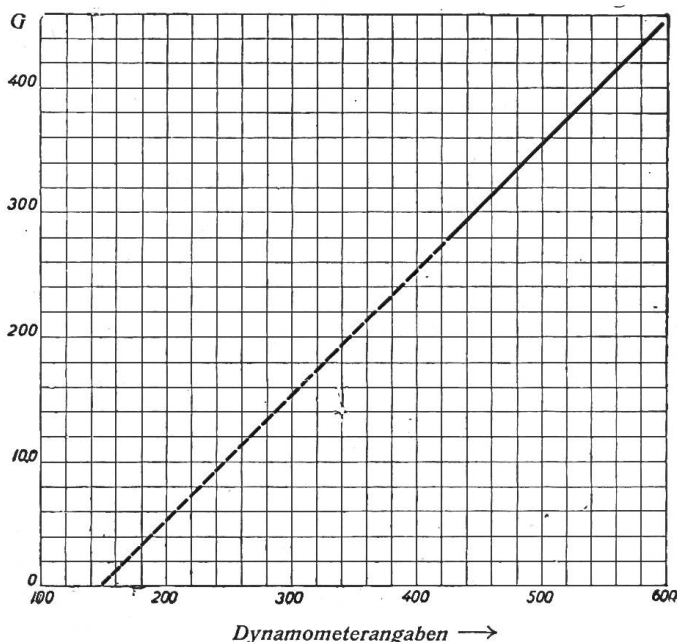


Fig. 5

Eichkurve des Dynamometers.

bis $0,62 \cdot 10^5$ variieren, ist klar ersichtlich, dass das Dynamometer zu grosse Züge anzeigt; denn das mittlere Elastizitätsmass für Holz beträgt nur $1,0 \cdot 10^5 - 1,08 \cdot 10^5$ kg/cm². Die beobachteten Mängel des verwendeten Messinstrumentes werden also durch die Rechnung bestätigt.

Nach Beendigung des Versuches wurde das Dynamometer neu geeicht. Die Ergebnisse sind aus Tabelle II ersichtlich.

Tabelle II

No.	Gewichtsbelastung in kg	Dynamometer-Angaben	Faktor, mit welchem die Dynamometer-Angaben zu multiplizieren sind
1	290	435	0,67
2	344	492	0,7
3	397	536	0,74
4	442	587	0,75

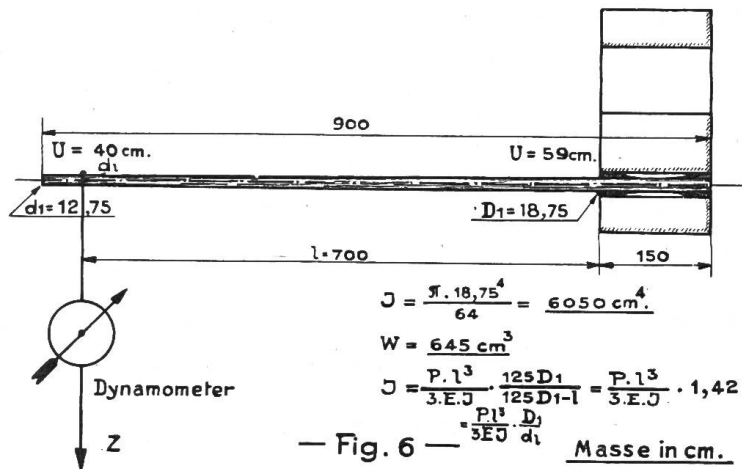
Tabelle III

No.	Zug am Dynamometer kg	Ausbiegung in cm	Bemerkungen	Korrigierter Krafthebelarm $b = \frac{1}{\sqrt{c^2 - a^2}}$ cm	Trägheitsmoment für konstanten Querschnitt $J = \frac{P l^3}{3 E f}$ cm ⁴	Trägheitsmoment mit Berücksichtigung der Verjüngung $J = \frac{P l^3 D_1}{3 E f d l}$ cm ⁴	Biegemoment $P l$ cmkg	Randspannung $k_b = \frac{M}{W}$ kg/cm ²	$E = \frac{P l^3 D_1}{3 f J d l}$ kg/cm ²
1	145	72,5	Zeiger unbewegl. Dynamometer zeigt falsch	—	—	—	—	—	—
2	250	123,0		—	—	—	—	—	—
3	0	11,0		—	—	—	—	—	—
4	100	12,0	Neues Dynamometer v. B. K. W.	700	9540	13500	70 000	108	$2,2 \cdot 10^5$
5	150	38,5		699	4430	6290	104 900	162	$1,01 \cdot 10^5$
6	200	55,0		698	4120	5850	139 800	216	$0,97 \cdot 10^5$
7	250	68,0		697	4150	5890	174 200	270	$0,97 \cdot 10^5$
8	300	81,0	Entlastet	695	4145	5880	208 500	323	$0,97 \cdot 10^5$
9	0	5,0		700	—	—	—	—	—
10	300	80,5		695	4170	5920	208 500	323	$0,98 \cdot 10^5$
11	350	95,0	Entlastet	693	4090	5800	242 100	376	$0,96 \cdot 10^5$
12	410	108,5		692	4170	5920	284 000	440	$0,98 \cdot 10^5$
13	0	7,0		700	—	—	—	—	—
14	400	104,0		693	4260	6050	277 000	430	$1,00 \cdot 10^5$
15	450	115,0	Fängt an zu fließen	690	4290	6090	310 200	482	$1,00 \cdot 10^5$
16	500	128,5		688	4210	5960	344 000	534	$0,99 \cdot 10^5$
17	550	150,0		684	3920	5560	376 000	583	$0,92 \cdot 10^5$
18	590	—	Bruch an der Einspannstelle	684	—	—	401 000	618	—

Versuch No. 2.

Um einwandfreiere Versuchsergebnisse zu erhalten, kam bei Versuch No. 2 die gleiche Anordnung wie bei dem eben beschriebenen zur Anwendung. Wie aus Beobachtung No. 2 ersichtlich ist, machte diese Neueichung das Instrument nicht wieder gebrauchsfähig. Der Bruch der Stange und die daherige plötzliche Entlastung des Zugmessers hatten die Zeigerübersetzung desselben wahrscheinlich gestört. Deshalb können obige Faktoren auch nicht zur Korrektur der in Versuch No. 1 beobachteten Angaben verwendet werden, wie auch aus dem nach der Eichkurve korrigierten E ersichtlich ist. Um eine längere Unterbrechung der Versuche zu verhüten,

stellten uns die Bernischen Kraftwerke eines ihrer Dynamometer bereitwilligst zur Verfügung. Dasselbe besitzt eine gleichmässige Teilung von 0 bis 4000 kg. Entlastet zeigt es zirka 60 kg an, was an den in der Tabelle angegebenen Werten bereits in Abzug gebracht worden ist. Die Versuchssituation und die verschiedenen Massangaben sind der Fig. 6 zu entnehmen.



Aus den berechneten Werten der Tabelle III ist ersichtlich, dass dieselben mit den theoretischen Grössen ziemlich genau übereinstimmen. Dies wird aber nur erzielt, wenn die Querschnittsverjüngung nicht vernachlässigt wird. Die Richtigkeit der aus Versuch No. 1 abgeleiteten Formel für die Durchbiegungen bei stetiger Querschnittsveränderung wird dadurch bestätigt. In der graphischen Darstellung der Ver-

suchsergebnisse (Fig. 7) wird J durch eine horizontale Linie dargestellt, was dem konstanten Wert des Trägheitsmomentes eines Querschnittes entspricht. Die Ausbiegungen stellen sich als eine durch den Koordinaten-Nullpunkt gehende Gerade

dar, die im oberen Bereich eine geringe Abflachung aufweist, weil der Krafthebelarm infolge der Ausbiegungen veränderlich ist. Dasselbe ist von der Spannungs- und Momentlinie zu sagen. Das hat natürlich nur so lange seine Gültigkeit, als die Proportionalitätsgrenze des Holzes nicht überschritten wird, was übrigens in den Kurven sehr schön zum Ausdruck kommt. Dem Einfluss der Flächenänderung auf die Durchbiegungen wurde im allgemeinen durch Einsetzen des mittleren Trägheitsmomentes in der Formel für konstanten Querschnitt Rechnung getragen.

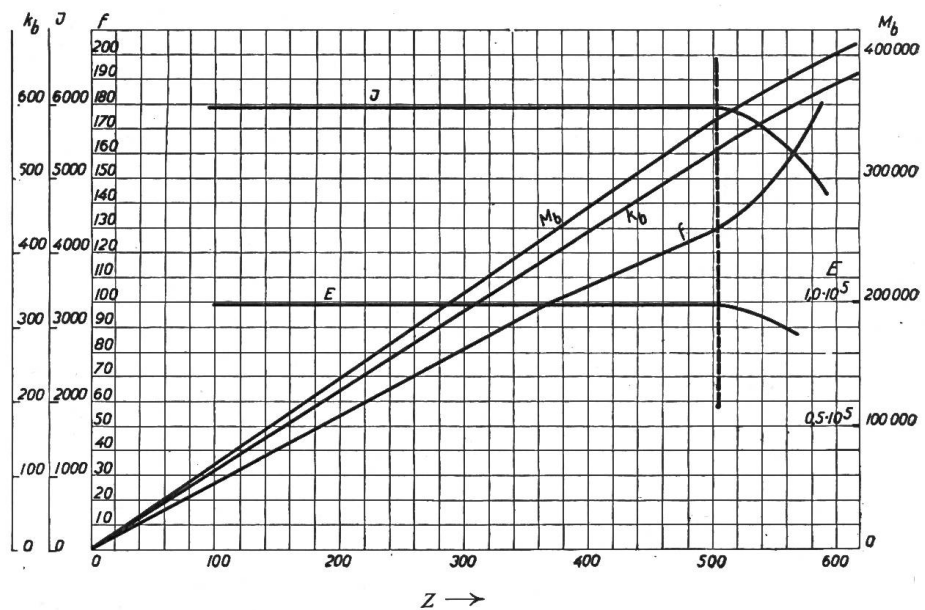


Fig. 7

J = Trägheitsmoment, cm^4 ,
 E = Elastizitätsmodul, kg/cm^2 ,
 M_b = Biegemoment, cmkg ,
 k_b = Spannungen, kg/cm^2 ,

f = Ausbiegungen, cm ,
 Z = Zug in kg ,
 ----- Beginn des Fließens.

Vergleichen wir die beiden Methoden miteinander, indem wir uns auf Beobachtung No. 14 stützen: Der mittlere Stangendurchmesser ist 15,75 cm, somit $J_m = 3200 \text{ cm}^4$ und folglich $f = \frac{400 \cdot 693^3}{3 \cdot 1,0 \cdot 10^5 \cdot 3200} = 138 \text{ cm}$, also 34 cm oder 32,5%

Tabelle IV

Beobachtungen					Berechnungen										
No.	Zug am Dy- namo- meter	Aus- biegung	Bemerkun- gen		Stan- genzug	Korrigierter Krafthebel- arm $b =$ $\sqrt{c^2 - a^2}$	Trägheits- moment $J_t =$ $\frac{P/2 l^3}{3 E f} \left(\frac{D_1}{d_{1l}} + \frac{D_2}{d_{2l}} \right)$	Vergrösse- rungs- faktor des Träg- heits- momentes einer einzelnen Stange $c = \frac{J_t}{J_m}$	Abstand der neutralen Achse $x =$ $\sqrt{\frac{2 J_t}{\pi D_m^2} - \frac{D_m^2}{16}}$	Abstand der äusser- sten Faser- schicht $x + \frac{D_m}{2}$	Wider- stands- moment $W_t =$ $\frac{J_t}{x + \frac{D_m}{2}}$	Vergrösse- rungs- faktor des Wider- stands- momentes einer ein- zelnen Stange $c_1 = \frac{W_t}{W_m}$	Biegungs- moment $P l$	Spannung $k_b = \frac{M}{W_t}$	Bemerkun- gen
	kg	cm			kg	cm	cm ⁴		cm	cm	cm ³		cmkg	kg/cm ²	
1	150	4,5	Entlastet zeigt das Dynamo- meter 100 kg an		100	700	31 500	6,7	6,7	15,5	2030	3,80	70 000	34	Proportionali- tätsgrenze
2	200	17			200	700	16 650	3,5	3,86	12,66	1315	2,46	140 000	106	
3	250	26,8			300	700	15 700	3,3	3,59	12,39	1270	2,37	210 000	165	
4	300	35			400	699	16 100	3,4	3,72	12,52	1285	2,4	279 600	217	
5	350	47			500	698	14 850	3,1	3,34	12,14	1220	2,18	349 000	286	
6	400	58,5	Verschie- bung am Kopfe mm	Verschie- bung am Fussende mm	600	698	14 400	3,06	3,21	12,01	1200	2,24	419 000	349	Entlastet
7	0	1,5			0	700	—	—	—	—	—	—	—	—	
8	400	60,6			600	697	13 850	2,95	3,03	11,83	1170	2,19	416 000	355	
9	450	72,5			700	696	13 550	2,8	2,83	11,63	1165	2,18	488 000	419	
10	500	86,0			800	695	12 900	2,75	2,68	11,48	1125	2,1	556 000	496	
11	550	100,0	5,2	25	900	693	12 400	2,6	2,49	11,29	1100	2,05	624 000	566	Diese Spannun- gen korrigieren sich nach dem am Schlusse ermittelten mittleren Ver- stärkungsfaktor
12	600	119	5,2	30	1000	690	11 400	2,4	2,02	10,82	1050	1,96	690 000	657	
13	650	133	5,6	32	1100	687	11 100	2,3	1,87	10,67	1040	1,94	756 000	728	
14	675	162	V.K. 6,0	V.F. 40	1150	681	9 200	1,96	imag.	—	—	—	784 000	—	
15	675	—	—	50	1150	681	—	—	—	—	—	—	784 000	—	
			Druckstange gespalten												
			Bruch an Einspannst.												

mehr als in Wirklichkeit. Wäre nur der Durchmesser an der Einspannstelle berücksichtigt worden, so ergäbe sich f zu 73 cm oder 31 cm etwa 30% weniger als tatsächlich beobachtet. In Fig. 8 sind die Durchbiegungen, welche nach den drei Varianten berechnet sind, graphisch dargestellt.

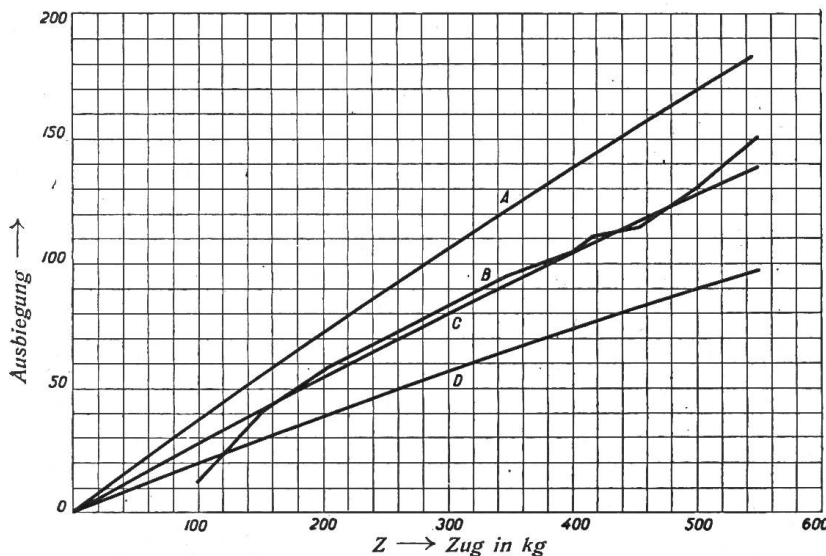


Fig. 8

A = Berechnete Durchbiegungen mit dem mittleren Trägheitsmoment $f = \frac{Pl^3}{3EJ_{\text{Mittel}}}$.

B = Beobachtete Ausbiegungen.

C = Berechnete Ausbiegungen mit Berücksichtigung der Querschnittsverjüngung $f = \frac{Pl^3}{3EJ_{\text{Fuss}}} \left(\frac{125d}{125d-l} \right)$.

D = Berechnete Durchbiegungen mit dem Trägheitsmoment am Stangenfuss $f = \frac{Pl^3}{3EJ_{\text{Fuss}}}$.

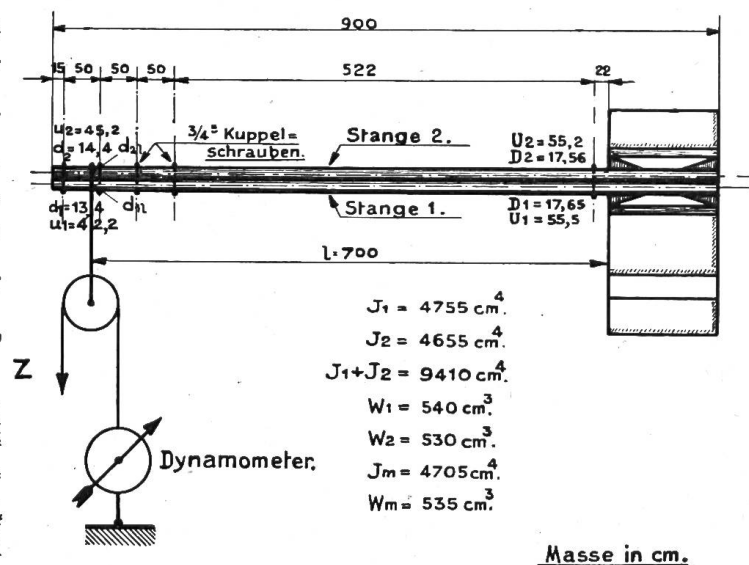
graphisch dargestellt. Daraus geht hervor, dass die Ausbiegungen, nach der Formel für veränderlichen Querschnitt ermittelt, mit den tatsächlich beobachteten gut übereinstimmen, während die beiden andern Methoden Fehler von durchschnittlich $\pm 30\%$ ergeben. Die Kenntnis der genauen Ausbiegungen spielt bei der Berechnung der einseitigen Züge in Linienrichtung eine grosse Rolle. Der übliche Wert von 480 kg/cm² Bruchbeanspruchung wird hier beträchtlich überschritten. Der bei 590 kg einseitigem Zuge erfolgte Bruch der Stange an der Einspannstelle lässt an dem Bruchquerschnitt die Zug- und Druckfasern deutlich erkennen.

Versuch No. 3.

Dieser wurde ausgeführt an einer Kuppelstange mit 5 Kuppelschrauben zu $\frac{3}{4}$ " Durchmesser, am Kopfende und einer sechsten, die 22 cm von der Einspannstelle entfernt war. Dimensionen und Situation sind in Fig. 9 eingetragen.

Das theoretische maximale Trägheitsmoment einer Kuppelstange beträgt $10 \frac{\pi D^4}{64} \text{ cm}^4$, vorausgesetzt, dass die beiden Stangen den gleichen Durchmesser aufweisen. Das Minimum desselben ist $2 \frac{\pi D^4}{64} \text{ cm}^4$ und ist gleich der Summe der einzelnen Stangen-trägheitsmomente.

In unserem Falle wird $J_{t \text{ min.}} = 4755 + 4655 = 9410 \text{ cm}^4$ und das mittlere $J_m = 4705 \text{ cm}^4$ für eine Stange. Wenn wir J_t aus den beobachteten Kräften und Ausbiegungen berechnen wollen, so ist die Querschnittsverjüngung



Masse in cm.

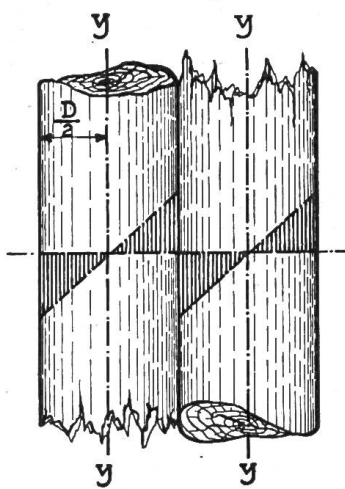
— Fig. 9 —

zu berücksichtigen. Für Stange 1 und 2 wird

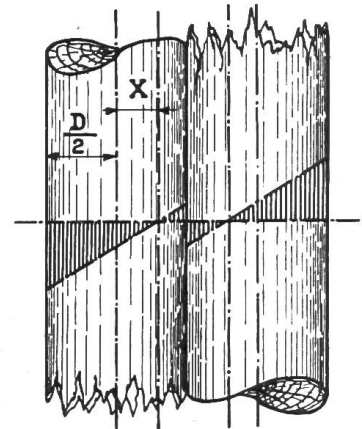
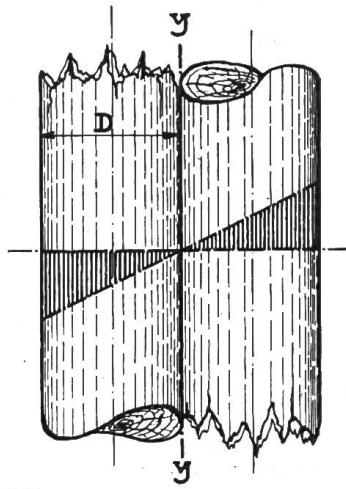
$$J_1 = \frac{P/2 l^3}{3 E f} \frac{D_1}{d_{1l}} \quad \text{und} \quad J_2 = \frac{P/2 l^3}{3 E f} \frac{D_2}{d_{2l}}$$

$$J_1 + J_2 = J_t = \frac{P/2 l^3}{3 E f} \left[\frac{D_1}{d_{1l}} + \frac{D_2}{d_{2l}} \right] = \frac{P/2 l^3}{3 E f} 2,48.$$

Die entsprechenden Werte sind in der Tabelle eingetragen. Wir sehen, dass das Trägheitsmoment hier keine konstante Grösse darstellt, weil eben die Kupplung zu schwach ist und sich die beiden Stangen trotz der Einspannung gegeneinander verschieben. Von Beobachtung No. 10 an macht sich auch noch der Einfluss des



—Fig.10—



—Fig.11—

abnehmenden Elastizitätsmoduls geltend. Der Vergrößerungsfaktor des Trägheitsmomentes einer einzelnen Stange $c = \frac{J_t}{J_m}$ variiert zwischen 6,7 und 1,96. Wenn

die Zugkräfte zunehmen, wachsen auch die Schubkräfte in der Längsrichtung, und der obige Faktor c nimmt ab, weil die am Versuchsobjekt angeordneten Kuppelschrauben die Stangenverschiebungen gegeneinander nicht verhindern können. Gerade im Momente der stärkeren Belastungen wird nur eine etwas mehr als zweifache Vergrößerung des Trägheitsmomentes erreicht, d. h. das gleiche Resultat ergäbe sich auch für zwei nicht gekuppelte Stangen. Vergleichen wir die beiden Zugkräfte in Versuch 2 und 3, die den Bruch des Tragwerkes herbeiführen — die Dimensionen sind ungefähr gleich — so finden wir für die Kuppelstange wieder eine annähernd doppelte Bruchbelastung. Der Verstärkungsfaktor c_2 ist $\frac{1150}{590} = 1,95$;

dabei ist zu berücksichtigen, dass der Durchmesser bei Kuppelstangen etwas kleiner ist als bei einfachen Stangen. Bei 1150 kg Zug bricht die Druckstange an der Einspannstelle.

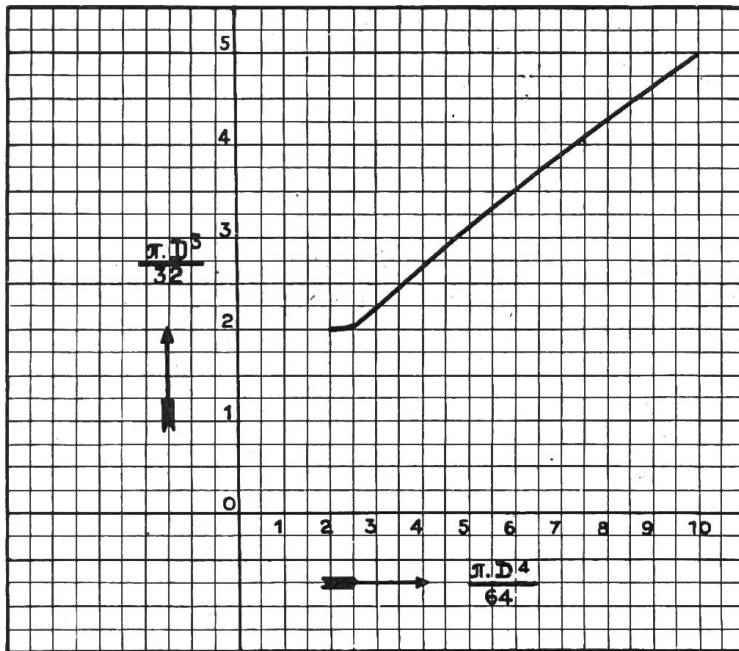
Die Schraubenbolzen sind deformiert und derjenige in der Nähe des Bruchquerschnittes hat nebenstehende Form angenommen. Das Widerstandsmoment lässt sich aus J_t nicht ohne weiteres bestimmen, da wir die Lage der neutralen Achse nur für J_{min} und J_{max} kennen. Für diese extremen Fälle ergibt sich die Spannungsverteilung und die Lage der neutralen Faserschicht nach Fig. 10.

Für alle J_t , die zwischen diesen beiden Werten liegen, ist die Lage der neutralen Achse nach Fig. 11 zu bestimmen.



Es ist $J = 2 \left[\frac{\pi D_m^4}{64} + \frac{\pi D_m^2}{4} x^2 \right] = \frac{\pi D_m^4}{32} + \frac{\pi D_m^2}{4} x^2$, woraus $x = \sqrt{\frac{2J}{\pi D_m^2} - \frac{D_m^2}{16}}$.

Der Abstand der äussersten Faserschicht von der neutralen Zone ist somit $\frac{D_m}{2} + x$, und das totale Widerstandsmoment ist dadurch bestimmt. Das mittlere W beträgt



—Fig. 12—

535 cm³ und der Vergrösserungsfaktor $c_1 = \frac{W_t}{535}$.

Auch hier zeigt sich keine wesentliche Verstärkung. Die berechneten Beanspruchungen der zwei bis drei letzten Beobachtungen sind grösser als in Wirklichkeit, weil infolge Ueberschreitens der Proportionalitätsgrenze J kleiner wird als die Rechnung angibt. Dies gilt natürlich sinngemäss auch für die andern Grössen. k_b bestimmt sich nun aus

$$k_b = \frac{784\,000}{\frac{c_m}{2}} = \frac{1460}{c_m} \text{ kg/cm}^2.$$

Wir kommen auf die Berechnung des Faktors c_m am Schlusse der Untersuchung zurück.

Die Verhältniszahl der beiden Vergrösserungsfaktoren $\frac{c}{c_1}$ ist in den Grenzen 2 bis 1 veränderlich, wie aus Tabelle IV ersichtlich ist. Man kann daher bei Kenntnis des einen Faktors nicht ohne weiteres auf den andern schliessen; dieser wäre vielmehr zuerst zu ermitteln. Um das zu vermeiden, haben wir die Koeffizienten von Trägheitsmoment und Widerstandsmoment bei verschiedenen, in Funktion vom Stangendurchmesser ausgedrückten Abständen der neutralen Achse berechnet. Die Werte sind unten eingetragen und in Fig. 12 graphisch dargestellt. Daraus können die zusammengehörenden Faktoren ohne weiteres bestimmt werden.

Tabelle V

No.	Abstand der neutralen Achse $X = f(D)$	Trägheitsmoment $J = 2 \left(\frac{\pi D^4}{64} + \frac{\pi D^2}{4} x^2 \right)$ $= C \frac{\pi D^4}{64}$	Widerstandsmoment $W = \frac{J}{\frac{D}{2} + x} = C_1 \frac{\pi D^3}{32}$	Verhältniszahl $\frac{c}{c_1}$	Bemerkungen
1	$D/2$	10 $\frac{\pi D^4}{64}$	5 $\frac{\pi D^3}{32}$	2	max. Werte
2	$D/3$	5,56 "	3,33 "	1,67	
3	$D/4$	4 "	2,67 "	1,50	
4	$D/5$	3,28 "	2,34 "	1,40	
5	$D/6$	2,89 "	2,17 "	1,33	
6	$D/7$	2,65 "	2,06 "	1,28	
7	$D/8$	2,5 "	2,01 "	1,25	
8	0	2 "	2 "	1,0	min. Werte

Fortsetzung folgt.