

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band: 21 (1930)
Heft: 21

Artikel: Der Transformator in Sparschaltung
Autor: Wirz, Emil
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1061336>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

dem Besucher einen Ueberblick über die rasche Entwicklung der elektrischen Anlagen zu vermitteln. Reichhaltiges Planmaterial, sowie Reliefdarstellungen orientieren weiter über die Entwicklung der schweizerischen Energiewirtschaft seit ihrem Bestehen.

Die E. T. H. ist stets bestrebt, die Elektrotechnik nicht nur in ihren theoretischen Grundlagen, sondern auch in ihren praktischen Anwendungen dem werdenden Ingenieur zu vermitteln; sie ist dabei von der Ueberzeugung geleitet, dass gerade für die Elektrotechnik, die heute mit so unendlich viel Fäden mit den Bedürfnissen des täglichen Lebens verknüpft ist, die Ergänzung der Theorie durch die Praxis eine absolute Notwendigkeit ist. Daneben ist sie sich voll bewusst, dass eine der obersten Aufgaben der Hochschule in der Forschung besteht, welche die Grundlage weiterer Erkenntnisse und Verbesserungen ist. Alle Laboratorien sind daher auch mit reichhaltigem Material für wissenschaftliche Untersuchungen und Forschungsarbeiten ausgestattet; es ist ferner vorgesehen, die Absolventen der Schule in steigendem Masse zu wissenschaftlicher Weiterarbeit heranzuziehen.

Der grosszügige Ausbau der Schule erfordert entsprechende *Aufwendungen*; mit Genugtuung darf konstatiert werden, dass die verantwortlichen *Behörden* ihr die zu ihrer Entwicklung notwendigen Mittel in reichlichem Masse zukommen liessen. Auch die schweizerische *Industrie* hat gegenüber den Bedürfnissen der E. T. H. stets Verständnis und offene Hand gezeigt; das kommende Jubiläum sollte Gelegenheit bieten, Schule und Praxis weiter miteinander zu verbinden.

Der Transformator in Sparschaltung¹⁾.

Von Dr.-Ing. Emil Wirz, Privatdozent an der E. T. H., Zürich.

Es wird gezeigt, wie auf Grund der Gesetze des allgemeinen Transformators unter Zuhilfenahme der komplexen Darstellungsweise und mittelst der nach Arnold-Bragstad-La Cour entwickelten Methode aus Leerlauf und Kurzschluss praktisch brauchbare Beziehungen für die Berechnung und die Darstellung der Arbeitsweise des Autotransformators aufgestellt werden können. Der Autotransformator lässt sich dabei ebenso einfach behandeln wie der gewöhnliche Transformator.

Der Autor entwickelt die Beziehungen für Leerlauf, Kurzschluss und Belastung des Autotransformators und weist auf dessen technische und wirtschaftliche Eigentümlichkeiten hin. Zum Schluss wird ein Zahlenbeispiel gegeben.

L'auteur montre comment on peut établir, sur la base de la marche à vide et en court-circuit, des relations d'un emploi pratique pour le calcul et la représentation du fonctionnement de l'auto-transformateur, en partant des lois du transformateur général, à l'aide des imaginaires et de la méthode Arnold-Bragstad-La Cour. Ainsi l'auto-transformateur est aussi facile à traiter que le transformateur ordinaire.

L'auteur développe les relations pour la marche de l'auto-transformateur à vide, en charge et en court-circuit, et rend attentif à ses particularités techniques et économiques. Il termine par un exemple numérique.

Bei Autotransformatoren oder Transformatoren in Sparschaltung, bei denen bekanntlich Primär- und Sekundärkreis aus einer einzigen galvanisch zusammenhängenden Wicklung besteht, wird in gewissen Grenzen der Spannungen und der Ströme wirtschaftlich eine Materialersparnis und rein elektrisch eine Verringerung der Verluste und der Spannungsgefälle erzielt, wodurch sich diese Schaltung praktisch für viele Zwecke mit Erfolg eingeführt hat. Leider aber lässt sich in der ausführenden Technik dieser Spartransformator nicht allgemein unumschränkt anwenden, da isolationstechnische Gesichtspunkte in bezug auf die Höhe der Spannungen hindernd im Wege stehen und deshalb trotz der Vorzüge des Prinzipes in vielen Fällen vollständig getrennte Wicklungen verwendet werden müssen. In der elektrotechnischen Literatur ist merkwürdigerweise die Theorie, Berechnung und Arbeitsweise des Spartransformators nur äusserst mangelhaft vertreten und das wenige vorhandene lässt das Gefühl nicht loswerden, dass der Elektrotechniker bisher nur mit einer leisen Scheu an dieses Problem herangetreten ist. Der Grund zu

¹⁾ Eingang des Manuskriptes: 22. April 1930.

dieser Erscheinung mag offenbar dadurch veranlasst worden sein, dass einzelne Wicklungsteile von verschiedenen Strömen durchflossen werden, wodurch die Arbeitsweise des Spartransformators ganz erheblich vom normalen abweicht und deshalb auch verschiedene Autoren das Problem mittels einer Kunstschaltung zu lösen versuchten²⁾.

In Wirklichkeit liegen jedoch die Verhältnisse beim Spartransformator so einfach, dass es, physikalisch gesprochen, gar nicht denkbar ist, dieses Problem mittels einer Kunstschaltung zu lösen, sondern genau so einfach und einwandfrei wie der allgemeine Transformator behandelt werden kann.

Im folgenden soll nun gezeigt werden, wie auf Grund der Gesetze des allgemeinen Transformators unter Zuhilfenahme der komplexen Darstellungsweise und mittels der nach Arnold-Bragstad-La Cour entwickelten Methode aus Leerlauf und Kurzschluss sich die Verhältnisse des Spartransformators gestalten und wie sich hieraus praktisch brauchbare Beziehungen für seine Berechnung und Arbeitsweise aufstellen lassen. In der Hauptsache beschränken wir uns hier nur auf den einphasigen Spartransformator, da sich die erhaltenen Beziehungen jederzeit sinngemäss auf jede einzelne Phase eines dreiphasigen Spartransformators anwenden lassen. Wir werden dann gleichzeitig sehen, in welchem Verhältnis der Windungszahlen des Primär- und Sekundärkreises die innere zur äusseren Transformatorleistung steht und wie weit die Wirtschaftlichkeit des Prinzips in Abhängigkeit des Windungsverhältnisses sich praktisch mit Erfolg anwenden lässt.

I. Allgemeine Gesichtspunkte.

Beim einphasigen Spartransformator setzen wir, wie bereits erwähnt, eine einzige zusammenhängende Wicklung voraus, die an irgend einer Stelle eine Anzapfung besitzt, so dass die angelegte Spannung im Verhältnis der Windungszahlen geteilt oder erhöht wird.

In Fig. 1 ist ein solcher Spartransformator schematisch dargestellt, und zwar bei 1, wenn die Primärspannung U_1 im Verhältnis der Windungszahlen $\frac{w_2}{w_1}$ auf die Sekundärspannung U_2 erhöht werden soll und bei 2, wenn dieselbe im Verhältnis $\frac{w_2}{w_1}$ reduziert werden soll. Beide Fälle müssen wir getrennt behandeln, da die gewonnenen Beziehungen nicht ohne weiteres gegeneinander vertauschbar sind.

Um für beide Fälle möglichst klare und einfache Verhältnisse zu erhalten, setzen wir ohne Rücksicht auf die Art der Transformation fest, dass der eine Wicklungsteil eine Windungszahl w_1 und der andere eine solche w_{II} besitze. Rein elektrisch muss dann dem Wicklungsteil I eine Impedanz z_1 und dem Wicklungsteil II eine solche z_{II} zukommen, wenn diese Impedanzen nach der komplexen Darstellungsweise ausgedrückt werden durch:

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= R_1 + j \cdot X_1 \\ Z_{II} &= R_{II} + j \cdot X_{II} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

wobei R_1 und R_{II} die Ohmschen Widerstände und X_1 und X_{II} die zugehörigen Reaktanzen oder induktiven Widerstände beider Wicklungsteile darstellen. Bei allen folgenden Beziehungen beziehen sich die Indizes I und II stets auf die Grössen der zugehörigen Wicklungsteile, gleichgültig ob dieselben dem Primär- oder dem Sekundärkreise angehören. Ferner setzen wir fest, dass alle Grössen des Primärkreises mit einem Index 1 und diejenigen des Sekundärkreises mit dem Index 2 versehen werden. Aus Fig. 1 für beide Fälle 1 und 2 des Spartransformators können wir daher für die Windungszahlen festsetzen:

²⁾ Andronescu: Der einphasige Spartransformator, Bull. SEV 1923, S. 582.

$$\begin{array}{ll}
 \text{Fall 1:} & \left\{ \begin{array}{l} w_1 = w_1 \\ w_2 = w_1 + w_{II} = w_1 + w_{II} \end{array} \right\} \\
 \text{Fall 2:} & \left\{ \begin{array}{l} w_1 = w_1 + w_{II} = w_2 + w_{II} \\ w_2 = w_1 \end{array} \right\}
 \end{array} \quad (2)$$

Mit diesen Windungszahlen können wir nun auch die Verhältnisse der Spannungen ohne Rücksicht auf die Spannungsgefälle in den Wicklungen nach dem Transformationsgesetz angeben:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Fall 1:} & \left. \begin{array}{l} \frac{U_1}{U_2} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{w_1}{w_1 + w_{II}} = \frac{w_1}{w_1 + w_{II}} \end{array} \right\} \\
 \text{Fall 2:} & \left. \begin{array}{l} \frac{U_1}{U_2} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{w_1 + w_{II}}{w_1} = \frac{w_2 + w_{II}}{w_2} \end{array} \right\}
 \end{array} \quad (3)$$

Diese Verhältnisse der Spannungen besagen uns, dass in beiden Fällen der Wicklungsteil II offenbar als gemeinsames Zusatzglied aufzufassen ist und dementsprechend in allen Beziehungen wiederkehren wird.

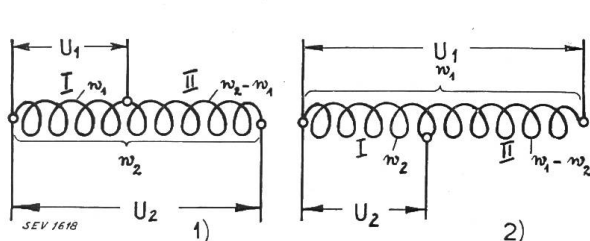


Fig. 1.

Schematische Darstellung des Spartransformators, 1 für Hinauftransformierung und 2 für Hinuntertransformierung der Spannungen.

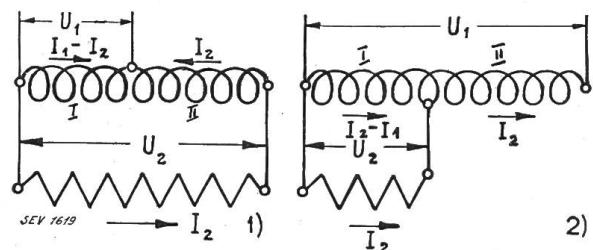


Fig. 2.

Schematische Darstellung des belasteten Spartransformators, 1 zur Hinauftransformierung und 2 zur Heruntertransformierung der Spannung.

Aus den Windungsverhältnissen der Gleichungen (2) und (3) ergibt sich nun noch eine wertvolle Definition für den Wicklungsteil II nämlich:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Fall 1:} & \left. \begin{array}{l} w_{II} = w_2 - w_1 \\ w_2 > w_1 \end{array} \right\} \\
 \text{Fall 2:} & \left. \begin{array}{l} w_{II} = w_1 - w_2 \\ w_2 < w_1 \end{array} \right\}
 \end{array} \quad (4)$$

die von grosser Bedeutung für die Auswertung der Gesetze des Spartransformators ist.

Betrachten wir den Spartransformator bei Leerlauf, also bei offenen Sekundärklemmen, so nimmt er einen bestimmten Leerlaufstrom auf, und zwar bei Primärspeisung den Wert I_{10} und bei Sekundärspeisung den Wert I_{20} , die bei beiden Zuständen zur Erzeugung des Wechselkraftflusses im Eisenkörper und zur Deckung der Verluste, vorwiegend Eisenverluste, erforderlich sind. Beide Leerlaufströme stehen natürlich in einem innigen Zusammenhange mit den Windungszahlen der gespeisten Wicklungsteile, da nach dem Durchflutungsgesetz für einen gegebenen Eisenkörper und eine gegebene Wicklung die Durchflutung bei Primär- und bei Sekundärspeisung eine konstante Grösse sein muss, oder es muss gelten:

$$\left. \begin{array}{l} I_{10} \cdot w_1 = I_{20} \cdot w_2 = \text{konstant} \\ \frac{I_1}{I_2} = \frac{w_2}{w_1} \end{array} \right\} \quad (5)$$

Abgesehen von den Streuverhältnissen in den Wicklungen und den Kupferverlusten bei Leerlauf muss dieses Gesetz bei den Leerlaufströmen strenge Gültigkeit

besitzen und es sind auch die dabei praktisch auftretenden Abweichungen stets vernachlässigbar.

Belasten wir den Spartransformator sekundärseitig mit einem Strom I_2 , so wird derselbe primärseitig aus dem Netz einen Strom I_1 aufnehmen (Fig. 2). Bei Belastung wird der Wicklungsteil I im Fall 1 vom Strome $I_1 - I_2$ durchflossen und im Fall 2 vom Strome $I_2 - I_1$, während der Wicklungsteil II im Fall 1 vom Strome I_2 und im Fall 2 vom Strome I_1 durchflossen wird. Der Wicklungsteil I wird deshalb beim Spartransformator stets von einem aus dem Primär- und Sekundärstrom gebildeten Differenzstrom durchflossen werden, während der Wicklungsteil II entweder vom Sekundär- oder Primärstrom entsprechend dem Fall 1 und 2 durchflossen wird. Aus diesem Grunde entspricht das aus den zu- und abgeführten Strömen und den zugehörigen Windungszahlen gebildete Produkt nicht den wirklichen Durchflutungen des Spartransformators, sondern nur der Durchgangsleistung, weshalb wir dieses Produkt auch als die *Durchgangsdurchflutung* des Spartransformators bezeichnen wollen. Wir werden daher beim Spartransformator stets die wirkliche Durchflutung streng von der Durchgangsdurchflutung unterscheiden müssen, genau so wie wir auch die wirkliche Transformatorleistung von der Durchgangsleistung unterscheiden müssen.

Vernachlässigen wir den Leerlaufstrom, so können wir bei Belastung die Durchgangsdurchflutung des Spartransformators definieren durch:

$$\left. \begin{aligned} I_1 \cdot w_1 &= I_2 \cdot w_2 \\ \frac{I_1}{I_2} &= \frac{w_2}{w_1} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Auf dieselbe Weise können wir auch die wirkliche Durchflutung des Spartransformators definieren:

$$\left. \begin{aligned} \text{Fall 1:} \quad (I_1 - I_2) \cdot w_1 &= I_2 \cdot w_{II} = I_{d1} \cdot w_1 \\ \text{Fall 2:} \quad (I_2 - I_1) \cdot w_2 &= I_1 \cdot w_{II} = I_{d2} \cdot w_2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

wenn wir mit I_{d1} und I_{d2} die in beiden Fällen 1 und 2 im Wicklungsteil I auftretenden Differenzströme bezeichnen und es gilt uneingeschränkt auch beim Spartransformator das Durchflutungsgesetz des allgemeinen Transformators: *Beim Spartransformator halten sich die Durchflutungen der von verschiedenen Strömen durchflossenen Wicklungsteilen das Gleichgewicht.*

Auf diesem wichtigen Gesetz müssen alle Beziehungen aufgebaut sein, wenn dieselben den tatsächlichen Verhältnissen entsprechen sollen. Bei allen bisher über den Spartransformator veröffentlichten Arbeiten ist jedoch dieser Grundsatz unberücksichtigt geblieben, so dass deren Autoren stets gezwungen waren, die Lösung des Problems durch eine komplizierte Kunstschaltung zu versuchen, aber zu keiner praktischen Lösung gelangen konnten, weil eine solche Kunstschaltung physikalisch nicht denkbar ist.

Aus den Gleichungen (6) und (7) lassen sich nun die Differenzströme im Wicklungsteil I als Funktion des Primär- und Sekundärstromes berechnen:

$$\left. \begin{aligned} \text{Fall 1:} \quad I_{d1} &= I_2 \cdot \frac{w_{II}}{w_1} = I_2 \cdot \frac{w_2 - w_1}{w_1} = I_1 \cdot \frac{w_2 - w_1}{w_2} \\ \text{Fall 2:} \quad I_{d2} &= I_1 \cdot \frac{w_{II}}{w_2} = I_1 \cdot \frac{w_1 - w_2}{w_2} = I_2 \cdot \frac{w_1 - w_2}{w_1} \end{aligned} \right\} \quad (7a)$$

Diese Beziehungen zeigen, dass es leicht möglich sein muss, den Spartransformator nach den gleichen Gesichtspunkten und Gesetzen zu behandeln wie den allgemeinen Transformator, nur müssen wir den Differenzstrom als Funktion desjenigen Stromes ausdrücken, welcher dem betrachteten Kreise zu Grunde liegt.

Mit diesen einfachen Beziehungen sind wir nun in der Lage, das Spannungsgefälle in den Wicklungen beider Kreise, sowie die Verluste des Spartransformators einer Vorbesprechung zu unterziehen, um die Schaltung in ihren Funktionen kennen zu lernen.

Für den Primärkreis ist bei Belastung der Spannungsabfall bestimmt aus dem Produkte der Ströme und der zugehörigen Impedanzen der betreffenden Wicklungsteile, so dass wir **vektoriell** erhalten:

$$\left. \begin{aligned} \text{Fall 1: } U_{a1} &= (\mathfrak{Z}_1 - \mathfrak{Z}_2) \cdot \mathfrak{Z}_I = \mathfrak{Z}_{d1} \cdot \mathfrak{Z}_I = \mathfrak{Z}_I \cdot \frac{w_2 - w_1}{w_2} \cdot \mathfrak{Z}_I = \mathfrak{Z}_I \cdot \mathfrak{Z}_{1R1} \\ \text{Fall 2: } U_{a1} &= (\mathfrak{Z}_2 - \mathfrak{Z}_1) \cdot \mathfrak{Z}_I + \mathfrak{Z}_I \cdot \mathfrak{Z}_{II} = \mathfrak{Z}_I \cdot \left[\frac{w_1 - w_2}{w_2} \cdot \mathfrak{Z}_I + \mathfrak{Z}_{II} \right] = \mathfrak{Z}_I \cdot \mathfrak{Z}_{1R2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Wenn wir zur Abkürzung setzen

$$\left. \begin{aligned} \text{Fall 1: } \mathfrak{Z}_{1R1} &= \mathfrak{Z}_I \cdot \frac{w_2 - w_1}{w_2} \\ \text{Fall 2: } \mathfrak{Z}_{1R2} &= \mathfrak{Z}_{II} \cdot \frac{w_1 - w_2}{w_2} + \mathfrak{Z}_I \end{aligned} \right\} \quad (8a)$$

und diese Beziehungen als die auf den primären Anschlussstrom reduzierten Impedanzen des Primärkreises bezeichnen. Auf analoge Weise können wir auch den Sekundärkreis untersuchen und erhalten für den zugehörigen Spannungsabfall die Beziehungen:

$$\left. \begin{aligned} \text{Fall 1: } U_{a2} &= (\mathfrak{Z}_1 - \mathfrak{Z}_2) \cdot \mathfrak{Z}_I + \mathfrak{Z}_2 \cdot \mathfrak{Z}_{II} = \mathfrak{Z}_{d1} \cdot \mathfrak{Z}_I + \mathfrak{Z}_2 \cdot \mathfrak{Z}_{II} = \mathfrak{Z}_2 \cdot \left[\frac{w_2 - w_1}{w_1} \cdot \mathfrak{Z}_I + \mathfrak{Z}_{II} \right] = \mathfrak{Z}_2 \cdot \mathfrak{Z}_{2R1} \\ \text{Fall 2: } U_{a2} &= (\mathfrak{Z}_2 - \mathfrak{Z}_1) \cdot \mathfrak{Z}_I = \mathfrak{Z}_{d2} \cdot \mathfrak{Z}_I = \mathfrak{Z}_2 \cdot \frac{w_1 - w_2}{w_1} \cdot \mathfrak{Z}_I = \mathfrak{Z}_2 \cdot \mathfrak{Z}_{2R2}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

wenn wir auch hier zur Abkürzung setzen:

$$\left. \begin{aligned} \text{Fall 1: } \mathfrak{Z}_{2R1} &= \frac{w_2 - w_1}{w_1} \cdot \mathfrak{Z}_I + \mathfrak{Z}_{II} \\ \text{Fall 2: } \mathfrak{Z}_{2R2} &= \frac{w_1 - w_2}{w_1} \cdot \mathfrak{Z}_I \end{aligned} \right\} \quad (9a)$$

und diese Beziehungen als die auf den sekundären Belastungsstrom reduzierten Impedanzen des Sekundärkreises bezeichnen. Wie die Gleichungen (8 bis 9) zeigen, ändert sich nur die Impedanz des Wicklungsteiles I, indem sich das Verhältnis der Windungszahlen ändert, je nachdem wir den Primär- oder den Sekundärkreis betrachten. Die Verhältnisse beim Spartransformator sind daher umkehrbar.

Wir können nun auch die Kupferverluste des Spartransformators untersuchen, indem wir dieselben für jeden Wicklungsteil berechnen:

$$\left. \begin{aligned} \text{Fall 1: } P_{k1} &= I_1^2 \cdot \left(\frac{w_2 - w_1}{w_2} \right) R_1 + I_2^2 \cdot R_{II} = I_1^2 \cdot \left(\frac{w_2 - w_1}{w_2} \cdot R_1 + R_{II} \frac{w_1^2}{w_2^2} \right) \\ \text{Fall 2: } P_{k1} &= I_1^2 \cdot \left(\frac{w_1 - w_2}{w_2} \right) R_1 + I_2^2 \cdot R_{II} = I_1^2 \cdot \left(\frac{w_1 - w_2}{w_2} \cdot R_1 + R_{II} \frac{w_1^2}{w_2^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Für beide Fälle müssen die gesamten Verluste gleiche Werte ergeben, da entsprechend den Strömen die Ohmschen Widerstände reduziert werden müssen.

Mit diesen Kupferverlusten können wir nun noch einen Vergleich gegenüber denjenigen eines Transformators mit getrennten Wicklungen anstellen. Für den normalen Transformator mit getrennten Wicklungen sind die Kupferverluste:

$$P_k = I_1^2 \left(R_1 + \frac{w_1^2}{w_2^2} \cdot R_2 \right) \cong 2 \cdot I_1^2 R_1, \quad (11)$$

da sich die Kupferverluste in ungefähr gleichen Teilen auf beide Wicklungen verteilen und man deshalb $R_I = R_I = R_{II}$ setzen kann. Bilden wir nun das Verhältnis der Kupferverluste des Spar- und Normaltransformators, so ergibt sich die Beziehung:

$$\frac{P_{ks}}{P_{kn}} = \frac{I_1^2 \left[\frac{w_2 - w_1}{w_2} \cdot R_I + \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 R_{II} \right]}{I_1^2 \left(R_I + \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 \cdot R_2 \right)} \cong \frac{(w_2 - w_1)^2 + w_2 (w_2 - w_1)}{2 w_2^2}, \quad (12)$$

d. h. wir erhalten eine reine Verhältniszahl, die nur vom Verhältnis der Windungszahlen beider Kreise abhängig ist. Diese Verhältniszahl ist natürlich nur als roher Grenzwert aufzufassen, da wir stillschweigend Vereinfachungen vorgenommen haben, die in Wirklichkeit eine etwas andere Abhängigkeit ergeben. Beispielsweise haben wir für den Widerstand R_{II} des Wicklungsteiles II den im Verhältnis der Quadrate der zugehörigen Windungszahlen reduzierten Widerstand R_I eingesetzt, nämlich:

$$R_{II} = R_I \cdot \frac{(w_2 - w_1)^2}{w_1^2} \quad (12a)$$

um eine einfache Beziehung zu erhalten. Diese Abweichungen sind aber ganz unbedeutender Natur, so dass uns diese Verhältniszahl ein gutes Bild über die Kupferverluste des Spar- und Normaltransformators in Abhängigkeit von $\frac{w_2}{w_1}$ gewährt und uns einigermaßen darüber Aufschluss gibt, bis zu welchen Grenzwerten der Spartransformator noch einen Vorteil gegenüber dem Normaltransformator bietet.

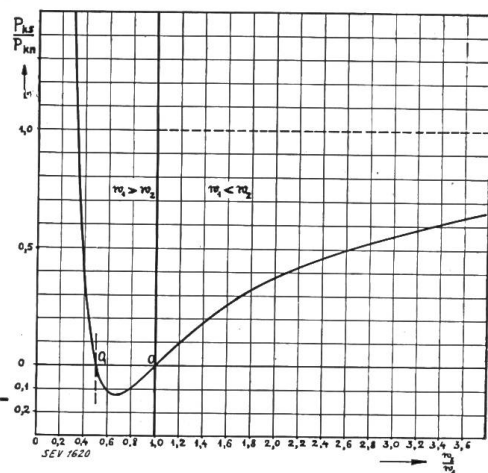


Fig. 3.

Verhältnis der Kupferverluste eines Spar- und Normaltransformators als Funktion des Übersetzungsverhältnisses $\frac{w_2}{w_1}$.

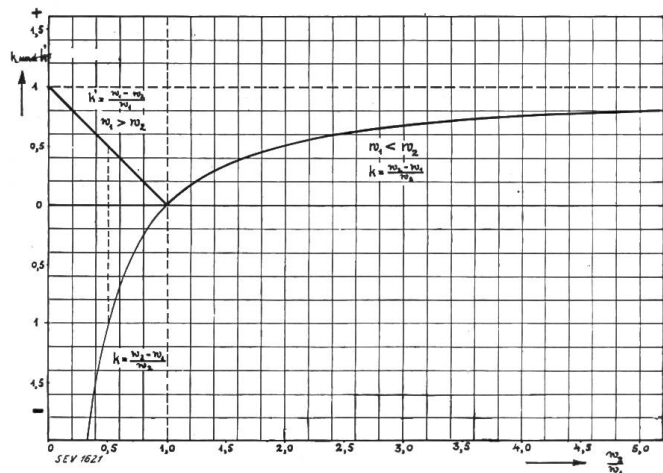


Fig. 4.

Verhältnis der inneren und abgegebenen Leistung eines Spartransformators als Funktion des Übersetzungsverhältnisses $\frac{w_2}{w_1}$.

Rechnen wir nun diese Verhältniszahl als Funktion des Übersetzungsverhältnisses $\frac{w_2}{w_1}$ aus, so erhalten wir die Kurve Fig. 3. Wie diese Kurve zeigt, hat diese Verhältniszahl zwei Nullpunkte bzw. zwei Umkehrpunkte bei $0 = 1,0$ und bei $0_1 = 0,5$, die jedenfalls eine wesentliche Bedeutung für die Anwendung des Spartransformators bilden. Für den Punkt 0 wird $w_2 = w_1$, d. h. in diesem Falle haben wir überhaupt keine Transformation mehr, sondern das Netz gibt die Energie ungeändert dem Verbraucher ab, während der Transformator parallel dem Verbraucher als eine gewöhnliche Spule wirkt. Im Punkt 0_1 lassen sich die Verhältnisse nicht ohne wei-

teres abklären, da uns dieser Umkehrpunkt nur andeutet, dass mit abnehmendem Verhältnis $\frac{w_1}{w_2}$ die Kupferverluste des Spartransformators sehr schnell grösser werden als beim Normaltransformator mit getrennten Wicklungen. Wir werden deshalb noch in anderer Richtung die Verhältnisse untersuchen müssen, indem wir auch das Verhältnis der Transformatorleistung zur abgegebenen Leistung untersuchen. Beim Spartransformator ist nun bereits seit langem bekannt, dass die innere Transformatorleistung in einem bestimmten Verhältnis zu den Spannungen steht. Ist U_0 die Oberspannung und U_N die Niederspannung, so ergibt sich für eine gegebene Leistung P die innere Transformatorleistung zu:

$$P_i = P \cdot \frac{U_0 - U_N}{U_0}. \quad (13)$$

Da wir nun aber gleich zu Anfang zwei verschiedene Fälle für die Transformation beim Spartransformator unterschieden haben, nämlich Fall 1, für $w_1 < w_2$, also wenn wir auftransformieren und Fall 2 für $w_1 > w_2$, wenn wir abtransformieren, so müssen wir auch hier diese zwei Fälle getrennt untersuchen. Da in beiden Fällen die Spannungen proportional den Windungszahlen sind, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} \text{Fall 1:} \quad & w_1 < w_2 \quad \frac{U_0}{U_N} = \frac{w_2}{w_1} \text{ und } P_i = \frac{w_2 - w_1}{w_2} \cdot P \\ \text{Fall 2:} \quad & w_1 > w_2 \quad \frac{U_0}{U_N} = \frac{w_1}{w_2} \text{ und } P_i = \frac{w_1 - w_2}{w_1} \cdot P \end{aligned} \quad (13a)$$

d. h. die innere Transformatorleistung ist in beiden Fällen wiederum das Produkt aus der gegebenen Leistung und aus einem Verhältnis der Windungszahlen, wie wir dies bereits früher in Gleichungen (6 bis 8) kennen gelernt haben. Rechnen wir z. B. im Fall 1 dieses Verhältnis der Windungszahlen als Funktion von $\frac{w_2}{w_1}$

aus, so erhalten wir die Kurve in Fig. 4. Wir erkennen hierin, dass im Bereiche von $w_1 < w_2$ die Verhältniszahl der Windungen positiv und im Bereiche von $w_1 > w_2$ negativ wird. Im Bereiche von $w_1 < w_2$ strebt diese Verhältniszahl dem Grenzwert 1 zu, d. h. theoretisch würde in diesem Bereiche der Spartransformator in bezug auf die Leistung bzw. in bezug auf die Grössenordnung dem Normaltransformator erst für $\frac{w_2}{w_1} = \infty$ gleichwertig sein. Für alle anderen Werte muss er stets kleiner sein.

Praktisch sind jedoch auch hier gewisse Grenzen gezogen, so dass schon bei einem verhältnismässig kleinen Wert wirtschaftliche Vorteile nicht mehr zu erreichen sind. Untersuchen wir die Verhältnisse im Bereiche von $w_1 > w_2$, so finden wir, dass bereits für $\frac{w_2}{w_1} = 0,5$ die Verhältniszahl 1 erreicht ist, das heisst, in Bezug auf die Grössenordnung wird der Spartransformator den Normaltransformator erreicht haben, so dass bei weiterem Abnehmen von $\frac{w_2}{w_1}$ der Normaltransformator dem Spartrans-

formator bereits überlegen ist. Vergleichen wir nun Fig. 3 mit Fig. 4 so erkennen wir, dass der Umkehrpunkt 0_1 nichts anderes darstellt als die Grenze zwischen Wirtschaftlichkeit und Unwirtschaftlichkeit des Spartransformators im Bereiche von $w_1 > w_2$. Nehmen wir nun aus Gleichung (13a) für den Bereich $w_1 > w_2$ die Verhältniszahl zu Hilfe, so wird die Innenleistung $P_i = P \frac{w_1 - w_2}{w_1}$ mit abnehmendem

$\frac{w_2}{w_1}$ keine Parabel mehr ergeben, sondern in eine Gerade übergehen, die mit der Achse der Parabel zusammenfällt. In Fig. 4 ist diese Gerade eingezeichnet und

ergibt zusammen mit dem positiven Parabelstück den positiven Bereich des Spartransformators. Wir können aber diese Gerade auch noch verlängern bis in den Bereich $w_1 < w_2$ hinein; sie erreicht dann einen Punkt, in welchem die Wirtschaftlichkeit des Spartransformators ihr Ende erreicht, nämlich $P_i = P \cdot (-1)$. Diese Grenze wird erreicht für $\frac{w_2}{w_1} = 2$, jedoch gibt uns die Kurve in Fig. 3 in diesem Bereiche keinen Umkehrpunkt an, aus welchem ein sicherer Schluss gezogen werden könnte. Aus diesem Grunde werden wir an Hand der noch aufzustellenden Beziehungen diese Erscheinungen genauer untersuchen müssen.

Wie wir aus diesen kurzen Untersuchungen über den Spartransformator erkennen, bestehen nunmehr keinerlei Schwierigkeiten, um allgemein gültige Beziehungen für denselben aufzustellen. Im folgenden sollen deshalb genau wie beim allgemeinen Transformator der Reihe nach der Leerlauf-, Kurzschluss- und Belastungszustand untersucht und für die Ströme, Spannungen und Leistungen Beziehungen aufgestellt werden, wie wir diese für die vollständige Berechnung eines einphasigen Spartransformators notwendig haben.

II. Der Leerlaufzustand.

Wie bereits früher gezeigt wurde³⁾, ist zur vollständigen Untersuchung eines Transformators bei Leerlauf notwendig, dass wir die Verhältnisse sowohl bei Primär- als auch bei Sekundärspannung untersuchen, um damit die Beziehungen in Einklang mit dem Kurzschluss und Belastungszustand bringen zu können. Hierbei stellen wir entsprechend dem Wicklungsschema des Spartransformators die zugehörige Ersatzschaltung auf, wobei natürlich in erster Linie auf die Reduktionen, herrührend von den Differenzströmen, Rücksicht zu nehmen ist. In zweiter Linie aber müssen wir noch eine Festsetzung treffen in Bezug auf den Wicklungsteil I, dass wir alle Grössen auf diesen Wicklungsteil beziehen, damit Fall 1 und 2 und bei Primär- und Sekundärspannung dieselben miteinander in Einklang stehen. Die Festsetzung hat den grossen Vorteil, dass die Verhältnisse im Fall 2 bei Sekundärspannung mit dem Fall 1, bei Primärspannung und andererseits im Fall 2 bei Primärspannung mit dem Fall 1 bei Sekundärspannung übereinstimmen. In diesem Falle sind dann die Verhältnisse umkehrbar und lassen sich leicht selbst kontrollieren.

a) Primärspannung.

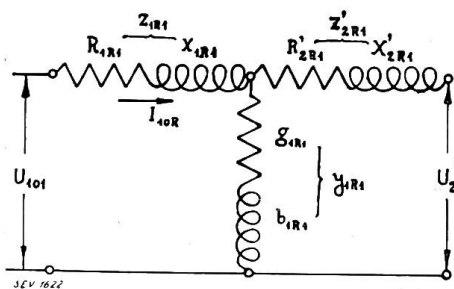


Fig. 5.

Ersatzschaltung des Spartransformators bei Leerlauf und Primärspannung für den Fall 1 $w_1 < w_2$.

Zur Aufstellung der Ersatzschaltung bei Leerlauf und Primärspannung gehen wir von den Impedanzen der Gleichungen (8a) und (9a) aus und ermitteln die Arbeitsgrössen für die beiden Fälle 1 und 2.

Fall 1: In Fig. 5 ist die Ersatzschaltung bei Leerlauf und Primärspannung für den Fall 1, $w_1 < w_2$, dargestellt. Die Impedanzen der Wicklungen sind in den Gleichungen (8a) und (9a) festgelegt, nur muss diejenige der Sekundärwicklung auf die Primärseite reduziert werden, so dass wir erhalten:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{Z}_{1R1} &= \mathfrak{Z}_I \cdot \frac{w_2 - w_1}{w_2} \\ \mathfrak{Z}'_{2R1} &= \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 \left[\mathfrak{Z}_I \cdot \frac{w_2 - w_1}{w_1} + \mathfrak{Z}_{II} \right] = \mathfrak{Z}_I \cdot \frac{(w_2 - w_1) w_1}{w_2^2} + \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 \cdot \mathfrak{Z}_{II} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

³⁾ Wirz: Das Problem der parallel arbeitenden Transformatoren auf experimenteller Grundlage. Bull. SEV 1923, S. 25.

Regulieren wir die Primärspannung so ein, dass an den Klemmen der Sekundärwicklung eine Spannung U_2 entsteht, so gilt nach Gleichung (3) für die induzierten EMKe und die Sekundärspannung:

$$E_1 = E_2 \cdot \frac{w_1}{w_2} = E'_2 = U_2 \cdot \frac{w_1}{w_2} = U'_2. \quad (15)$$

Diese EMKe setzen im Eisenkörper einen magnetischen Wechselkraftfluss Φ_t voraus, welcher durch die Magnetisierung und die Eisenverluste an den Klemmen der Erregerwicklung eine Erregeradmittanz y_{1a} erzeugt und vektoriell durch:

$$\mathfrak{Y}_{1a} = g_{1a} - j \cdot b_{1a} \quad (16)$$

dargestellt wird, wenn g_{1a} die Erregerkonduktanz und b_{1a} die Erregersuszeptanz darstellt. Da wir jedoch auch bei Leerlauf die Verhältnisse auf den Belastungsfall zuschneiden müssen, bei welchem im Wicklungsteil I ein Differenzstrom fließt, so muss wie die Wickleimpedanz auch die Erregeradmittanz im gleichen Sinne reduziert werden, oder aber:

$$\mathfrak{Y}_{1R1} = \mathfrak{Y}_{1a} \cdot \frac{w_2}{w_2 - w_1} \quad (16a)$$

Addieren wir nun noch zur Wickleimpedanz die Erregerimpedanz, so erhalten wir schliesslich bei Primärspeisung die Leerlaufimpedanz:

$$\mathfrak{Z}_{101} = \mathfrak{Z}_{1R1} + \frac{1}{\mathfrak{Y}_{1R1}} = \frac{\mathfrak{Z}_{1R1} \cdot \mathfrak{Y}_{1R1} + 1}{\mathfrak{Y}_{1R1}} = \frac{\mathfrak{C}'_{101}}{\frac{w_2}{w_2 - w_1} \cdot \mathfrak{Y}_{1a}} \quad (17)$$

wobei wir zur Abkürzung setzen:

$$\mathfrak{C}'_{101} = \mathfrak{Z}_{1R1} \cdot \mathfrak{Y}_{1R1} + 1 = \mathfrak{Z}_I \cdot \mathfrak{Y}_I + 1 = c'_{101\alpha} + j \cdot c'_{101\beta} = C'_{101} \cdot e^{i\psi'_{101}} \quad (17a)$$

und diese Beziehung als den *Uebersetzungsfaktor des Spartransformators bei Leerlauf und Primärspeisung für den Fall 1* zu bezeichnen.

Wie uns diese Beziehung zeigt, ist dieser Uebersetzungsfaktor vollständig unabhängig von der Reduktion auf den Belastungsfall und gilt deshalb uneingeschränkt sowohl bei Leerlauf als auch bei Belastung. Werten wir diesen Uebersetzungsfaktor noch aus, so erhalten wir aus Gleichungen (14 und 16) für die einzelnen Komponenten:

$$\left. \begin{aligned} c'_{101\alpha} &= g_{1a} \cdot R_I + b_{1a} \cdot X_I + 1 \\ c'_{101\beta} &= g_{1a} \cdot X_I - b_{1a} \cdot R_I \end{aligned} \right\} \quad (17b)$$

Damit ist der absolute Wert dieses Uebersetzungsfaktors bestimmt durch:

$$C'_{101} = \sqrt{c'^2_{101\alpha} + c'^2_{101\beta}} \quad (17c)$$

und schliesslich ihr Phasenwinkel:

$$\operatorname{tg} \psi'_{101} = \frac{c'_{101\beta}}{c'_{101\alpha}}. \quad (17d)$$

Bei Primärspeisung und im Fall 1 unterscheidet sich daher dieser Uebersetzungsfaktor in keiner Weise von demjenigen des allgemeinen Transformators. Multiplizieren wir die Leerlaufimpedanz der Gleichung (17) mit dem Leerlaufdifferenzstrom bezogen auf den Belastungsfall, welcher bestimmt ist aus dem wirklichen Leerlaufstrom I_{101} :

$$I_{101} = I_{10R} \cdot \frac{w_2 - w_1}{w_2}, \quad (18)$$

so ergibt sich die Leerlaufspannung bei Primärspeisung:

$$U_{101} = \mathfrak{Z}_{10R} \cdot \mathfrak{Z}_{101} = \mathfrak{Z}_{101} \cdot \frac{\mathfrak{G}'_{101}}{\mathfrak{Y}_{1a}} = \mathfrak{G}_1 \cdot \mathfrak{G}'_{101} = U_2' \cdot \mathfrak{G}'_{101} = U_2' \cdot C'_{101} \cdot e^{j\psi'_{101}}. \quad (19)$$

Naturgemäss muss diese Leerlaufspannung mit der wirklichen übereinstimmen, da die induzierte EMK E_1 bei gegebener Sekundärspannung konstant und der Uebersetzungsfaktor C'_{101} unabhängig von der Belastung ist. Aus diesen Beziehungen bei Leerlauf und Primärspesung können wir nun das Vektordiagramm (Fig. 6) aufstellen, aus welchem die Zusammenhänge bei Leerlauf ersichtlich sind.

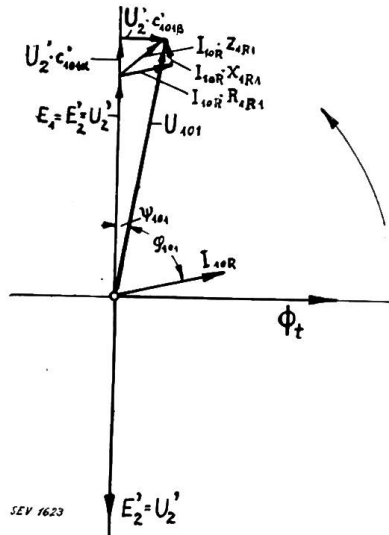


Fig. 6.

Leerlaufdiagramm des Spartransformators bei Primärspesung für den Fall 1 $w_1 < w_2$.

Fall 2. Für Fall 2 liegen die Verhältnisse ähnlich wie für Fall 1, nur dass wir für die Impedanzen aus Gleichungen (8a) und (9a) die Werte einsetzen müssen:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{Z}_{1R2} &= \frac{w_1 - w_2}{w_2} \cdot \mathfrak{Z}_I + \mathfrak{Z}_{II} \\ \mathfrak{Z}'_{2R2} &= \mathfrak{Z}_I \cdot \frac{w_1 - w_2}{w_1} \cdot \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Da wir hier wiederum vom Wicklungsteil I ausgehen müssen, so setzt sich die Erregeradmittanz y_{1R2} der vollen Wicklung und bezogen auf die Verhältnisse bei Belastung aus zwei Teilen zusammen. Für den Wicklungsteil I ist diese Erregeradmittanz gleich derjenigen im Fall 1, da wir stets gleiche magnetische Verhältnisse voraussetzen oder aber:

$$\mathfrak{Y}_{1R} = -\mathfrak{Y}_{1R1} = \mathfrak{Y}_{1a} \cdot \frac{w_2}{w_1 - w_2} \quad (21)$$

da für $w_1 > w_2$ die Faktoren w_1 und w_2 ihrem Vorzeichen nach vertauscht sind. Für die Wicklung II ist eine Reduktion der zugehörigen Erregeradmittanz in bezug auf die Verhältnisse bei Belastung nicht notwendig, da in diesem Teil kein Differenzstrom, sondern der volle primäre Strom hindurchgeht. Beide Admittanzen dieser zwei Wicklungsteile stehen aber im umgekehrten Verhältnis der Quadrate ihrer zugehörigen Windungszahlen, so dass die eine durch die andere ausdrückbar ist:

$$\mathfrak{Y}_{IIa} = \mathfrak{Y}_{Ia} \cdot \frac{w_2^2}{(w_1 - w_2)^2} \quad (22)$$

Damit können wir aus der Summe der beiden Erregerimpedanzen die resultierende Erregeradmittanz des Primärkreises für Fall 2 ermitteln zu:

$$\mathfrak{Y}_{1R2} = \frac{\mathfrak{Y}_{1R} \cdot \mathfrak{Y}_{IIa}}{\mathfrak{Y}_{1R} + \mathfrak{Y}_{IIa}} = \frac{w_2^2}{(w_1 - w_2)w_1} \mathfrak{Y}_{Ia} = \mathfrak{Y}_{Ia} \cdot \frac{w_1}{w_1 - w_2} \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2 = \mathfrak{Y}_{2R2} \cdot \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2 = \mathfrak{Y}'_{2R2} \quad (23)$$

da, wie wir später sehen werden, $y_{Ia} \cdot \frac{w_1}{w_1 - w_2} = y_{2R2}$ die Erregeradmittanz des Sekundärkreises im Fall 2 darstellt. Für Fall 2 sind damit alle Grössen bekannt, so dass die Ersatzschaltung aufgestellt werden kann (Fig. 7). Aus dieser Ersatzschaltung ermitteln wir ebenfalls aus der Summe der Impedanzen die Leerlaufimpedanz für Fall 2 zu:

$$\mathfrak{Z}_{102} = \mathfrak{Z}_{1R2} + \frac{1}{\mathfrak{Y}_{1R2}} = \frac{\mathfrak{Z}_{1R2} \cdot \mathfrak{Y}_{1R2} + 1}{\mathfrak{Y}_{1R2}} = \frac{\mathfrak{G}'_{102}}{\mathfrak{Y}_{1R2}} \quad (24)$$

wobei zur Abkürzung gesetzt wird:

$$\mathcal{C}'_{102} = \mathfrak{Z}_{1R2} - \mathfrak{Y}_{1R2} + 1 = c'_{102\alpha} + j \cdot c'_{102\beta} = C'_{102} \cdot e^{j\psi'_{102}} \quad (24a)$$

Dieser Faktor soll als den Uebersetzungsfaktor des Falles 2 bei Primärspeisung bezeichnet werden. Dieser Uebersetzungsfaktor sieht ähnlich aus wie derjenige im Fall 1, ist jedoch in Aufbau, Zusammensetzung und Wirkungsweise vom ersteren völlig verschieden. Setzen wir aus Gleichungen (20) und (23) die entsprechenden Werte in Gl. (24a) ein, so wird dieser Uebersetzungsfaktor als ein sehr kompliziertes Gebilde der Impedanzen, Admittanzen und verschiedenen Windungszahlen dargestellt, nämlich:

$$\mathcal{C}'_{102} = \left[\mathfrak{Z}_I \frac{w_1 - w_2}{w_2} + \mathfrak{Z}_{II} \right] \cdot \mathfrak{Y}_{Ia} \cdot \frac{w_2^2}{(w_2 - w_2) w_1} + 1 = \frac{w_2}{w_1} \cdot \mathfrak{Z}_I \cdot \mathfrak{Y}_{Ia} + \frac{w_2^2}{(w_1 - w_2) w_1} \cdot \mathfrak{Z}_{II} \cdot \mathfrak{Y}_{Ia} + 1 \quad (24b)$$

Auf den ersten Blick werden wir unschwer erkennen, dass C'_{102} in einem gewissen Zusammenhange mit C'_{101} steht, da $y_{Ia} \cdot z_I$ beiden gemeinsam ist. Andererseits kommt ein neues Glied hinzu $y_{Ia} \cdot z_{II}$, das durch die zusätzliche Impedanz z_{II} gebildet wird. Da wir dieses Restglied später immer wieder antreffen werden, so ist es gerechtfertigt, damit einen neuen zusätzlichen Uebersetzungsfaktor zu definieren, und zwar setzen wir dafür fest:

$$\mathcal{C}'_{II0} = \mathfrak{Z}_{II} \cdot \mathfrak{Y}_{Ia} + 1 = c'_{II0\alpha} + j \cdot c'_{II0\beta} = C'_{II0} \cdot e^{j\psi'_{II0}} \quad (25)$$

Die Komponenten dieses zusätzlichen Uebersetzungsfaktors sind dann:

$$\left. \begin{aligned} c'_{II0\alpha} &= g_{Ia} \cdot R_{II} + b_{Ia} \cdot x_{II} + 1 \\ c'_{II0\beta} &= g_{Ia} \cdot x_{II} - b_{Ia} \cdot R_{II} \end{aligned} \right\} \quad (25a)$$

und der absolute Wert desselben ist:

$$C'_{II0} = \sqrt{c'^2_{II0\alpha} + c'^2_{II0\beta}} \quad (25b)$$

und schliesslich ist noch ihre Phasenverschiebung:

$$\operatorname{tg} \psi'_{II0} = \frac{c'_{II0\beta}}{c'_{II0\alpha}} \quad (25c)$$

Setzen wir nun aus Gleichung (17a) den Wert von C'_{101} und aus Gleichung (25) den Wert von C'_{II0} in Gleichung (24b) ein, so geht diese in die Form über:

$$\mathcal{C}'_{102} = \frac{w_2}{w_1} (\mathcal{C}'_{101} - 1) + \frac{w_2^2}{(w_1 - w_2) w_1} (\mathcal{C}'_{II0} - 1) + 1 = \frac{w_2}{w_1} \cdot \mathcal{C}'_{101} + \frac{w_2^2}{(w_1 - w_2) w_1} \cdot \mathcal{C}'_{II0} + \frac{w_1 - 2w_2}{w_1 - w_2} \quad (26)$$

die uns ausserordentlich wertvollen Aufschluss über die Anteilnahme der beiden Wicklungshälften am Gesamtergebnis liefern. Rechnen wir die zusätzlichen Faktoren von C'_{101} und C'_{II0} , sowie das Restglied in Gleichung (26) als Funktion des Verhältnisses $\frac{w_1}{w_2}$ aus, so erhalten wir:

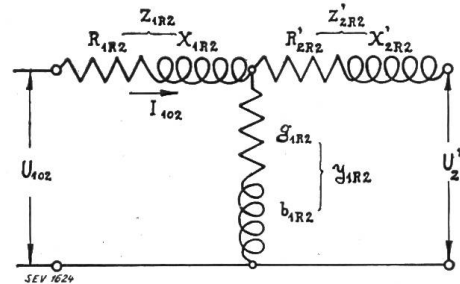


Fig. 7.
Ersatzschaltung des Spartransformators bei Leerlauf und Primärspeisung für den Fall 2 $w_1 > w_2$.

Tabelle I.

$\frac{w_1}{w_2}$	$\frac{w_2}{w_1} \cdot C'_{101}$	$\frac{w_2^2}{(w_1 - w_2) w_1} \cdot C'_{110}$	$\frac{w_1 - 2 \cdot w_2}{w_1 - w_2}$
0,25	$4 \cdot C'_{101}$	$-5,333 \cdot C'_{110}$	2,333
0,50	$2 \cdot C'_{101}$	$-4,0 \cdot C'_{110}$	3,00
0,75	$1,33 \cdot C'_{101}$	$-5,33 \cdot C'_{110}$	5,00
1,00	$1,00 \cdot C'_{101}$	$\infty \cdot C'_{110}$	$-\infty$
1,50	$0,66 \cdot C'_{101}$	$1,33 \cdot C'_{110}$	-1,00
2,00	$0,50 \cdot C'_{101}$	$0,50 \cdot C'_{110}$	0
5,00	$0,20 \cdot C'_{101}$	$0,05 \cdot C'_{110}$	0,75

Diese Tabelle zeigt uns, dass mit zunehmendem Verhältnis $\frac{w_1}{w_2}$, d. h. bei konstanter Sekundärwindungszahl und immer grösser werdender Primärwindungszahl die Anteile von C'_{101} und C'_{110} immer kleiner werden, dagegen das von den Windungszahlen gebildete Restglied von $-\infty$ bis auf $+1$ sich ändert. Setzen wir einen Moment $C'_{101} = C'_{110} = 1$ und addieren wir in der Tabelle für jeden einzelnen Wert von $\frac{w_1}{w_2}$ die übrig bleibenden Zahlen, so gibt die Summe stets die Zahl 1, denn für $C'_{101} = C'_{110} = 1$ muss natürlich auch $C'_{102} = 1$ werden. Damit haben wir bereits eine wertvolle Kontrolle, um zu zeigen, dass tatsächlich diese drei Uebersetzungsfaktoren für bestimmte Verhältnisse miteinander übereinstimmen.

Aus Gleichung (26) können wir nun auch noch die einzelnen Komponenten bestimmen und erhalten:

$$\left. \begin{aligned} c'_{102\alpha} &= \frac{w_2}{w_1} \cdot c'_{101\alpha} + \frac{w_2^2}{(w_1 - w_2) w_1} \cdot c'_{110\alpha} + \frac{w_1 - 2w_2}{w_1 - w_2} = g_{1a} \left(\frac{w_2}{w_1} R_1 + \right. \\ &\quad \left. \frac{w_2^2}{(w_1 - w_2) w_1} R_{11} \right) + b_{1a} \left(\frac{w_2}{w_1} x_1 + \frac{w_2^2}{(w_1 - w_2) w_1} x_{11} \right) + 1 \\ c'_{102\beta} &= \frac{w_2}{w_1} \cdot c'_{101\beta} + \frac{w_2^2}{(w_1 - w_2) w_1} \cdot c'_{110\beta} = g_{1a} \left(\frac{w_2}{w_1} x_1 + \frac{w_2^2}{(w_1 - w_2) w_1} x_{11} \right) - \\ &\quad \left. b_{1a} \left(\frac{w_2}{w_1} R_1 + \frac{w_2^2}{(w_1 - w_2) w_1} R_{11} \right) \right\} \quad (26a) \end{aligned}$$

und ferner ist der absolute Wert des Uebersetzungsfaktors:

$$C'_{102} = \sqrt{c'^2_{102\alpha} + c'^2_{102\beta}} \quad (26b)$$

und schliesslich ist seine Phasenverschiebung bestimmt durch:

$$\operatorname{tg} \psi'_{102} = \frac{c'_{102\beta}}{c'_{102\alpha}} \quad (26c)$$

Multiplizieren wir nun noch den Lehrlaufstrom I_{102} mit der Leerlaufimpedanz der Gleichung (24), so ergibt sich für diesen Fall 2 bei Primärspesung die Leerlaufspannung:

$$U_{102} = \mathfrak{I}_{102} \cdot \mathfrak{Z}_{102} = \mathfrak{I}_{102} \cdot \frac{\mathfrak{G}'_{102}}{\mathfrak{Y}_{1R2}} = \mathfrak{G}_1 \cdot \mathfrak{G}'_{102} = \mathfrak{U}'_2 \cdot \mathfrak{G}'_{102} = \mathfrak{U}'_2 \cdot C'_{102} \cdot e^{i\psi'_{102}} \quad (27)$$

eine ähnliche Beziehung wie wir sie im Fall 1 kennen gelernt haben. Das zugehörige Diagramm sieht analog aus wie wir für Fall 1 in Fig. 6 gesehen haben, so dass wir dafür kein neues Diagramm aufzustellen brauchen.

b) Sekundärspeisung.

Fall 1. Speisen wir den Spartransformator von der Sekundärseite aus, so müssen wir wie bei Primärspeisung beide Fälle 1 und 2 untersuchen.

Zunächst stellen wir wieder für beide Kreise die Wicklungsimpedanzen auf und erhalten die in Gleichung (14) aufgestellten Impedanzen. Für die Erregeradmittanz y'_{2R1} gehen wir von derjenigen im Fall 1 bei Primärspeisung aus, denn es muss hierbei gelten:

$$y'_{2R1} = y_{1R1} = y_{1a} \frac{w_2}{w_2 - w_1} \quad (28)$$

Wir hätten diese Erregeradmittanz aus den einzelnen Teiladmittanzen beider Wicklungshälften ermitteln können, da für diese gilt:

$$\left. \begin{aligned} y_{21R} &= y_{1a} \cdot \frac{w_1}{w_2 - w_1} \\ y_{11a} &= y_{1a} \cdot \frac{w_1^2}{(w_2 - w_1)^2} \end{aligned} \right\} \quad (28a)$$

woraus sich wie in Gleichung (23) durch Reduktion auf die Primärseite sich schliesslich die reduzierte Erregeradmittanz der Sekundärseite für den Fall 1 ergibt.

In Fig. 8 ist die zugehörige Ersatzschaltung bei Sekundärspeisung und $w_1 < w_2$ dargestellt. Wie früher ergibt sich die Leerlaufimpedanz bei Sekundärspeisung für Fall zu 1

$$Z'_{201} = Z'_{2R1} + \frac{1}{y'_{2R1}} = \frac{Z'_{2R1} \cdot y'_{2R1} + 1}{y'_{2R1}} = \frac{G'_{201}}{y'_{2R1}} \quad (29)$$

wobei wir wiederum zur Abkürzung setzen:

$$G'_{201} = Z'_{2R1} \cdot y'_{2R1} + 1 = c'_{201\alpha} + j c'_{201\beta} = C'_{201} \cdot e^{j\psi'_{201}} \quad (29a)$$

und diesen Faktor als den Uebersetzungsfaktor bei Sekundärspeisung für den Fall 1 bezeichnen. Setzen wir wie früher die einzelnen Grössen in diese Beziehung ein und führen wir den in Gleichung (25) eingeführten Uebersetzungsfaktor des Zusatzgliedes ein, so erhalten wir auch diesen Uebersetzungsfaktor in der Form wie Gleichung (26):

$$G'_{201} = \frac{w_1}{w_2} Z_I \cdot y_{1a} + \frac{w_1^2}{(w_2 - w_1) w_2} y_{1a} \cdot Z_{II} + 1 = \frac{w_1}{w_2} G'_{101} + \frac{w_1^2}{(w_2 - w_1) w_2} G'_{110} + \frac{w_2 - 2w_1}{w_2 - w_1} \quad (30)$$

Diese Beziehung stimmt mit Gleichung (26) überein, nur dass hierbei die Windungszahlen w_2 gegenüber w_1 vertauscht sind. Soll auch hier dieser Uebersetzungsfaktor untersucht werden, so muss die Untersuchung in Abhängigkeit von $\frac{w_2}{w_1}$ vorgenommen werden. Wir brauchen aber die einzelnen Faktoren nicht nachzurechnen, da sich dieselbe Abhängigkeit ergibt, wie bereits bei Primärspeisung im Fall 2 in Tabelle I gezeigt wurde. Auch die Komponenten und der Absolutwert ergeben sich wie in Gleichungen (26a bis 26c), nur müssen die Windungszahlen w_2 gegenüber w_1 vertauscht werden.

Multiplizieren wir auch in diesem Falle die Leerlaufimpedanz mit dem Leerlaufstrom, so wird schliesslich die Leerlaufspannung:

$$U_{201} = Z'_{201} \cdot I_{201} = Z'_{201} \cdot \frac{G'_{201}}{y'_{2R1}} = G'_2 \cdot G'_{201} = U_1 \cdot G'_{201} = U_1 \cdot G'_{201} \cdot e^{j\psi'_{201}} \quad (31)$$

