

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band: 27 (1936)
Heft: 3

Artikel: Die Berechnung der Freileitungen mit Rücksicht auf die mechanischen Verhältnisse der Leiter [Fortsetzung und Schluss]
Autor: Maurer, E.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1061467>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 13.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SCHWEIZERISCHER ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

BULLETIN

REDAKTION:
Generalsekretariat des Schweiz. Elektrotechn. Vereins und des
Verbandes Schweiz. Elektrizitätswerke, Zürich 8, Seefeldstr. 301

VERLAG UND ADMINISTRATION:
A.-G. Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei, Zürich 4
Stauffacherquai 36/40

Nachdruck von Text oder Figuren ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit Quellenangabe gestattet

XXVII. Jahrgang

N° 3

Mittwoch, 5. Februar 1936

Die Berechnung der Freileitungen mit Rücksicht auf die mechanischen Verhältnisse der Leiter.

Von E. Maurer, Innertkirchen.

651.315.056

(Fortsetzung von Seite 46 und Schluss.)

4. Grosse Spannweiten.

Wie im dritten Kapitel angedeutet, sind für Spannweiten über 500 m die Berechnungen nach der angenäherten Methode nicht mehr genügend genau. Es wird alsdann nötig, die Berechnungen nach den Formeln der Kettenlinie durchzuführen. Nimmt man z. B. eine Spannweite von 800 m Länge mit gleich hohen Aufhängepunkten an, so wird der Durchhang bereits so gross, dass die Zugbeanspruchung des Seiles in den Aufhängepunkten nicht mehr der Scheitelbeanspruchung gleich gesetzt werden darf. Die Scheitelbeanspruchung ist in diesem Fall wesentlich kleiner als die maximal zulässige Zugbeanspruchung und muss aus dieser berechnet werden.

Nimmt man den Zustand bei 0° und Schneebelastung, so sind von der Seilkurve Horizontal- und Vertikal-Distanz der Aufhängepunkte, das virtuelle spezifische Seilgewicht und die Zugspannung im höheren Aufhängepunkt gegeben. Der Parameter der Kurve ist noch unbekannt und muss zunächst bestimmt werden.

Bekanntlich ist bei der Kettenlinie der Seilzug in einem Punkt der Ordinate dieses Punktes proportional (Ableitung s. Anhang I, Gl. 10^{*}). Es gilt also

$$p_n = \gamma \cdot y_n \text{ oder } y_n = \frac{p_n}{\gamma} \quad (14)$$

Im oberen Aufhängepunkt ist p_2 gleich der gewählten Maximalbeanspruchung p_z (= oder < zulässige Höchstbeanspruchung nach Starkstromverordnung) zu setzen. Im unteren Aufhängepunkt beträgt die Zugspannung demgemäss $p_1 = p_2 - \gamma \cdot h$. Es seien die beiden Stützpunkte A und B gegeben, ihre Horizontal-Distanz a , der Höhenunterschied h , der Neigungswinkel der Strecke A B gegen die Horizontale sei ψ .

Dann gilt die Beziehung⁶⁾:

$$y_o = \frac{1}{2} \cdot (y_1 + y_2) \cos \psi = c \cdot \cos \left(\frac{a}{2c} \right) \quad (15)$$

Die rechte Seite dieser Gleichung stellt nun die Ordinate der Aufhängepunkte einer Kettenlinie von gleichem Parameter und gleicher Spannweite, wie die zu untersuchende, jedoch mit gleich hohen Aufhängepunkten, dar. Man kann an Hand von Gl. (15) die Unbekannte c berechnen, was aber nicht einfach ist, da sie sowohl als Faktor als auch unter dem Cos auftritt. Man hilft sich durch Reihenentwicklung

$$y_o = c + \frac{x^2}{2c} + \frac{x^4}{24 c^3} + \dots \text{ oder}$$

$$c \cdot y_o = c^2 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24 c^2} + \dots \text{ wobei } x = \frac{a}{2} \quad (16)$$

Die Gleichung ist für c vierten Grades und kann nur gelöst werden durch Einsetzen verschiedener Werte von c bis zur Erfüllung der Gleichung. Wenn man die vierte Potenz von x vernachlässigt, so erhält man die Näherungsformel

$$c = \frac{1}{2} \cdot \left[y_o + \sqrt{y_o^2 - \frac{a^2}{2}} \right] \quad (16a)$$

Diese Formel ergibt c bereits mit einer Genauigkeit von einigen %; der genaue Wert für c ist etwas kleiner. Man berechnet also vorerst den angenäherten Wert nach Gl. (16a) und setzt etwas kleinere Werte in Gl. (16) bis zu deren Erfüllung ein. Die Potenzen können einer Potenztafel (z. B. Hütte I) entnommen werden.

Die Berechnung soll an einigen Beispielen erläutert werden:

Beispiel 3.

Ein Seil aus Hartkupfer von 67,5 mm² Querschnitt soll zwischen 2 gleich hohen Aufhängepunkten mit einer Distanz von 800 m so gespannt werden, dass die maximale Zugbeanspruchung bei 2 kg Schnee pro Laufmeter die nach Starkstromverordnung höchstzulässige Beanspruchung von 2700 kg/cm² nicht überschreitet.

Man setzt also

$$a = 800 \text{ m}$$

$$p_z = 2700 \text{ kg/cm}^2$$

$$\gamma = 0,0089 + \frac{0,02}{0,675} = 0,0385 = 38,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$$

⁶⁾ Ableitung siehe ETZ 1932, S. 28 und 29.

Dann betragen die Ordinaten der Aufhängepunkte:

$$y_1 = y_2 = \frac{p}{\gamma} = \frac{2700}{38,5 \cdot 10^{-3}} = 70130 \text{ cm} = 701,3 \text{ m}$$

$$y_0 = \frac{1}{2}(y_1 + y_2) = y_1$$

Näherungswert für $c = \frac{1}{2}(701,3 + \sqrt{701,3^2 - \frac{800^2}{2}}) = 557,7 \text{ m}$

Näherungswert für den Durchhang $= y_0 - c = 701,3 - 557,7 = 143,6 \text{ m}$. Man wählt für c einen kleinern Wert, z. B. 549,1 m, setzt ihn in Gl. (16) ein und erhält:

1. $x = 400$

$$\frac{x^2}{2} = \frac{16 \cdot 10^4}{2} = 80000$$

$$c^2 = 301511$$

$$\frac{x^4}{24 c^2} = \frac{256 \cdot 10^8}{24 \cdot 301511} = \frac{3529}{385040}$$

2. $c \cdot y_0 = 549,1 \cdot 701,3 = 385080$

Die Uebereinstimmung von 1. und 2. zeigt, dass der gewählte Wert für c richtig ist, und man erhält für den Durchhang

$$f = y_0 - c = 701,3 - 549,1 = 152,2 \text{ m}$$

Dieser Wert stimmt sehr gut mit dem nach Hyperbelfunktion und Logarithmentafel berechneten Wert von 152,26 m überein.

Für die Bogenlänge erhält man gemäss Anhang I, Gl. 9*:

$$l = 2 \cdot \sqrt{y_1^2 - c^2} = 2 \cdot 436,5 = 873 \text{ m}$$

Der Horizontalzug wird

$$p = c \cdot \gamma = 54910 \cdot 38,5 \cdot 10^{-3} = 2110 \text{ kg/cm}^2,$$

also erheblich weniger als p_z , d. h. die wirkliche Maximalbeanspruchung des Seiles wäre um rund 600 kg/cm² = 22 % grösser als zulässig geworden, wenn nur mit den angenäherten Werten ($p_z = p$) gerechnet worden wäre.

Beispiel 4.

Zwischen zwei Abspannpunkten mit einer Horizontalstanz von 900 m und einem Höhenunterschied von 120 m soll ein Bronzeseil von 62 mm² Querschnitt gezogen werden, so dass die maximale Zugspannung im oberen Aufhängepunkt bei 2 kg Schnee pro Laufmeter höchstens 77 % der nach Starkstromverordnung zulässigen Beanspruchung (4300 kg/cm²) betragen soll.

Man setzt also

$$a = 900 \text{ m} \quad \cos \psi = 0,991 \quad \psi = 7^\circ 40'$$

$$h = 120 \text{ m}$$

$$p_z = 77 \% \text{ von } 4300 = 3300 \text{ kg/cm}^2 = p_2$$

$$\gamma = 0,087 + \frac{0,02}{0,62} = 0,041 = 41 \cdot 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$$

Die Ordinate des oberen Aufhängepunktes

$$y_2 = \frac{p_2}{\gamma} = \frac{3300}{41 \cdot 10^{-3}} = 80500 \text{ cm} = 805 \text{ m}$$

Die Ordinate des unteren Aufhängepunktes

$$y_1 = y_2 - 120 = 685 \text{ m}$$

$$y_0 = \frac{1}{2}(y_1 + y_2) \cos \psi = 745 \cdot 0,991 = 738,5 \text{ m}$$

Näherungswert von $c =$

$$\frac{1}{2} \left(738,5 + \sqrt{738,5^2 - \frac{900^2}{2}} \right) = 556,75 \text{ m}$$

Man wählt $c = 541 \text{ m}$ und setzt diesen Wert in Gl. (16) ein:

1. $x = 450$

$$\frac{x^2}{2} = \frac{20,25}{2} \cdot 10^4 = 101250$$

$$c^2 = 292681$$

$$\frac{x^4}{24 c^2} = \frac{410,07 \cdot 10^8}{24 \cdot 292681} = \frac{5837}{399768}$$

2. $c \cdot y_0 = 541 \cdot 738,5 = 399730$

$$f = (y_0 - c) \frac{1}{\cos \psi} = (738,5 - 541) \frac{1}{0,991} = 199,3 \text{ m}$$

Höhenunterschied zwischen Kurvenscheitel und unterem Aufhängepunkt:

$$y' = y_1 - c = 685 - 541 = 144 \text{ m}$$

Bogenlänge:

$$l = \sqrt{y_1^2 - c^2} + \sqrt{y_2^2 - c^2} = \sqrt{685^2 - 541^2} + \sqrt{805^2 - 541^2}$$

$$l = 596,11 + 420,17 \sim 1016 \text{ m}$$

Die Scheitelbeanspruchung $p = c \cdot \gamma = 54100 \cdot 41 \cdot 10^{-3} = 2220 \text{ kg/cm}^2$, also nur $\frac{2}{3}$ der wirklichen Maximalbelastung.

Für Spannweiten von 500 m und darunter kann c mit genügender Genauigkeit nach der Näherungsformel 16a berechnet werden. Für die Berechnung des Winkels, den die Tangente an die Kettenlinie mit der Abszissenaxe bildet, gilt für die Kettenlinie die einfache Beziehung

$$\cos \tau = \frac{c}{y} \quad (17)$$

Die Zugbeanspruchungen im höchsten Punkt interessieren meist nur in den Fällen der Maximalbelastung und sind dann durch die Starkstromverordnung gegeben; also bei 0° und 2 kg Schnee pro Meter. Bei den Umrechnungen auf andere Zustände (verschiedene Temperaturen ohne Zusatzlast) liegt als Resultat bereits die für den Parameter der Kurve massgebende Scheitelbeanspruchung p vor und der Durchhang kann direkt berechnet werden nach der Gleichung

$$f = \left(\frac{\gamma \cdot a^2}{8 p} + \frac{\gamma^3 a^4}{384 \cdot p^3} \right) \frac{1}{\cos \psi} \quad (8a)$$

welche für horizontale Spannweiten ($\cos \psi = 1$) mit Gl. (8) identisch ist.

Zur Bestimmung von Abständen gegen den Erdboden oder kreuzende Leitungen ist, wie bei den kleinen Spannweiten, der Scheitelpunkt der Kurve, resp. die Koordinaten x und y der Aufhängepunkte zu bestimmen. Das im 3. Kapitel dieser Abhandlung dargestellte angenäherte Verfahren ist aber für grosse Spannweiten nicht genau genug. Es ist in diesem Fall mit folgenden, aus der Reihenentwicklung der Kettenlinienformel abgeleiteten Gleichungen zu rechnen⁷⁾.

Gegeben seien: Horizontalstanz a und Höhendifferenz h der Aufhängepunkte.

Horizontalbeanspruchung p und spez. Gewicht γ des Leiters.

Man bestimmt zunächst den Parameter der Kurve

$$c = \frac{p}{\gamma}; \text{ die Gleichungen lauten dann}$$

⁷⁾ Ableitung s. Anhang I (Gl. 13*).

$$a) x_2 - x_1 = a$$

$$b) h = \frac{a}{2c} \cdot (x_1 + x_2) \cdot \left[1 + \frac{x_1^2 + x_2^2}{12c^2} \right] \quad (18)$$

An Stelle von $x_1^2 + x_2^2$ können die nach den Gl. (11) und (12) berechneten Näherungswerte $x_1'^2$ und $x_2'^2$ eingesetzt werden, was die Berechnung sehr vereinfacht. Aus den beiden Gl. (18a) und (18b) erhält man die Abszissenwerte x_1 und x_2 der Aufhängepunkte. Die Ordinaten ergeben sich aus der Gl.

$$y = c + \frac{x^2}{2c} + \frac{x^4}{24c^3} \quad (6a)$$

oder wenn die Abszissenaxe durch den Kurvenscheitel gelegt wird

$$y' = \frac{x^2}{2c} + \frac{x^4}{24c^3} \quad (6b)$$

Zur Kontrolle des Ausdruckes in der eckigen Klammer empfiehlt es sich, die Summe von $x_1^2 + x_2^2$ mit der Summe von $x_1'^2 + x_2'^2$ zu vergleichen.

5. Spezielle Fälle von Leitungen.

a) Regelleitungen.

Als Regelleitungen werden Freileitungen mit nahezu gleichmässigen Spannweiten bis zu 50 m bezeichnet. Für diese Leitungen liegt in der Starkstromverordnung⁹⁾ eine Durchhangstabelle vor, nach welcher die Durchhänge einzuregulieren sind (Tab. II). Eine Berechnung der Durchhänge erübrigt sich somit.

b) Weitspannleitungen mit festen Isolatoren.

Hierher gehören alle Leitungen mit fixen Befestigungspunkten, d. h. mit festen Isolatoren (Stützen und Abspannketten) mit Spannweiten über 50 m. Die Durchhangsberechnung erfolgt nach den in den vorhergehenden Kapiteln dieser Abhandlung dargestellten Regeln. Einzelne Spannweiten von über 50 m im Zuge von Regelleitungen sowie für sich abgespannte Spannweiten in Leitungen mit Hängeisolatoren sind in gleicher Weise zu behandeln.

c) Weitspannleitungen mit beweglichen Isolatoren.

Leitungen mit Hängeisolatoren haben die bemerkenswerte Eigenschaft, dass die Aufhängepunkte der Leiter nicht mehr fest sind, sondern sich bei Zustandsänderungen unter der Einwirkung von Differenzzügen zweier benachbarter Spannweiten in Leitungsrichtung bewegen können. Infolge dieser Bewegungen (Isolatorenauslenkungen) ändern sich die Zugspannungen in den angrenzenden Spannweiten.

Es hat sich gezeigt, dass bei genügend langen Isolatorenketten im normalen Betriebszustand (mit oder ohne gleichmässig verteilte Schneelast) diese

⁸⁾ In der Jobinschen Originalarbeit hat sich seinerzeit in diese Formel [Gl. (20)] ein Druckfehler eingeschlichen, indem statt der Zahl 12 im Nenner des zweiten Klammergliedes die Zahl 24 steht.

⁹⁾ Art. 88.

Verschiebungen sehr klein sind und nur in seltenen Fällen 20 bis 30 cm übersteigen. Das durch die Vertikalkomponente des Leiterzuges mit dieser Auslenkung als Hebelarm erzeugte Drehmoment kann also in den meisten Fällen vernachlässigt werden. Durch diese Isolatoren-Auslenkungen werden somit die horizontalen Seilspannungen bis auf ganz kleine Differenzen ausgeglichen. *Es ist also p für alle Spannweiten zwischen zwei Abspannungen gleich gross und die Seilkurven aller Spannweiten gehören der gleichen Kettenlinie an.*

Die Horizontalkomponenten der Seilspannungen sind also für Leitungen mit Hängeisolatoren für Zustandsänderungen nicht Spannweite für Spannweite zu berechnen, sondern für alle Spannweiten zwischen zwei Abspannungen gemeinsam, wobei in Gl. (1) für a die Berechnungsspannweite a^* eingesetzt wird.

Bezeichnet man mit

p_0 die horizontale Seilbeanspruchung in kg/cm² im Anfangszustand γ_0, t_0 ,

p^* die ausgeglichene horizontale Seilspannung im Endzustand γ, t ,

so berechnet sich p^* nach den Gleichungen¹⁰⁾:

a) Für Leitungen mit Hängeisolatoren und gleich hoch liegenden Aufhängepunkten (horizontale Spannweiten):

$$p^{*3} + p^{*2} \left[\frac{\gamma_0^2 a^{*2} \cdot E}{24 \cdot p_0^2} + (t - t_0) \alpha E - p_0 \right] = \frac{\gamma^2 a^{*2} E}{24} \quad (19)$$

Die Grösse der Berechnungsspannweite a^* ergibt sich zu:

$$a^{*2} = \frac{\sum_1^n a^3}{\sum_1^n a} \quad (20)$$

wobei n die Anzahl der Spannweiten zwischen zwei Abspannpunkten bedeutet.

b) Für Leitungen mit Hängeisolatoren und ungleich hohen Aufhängepunkten:

$$u \cdot p^{*3} + p^{*2} \left[\frac{\gamma_0^2 a^{*2} E}{24 p_0^2} + (t - t_0) \alpha E - u \cdot p_0 \right] = \frac{\gamma^2 \cdot a^{*2} \cdot E}{24} \quad (21)$$

$$a^{*2} = \frac{\sum_1^n a^3 \cos \psi}{\sum_1^n a}; u = \frac{\sum_1^n a \left(1 + \frac{h^2}{2a^2} \right)}{\sum_1^n a} \quad (22)$$

Zur Berechnung der Horizontalkomponente p aus der maximalen Zugbeanspruchung p_z gemäss Gl. (3) sind für a und h die Werte derjenigen Spannweite einzusetzen, welche die grösste Ordinate y_z' für den obern Aufhängepunkt aufweist. Es ist dies in den meisten Fällen die Spannweite mit dem grössten Neigungswinkel ψ .

¹⁰⁾ Ableitung s. Anhang I (Gl. 19* bis 26*).

Normale Durchhänge der Leiter von Regelleitungen, wie sie gemäss Art. 88, Ziffer 3, einzuhalten sind, und dabei auftretende Zugkräfte und Beanspruchungen.

Tabelle II.

Leiter		Leiterdurchhang in cm für Spannweiten von m							Temperatur ° C (Zustand)	Leiterzug bei 10 °		Beanspruchung in Spanuweiten von			
durchmesser mm	quer-schnitt mm²	20	25	30	35	40	45	50		kg	kg/mm²	50 m bei 0° mit Zusatzlast kg/mm²	20 m bei — 25 ° kg/mm²		
Halbharter Kupferdraht															
4	12,6	{	10	17	25	36	49	63	80	0 °	{	40	3,2	28,0 ¹⁾	9,0
			14	22	32	43	56	71	88	+ 10 °					
			19	27	38	50	63	78	95	+ 20 °					
			45	64	84	107	131	158	187	0 ° S					
4,5	15,9	{	10	17	25	36	49	63	80	0 °	{	51	3,2	24,9 ²⁾	9,0
			14	22	32	43	56	71	88	+ 10 °					
			19	27	38	50	63	78	95	+ 20 °					
			41	58	76	95	118	143	170	0 ° S					
5	19,6	{	10	16	24	34	46	60	75	0 °	{	65	3,3	22,6	9,2
			14	21	30	41	54	68	84	+ 10 °					
			18	26	36	48	61	75	91	+ 20 °					
			37	52	69	87	107	130	154	0 ° S					
6	28,3	{	9	15	23	32	43	56	70	0 °	{	100	3,5	18,7	9,6
			13	20	29	39	51	64	79	+ 10 °					
			17	25	35	46	59	72	87	+ 20 °					
			32	45	59	75	93	112	133	0 ° S					
7	38,5	{	9	14	21	30	40	52	65	0 °	{	145	3,8	16,1	10,0
			12	19	27	36	47	60	74	+ 10 °					
			16	24	33	43	55	68	82	+ 20 °					
			28	40	53	67	83	100	119	0 ° S					
8	50	{	8	13	19	27	37	48	61	0 °	{	200	4,0	14,3	10,3
			11	17	25	34	45	57	70	+ 10 °					
			15	23	32	42	52	64	78	+ 20 °					
			25	35	47	60	75	90	107	0 ° S					
Kupferseil															
9,1	50	{	8	13	19	27	37	48	61	0 °	{	200	4,0	13,7	9,8
			11	17	25	34	45	57	70	+ 10 °					
			15	23	32	41	52	64	78	+ 20 °					
			26	37	49	63	78	94	111	0 ° S					
9,6	70	{	8	13	19	27	37	48	61	0 °	{	280	4,0	11,5	9,8
			11	17	25	34	45	57	70	+ 10 °					
			15	23	32	41	52	64	78	+ 20 °					
			23	33	44	56	70	85	101	0 ° S					
Reinaluminiumseil															
6,4	25	{	6	10	14	20	28	37	48	0 °	{	35	1,4	13,6 für 40 m	5,5
			10	16	22	30	39	50	62	+ 10 °					
			17	24	32	41	51	62	74	+ 20 °					
			45	62	81	101	122	144	167	0 ° S					
8,1	40	{	6	10	14	20	28	37	48	0 °	{	56	1,4	11,5 höchst zulässig	5,5
			10	16	22	30	39	50	62	+ 10 °					
			17	24	32	41	51	62	74	+ 20 °					
			37	52	68	85	103	123	144	0 ° S					
10,8	70	{	5	9	13	18	24	31	40	0 °	{	112	1,6	8,4	5,8
			9	14	20	26	34	44	54	+ 10 °					
			15	21	28	37	46	56	67	+ 20 °					
			29	41	54	68	83	99	116	0 ° S					
13	100	{	5	9	13	18	24	31	40	0 °	{	160	1,6	6,9	5,8
			9	14	20	26	34	44	54	+ 10 °					
			15	21	28	37	46	56	67	+ 20 °					
			24	34	46	59	73	88	103	0 ° S					

¹⁾ 25,7 für 40 m Spannweite und 22,5 für 30 m Spannweite.

²⁾ 22,9 für 40 m Spannweite.

Bemerkung: Die Angaben in der Temperaturkolonne bedeuten, wo nichts bemerkt ist, den Zustand ohne Zusatzlast und bei «0° S» den Zustand bei 0° mit der Zusatzlast nach Art. 88, Ziffer 1 b. Der letztere Zustand ist massgebend für die minimale Höhe der Leiter über Boden und den minimalen lotrechten Abstand gegenüber andern gekreuzten Leitern gemäss Art. 13 und 30 der Verordnung über Parallelführungen und Kreuzungen.

Die in der vorstehenden Tabelle angeführten Masse des Durchhangs sind gemäss Erläuterung zu Art. 88, Ziffer 3 der Starkstromverordnung als Minimalwerte anzusehen. Wenn aus Gründen grösserer Sicherheit die maximalen Zugbeanspruchungen kleiner gewählt werden, als in der Tabelle angegeben, so ist die Durchhangsberechnung nach den in den vorhergehenden Kapiteln dieser Abhandlung dargestellten Regeln durchzuführen.

6. Berechnung der vom Leiter auf die Tragwerke ausgeübten Kräfte.

Diese Kräfte sind massgebend für die Berechnung der Tragwerke. Man kann sie als Komponenten in drei Richtungen darstellen:

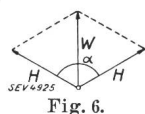
a) Kräfte in Leitungsrichtung.

Es handelt sich hier um die horizontalen Zugspannungen, deren Berechnung in den vorhergehenden Kapiteln dargestellt wurde.

b) Kräfte quer zur Leitungsrichtung.

Hier kommt in erster Linie der Winddruck auf die Leiter in Betracht, ferner bei Winkelmasten der Winkelzug. Gewöhnlich wird der Wind als horizontal einfallend angenommen. Ist der Winddruck auf die Leiter einer Spannweite bekannt, so kann in diesem Fall die zugehörige Beanspruchung auf jeden der beiden angehörigen Masten, herrührend von dieser Spannweite, gleich der Hälfte des Winddruckes auf alle Leiter angenommen werden.

Der Winkelzug wird aus dem Horizontalzug und dem Ablenkungswinkel gemäss Fig. 6 berechnet; er beträgt:



$$W = 2 H \cdot \cos \frac{\alpha}{2}.$$

Fig. 6.

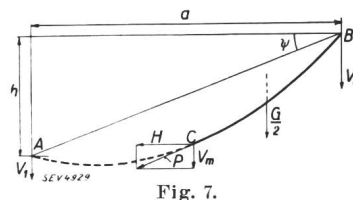
c) Kräfte in der Lotrechten zur Erde.

Es handelt sich hier um die Einwirkung des Gewichtes der Leiter auf die Tragwerke. Da im Scheitelpunkt der Seilkurve nur horizontale Kräfte übertragen werden, die Vertikalkomponente somit Null ist, so entfällt auf jeden Mast das Gewicht der Seile vom Aufhängepunkt bis zum Kurvenscheitel. Liegt der Scheitel ausserhalb der Spannweite, so ergibt sich für den oberen Aufhängepunkt eine so grosse Vertikallast, wie wenn das virtuelle Bogenstück vom untern Aufhängepunkt bis zum Scheitel materiell vorhanden wäre. Für den unteren Aufhängepunkt erhält man dann eine Vertikalkomponente entsprechend dem vorgenannten virtuellen Bogen, aber nach oben wirkend.

Es kann nun vorkommen, dass bei einem Mast die Resultierende der Vertikalkräfte beider Spannweiten nach oben gerichtet ist, wobei die Isolatorenkette gehoben wird. Ist diese Resultierende nicht sehr gross, so kann ihr meistens durch ein an die Seilklemme angehängtes Zusatzgewicht entgegengewirkt werden. Das Zusatzgewicht muss immer grösser sein als die maximale, nach oben gerichtete Vertikalkomponente. Ist diese aber beträchtlich, so muss die Leitung entweder an diesem Mast abgespannt oder, wenn die Vertikalkomponente bei allen Zuständen der Leitung nach oben gerichtet ist,

so kann die Isolatorenkette umgekehrt angeordnet werden, so dass die Aufhängung am Ausleger unterhalb der Seilklemme liegt. Das Abspannen ist in den meisten Fällen vorzuziehen.

Da es bei der Bestimmung der Vertikalkräfte nicht auf so grosse Genauigkeit ankommt, wie bei der Durchhangsberechnung, so genügen in den meisten Fällen die folgenden einfachen Näherungsformeln (Fig. 7):



Denkt man sich das Seil in einer Spannweite im Schnittpunkt C der zur Verbindungsgeraden der Aufhängepunkte parallelen Tangente durchgeschnitten und bringt an dieser Stelle den Zug P an, so ist der Vertikalzug im oberen Aufhängepunkt B gleich dem Gewicht des Seilstückes B C + der Vertikalkomponente des Seilzuges P in kg. Der entsprechende Horizontalzug sei $H = p \cdot q$ (in kg), wobei q den Seilquerschnitt bedeutet. Das Bogenstück B C können wir annähernd gleich der Hälfte des ganzen Bogens A B setzen. Dann ist

$$V_2 = \frac{G}{2} + V_m = \frac{G}{2} + H \cdot \operatorname{tg} \psi = \frac{G}{2} + H \cdot \frac{h}{a} \quad (23)$$

$$V_1 = \frac{G}{2} - H \cdot \frac{h}{a}$$

G ist das Gewicht des Seiles zwischen A und B. Für kleinere Spannweiten ist es zulässig, die Gerade A B dem Bogen A B gleichzusetzen. Bezeichnet man mit g das Gewicht des Seiles (ohne oder mit Zusatzlast) pro Längeneinheit, so erhält man

$$V_2 = \frac{g \cdot a}{2} + H \cdot \frac{h}{a} \quad (24)$$

$$V_1 = \frac{g \cdot a}{2} - H \cdot \frac{h}{a}$$

Negative Werte für V bedeuten Zug nach oben. Gl. (23) bzw. (24) gibt für Spannweiten bis zu 400 m und Neigungswinkel bis zu 30° ($\cos \psi = 0,86$) genügend genaue Resultate. Genauere Werte für die Vertikalkräfte erhält man nach folgender Methode, welche auch eine gute Kontrolle über die Seilspannungen in den beiden Aufhängepunkten ermöglicht.

Bekanntlich ist bei der Kettenlinie die Differenz der Seilspannungen zweier Punkte gleich der Ordinatendifferenz dieser Punkte, multipliziert mit dem (virtuellen) spezifischen Gewicht des Leiters.

weise wird bei fallender Temperatur das Metall mit grösserem Ausdehnungskoeffizienten sich stärker zusammenziehen suchen und einen entsprechend grösseren Belastungsanteil aufnehmen. Besitzt dieses Metall dagegen den kleinern Elastizitätsmodul, so wird durch die elastische Dehnung die Mehrbelastung zum Teil wieder kompensiert. Die im vorhergehenden Beispiel berechnete Belastungsverteilung gilt also streng genommen nur für die Montagetemperatur.

Das spezifische Gewicht des ganzen Seiles ohne Zusatzlast in kg/cm³ ist gleich dem Seilgewicht pro cm, dividiert durch den Gesamtquerschnitt des Seiles in cm².

Die Bruchbelastung des kompletten Seiles ist stets kleiner als die Summe der Bruchlasten der Komponenten. Sie lässt sich nur auf Grund von Erfahrungstatsachen berechnen und wird am besten durch einen *Zerreissversuch* bestimmt.

Nach Starkstromverordnung gilt bei Seilen, die aus verschiedenem Material bestehen, als höchst zulässige Beanspruchung des ganzen Seiles diejenige, welche im ungünstigsten Belastungsfall dann auftritt, wenn das eine oder das andere der beiden Materialien seine höchstzulässige Beanspruchung erreicht.

Auf das Aluminiumstahlseil des vorhergehenden Beispiels angewendet, ergibt sich aus der Belastungsverteilung und den kleineren Ausdehnungsvermögen des Aluminium ohne weiteres, dass *dieses* Metall für den Bruch des Seiles massgebend ist. Dessen höchstzulässige Beanspruchung beträgt gemäss Starkstromverordnung¹²⁾) 1300 kg/cm², oder für den gesamten Aluminiumquerschnitt: $1300 \cdot 1,705 = 2215 \text{ kg} = 56,7 \%$ der höchstzulässigen Seilbeanspruchung. Diese ergibt somit zu $2215 \cdot \frac{100}{56,7} = 3910 \text{ kg}$ oder $3910 : 2,103 = 1860 \text{ kg/cm}^2$, bezogen auf den vollen Seilquerschnitt; die Stahlseele wird dabei nur mit 1695 kg, also 36 % ihrer Bruchfestigkeit, belastet, worin übrigens eine ganz erhebliche zusätzlicher Sicherheit liegt.

8. Ausserordentliche Belastungsfälle.

In vielen Fällen interessiert das Verhalten einer Leitung, die vorschriftsmässig erstellt worden ist, bei ausserordentlichen Zuständen, z. B. Rauhreifansatz über 2 kg pro Laufmeter. Ferner wird man sich die Frage stellen, welche Zusatzlast die nach Vorschrift gespannten Seile zum Reissen bringen würde.

Beide Fragen lassen sich mit Hilfe der Zustandsgleichungen (1) und (1a) lösen. Es ist aber zu beachten, dass bei normalen Belastungsfällen bis zur vorschriftsmässigen Höchstbelastung die Proportionalitätsgrenze des Leitermetalles nur wenig überschritten wurde, und deshalb mit einem konstanten Elastizitätsmodul E gerechnet werden konnte. Bei

höheren Belastungen ist dies nicht mehr der Fall. Um Berechnungen durchführen zu können, ist die Vorlage der Zerreisskurve des Seiles, bzw. die Spannungs-Dehnungskurve des Leitermaterials erforderlich.

Es soll nun die Bruchschneelast eines Seiles vom spez. Gewicht γ_0 berechnet werden, das in einer horizontalen Spannweite a bei einer Temperatur t_0 mit einer Zugbeanspruchung p_0 gespannt ist. Die Lösung erhält man aus Gl. (1a):

$$\frac{a^2}{24} \cdot \left(\frac{\gamma^2}{p^2} - \frac{\gamma_0^2}{p_0^2} \right) = (t - t_0) \alpha + (p - p_0) \cdot \frac{1}{E} \quad (1a)$$

wenn man für p die Zerreissfestigkeit des Leiters einsetzt. Man erhält dann als Lösung γ , das Gewicht des Leiters + der gesuchten Bruchschneelast, bezogen auf die Längen- und Querschnittseinheit des Leiters. In vorstehender Form ist aber die Gleichung zur Lösung nicht geeignet, weil E keine Konstante ist. Es ist nun allgemein die Dehnung des Materials gleich der Zugspannung, dividiert durch

den Elastizitätsmodul, also $\varepsilon = \frac{p}{E}$.

In Gl. (1a) eingesetzt erhalten wir

$$\frac{a^2}{24} \cdot \left(\frac{\gamma^2}{p^2} - \frac{\gamma_0^2}{p_0^2} \right) = (t - t_0) \alpha + \varepsilon - \varepsilon_0. \quad (30)$$

Liegt nun die Zerreisskurve des Seilmaterials vor (Fig. 9), so entnimmt man ihr die Zerreissfestigkeit p_b und die Bruchdehnung ε_b und setzt diese Werte an Stelle von p und ε in Gl. (30) ein. Ist ε in % angegeben, so ist der Wert $\frac{\varepsilon}{100}$ in die Gleichung einzusetzen. ε_0 ist durch die bekannten Werte p_0 und E gegeben. Wählt man noch die

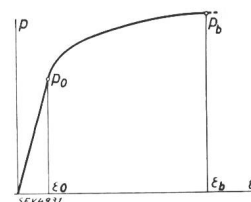


Fig. 9.

Temperatur t , für welche die Bruchschneelast bestimmt werden soll, so sind alle Werte gegeben, um die Unbekannte γ zu berechnen, aus welcher sich die Bruchschneelast K_b ergibt:

$$K_b = q (\gamma - \gamma_0). \quad (31)$$

Haben wir die Werte γ und γ_0 , ausgedrückt in kg/cm³, so erhält man K_b in kg pro cm Leiterlänge.

Etwas umständlicher gestaltet sich die Berechnung der Zugspannung für eine 2 kg pro Laufmeter übersteigende Zusatzlast. In Gl. (30) sind alsdann γ und γ_0 bekannt, sie enthält aber die beiden Unbekannten p und ε , die unter sich durch die Zerreisskurve, aber nicht in analytischer Form zusammen-

¹²⁾ Siehe Tabelle I, Fussnote 1).

hängen. Man setzt nun verschiedene Werte von p in Gl. (30) ein, berechnet daraus ε und verändert p so lange, bis die zugehörigen Werte von p und ε als Koordinaten im Zerreißdiagramm einen Punkt ergeben, welcher auf der Zerreißkurve liegt.

Die Angaben unter 8, über das Verhalten einer Leitung bei ausserordentlichen Zusatzlasten, gelten nur für eine *annähernde Orientierung*, sogar wenn die Spannungs-Dehnungskurve sich auf ein langes Seilstück bezieht.

Zusammenstellung der für die Berechnung wichtigsten Formeln.

Tabelle III.

	A. Spannweiten bis 300 m gleich hohe Aufhängepunkte	B. Spannweiten bis ca. 500 m und Neigung ψ bis ca. 30° 1)	C. Spannweiten von 500 bis ca. 1200 m mit beliebigen Neigungen
1. Zustandsgleichung	$p^3 + p^2 \cdot \left[\frac{\gamma_0^2 a^2 E}{24 p_0^2} + (t - t_0) \alpha E - p_0 \right] = \frac{\gamma^2 a^2 E}{24}$	$p^3 \left(1 + \frac{h^2}{2 a^2} \right) + p^2 \left[\frac{\gamma_0^2 a^2 E \cos \psi}{24 p_0^2} + (t - t_0) \alpha E - p_0 \left(1 + \frac{h^2}{2 a^2} \right) \right] = \frac{\gamma^2 a^2 E \cos \psi}{24}$	$p^3 \left(1 + \frac{h^2}{2 a^2} \right) + p^2 \left[\frac{\gamma_0^2 a^2 E \cos \psi}{24 p_0^2} + (t - t_0) \alpha E - p_0 \left(1 + \frac{h^2}{2 a^2} \right) \right] = \frac{\gamma^2 a^2 E \cos \psi}{24}$
2. Durchhang	$f = \frac{\gamma \cdot a^2}{8 p}$	$f = \frac{\gamma \cdot a^2}{8 p \cos \psi}$	$f = \frac{y_0 - c}{\cos \psi} = \left(\frac{\gamma \cdot a^2}{8 p} + \frac{\gamma^3 \cdot a^4}{384 p^3} \right) \frac{1}{\cos \psi}$
3. Seilcurve: Scheitelgleichung	$y' = \frac{x^2}{2 c}$	$y' = \frac{x^2}{2 c \cos \psi}$	$y' = \frac{x^2}{2 c} + \frac{x^4}{24 c^3} + \frac{x^6}{720 c^5} \cdot 2)$
4. Seilcurve: Parameter	$c = \frac{p}{\gamma}$	a) $c = \frac{p}{\gamma}$, wobei p nach Gl. b) b) $p^2 \left(\frac{h^2}{a^2} + 2 \right) - p (2 p_1 - \gamma \cdot h) + \frac{\gamma^2 a^2}{4} = 0$	a) $c = \frac{p}{\gamma}$ b) $c \cdot y_0 = c^2 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24 c^2}$ wo $x = \frac{a}{2} \quad y_0 = \frac{1}{2} (y_1 + y_2) \cdot \cos \psi$ c) $c = \frac{1}{2} \left[y_0 + \sqrt{y_0^2 - \frac{a^2}{2}} \right] \cdot 3)$
5. Aufhängepunkte: Abszissen	$x_1 = x_2 = \frac{a}{2}$	$x_2 = \frac{c \cdot h \cdot \cos \psi}{a} \pm \frac{a}{2}$	a) $x_2 - x_1 = a$ b) $h = \frac{a}{2 c} (x_1 + x_2) \left[1 + \frac{x_1^2 + x_2^2}{12 c^2} \right]$
6. Aufhängepunkte: Ordinaten	$y_1 = y_2 = \frac{\gamma \cdot a^2}{8 p}$	$y'_1 = \frac{\gamma \cdot x_1^2}{2 p \cos \psi} = \frac{x_1^2}{2 c \cos \psi}$ $y'_2 = y'_1 + h$	$y'_1 = \frac{x_1^2}{2 c} + \frac{x_2^4}{24 c^3}$ $y'_2 = y'_1 + h$
7. Zugspannungen in den Aufhängepunkten	$p_1 = p_2 = p + \gamma \cdot f \sim p$	$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p}{\cos \psi} + \gamma \left(f \pm \frac{h}{2} \right)$	$\frac{p_2}{p_1} = p + \gamma y'_2 = \gamma \cdot y_2 \text{ (gilt auch für A u. B)}$ $p_1 = p + \gamma y'_1 = \gamma \cdot y_1$
8. Vertikalkräfte in den Aufhängepunkten:	$V_1 = V_2 = \frac{g \cdot a}{2}$	$\frac{V_2}{V_1} = \frac{g \cdot a}{2} \pm H \left(\frac{h}{a} \right) \text{ wo } H = p \cdot q$	$\frac{V_2}{V_1} = q \sqrt{p_2^2 - p^2} \pm \text{wenn } V_2 \leq \text{Seilgewicht}$ $V_1 = q (\pm \sqrt{p_1^2 - p^2})$
In allen Formeln sind a, h, c und die übrigen Längenmasse in cm, γ in kg/cm ³ p in kg/cm ² einzusetzen. In Formeln, welche nur Längenangaben enthalten, können diese auch in Meter oder beliebigen Dimensionen eingesetzt werden. In jeder Formel darf aber nur eine Dimension vorkommen.			
1) Bei Neigungswinkel über 30° sind die Formeln C zu verwenden. 2) Das letzte Glied kann, abgesehen von extremen Fällen, vernachlässigt werden. 3) Näherungsformel, nur für Spannweiten bis 500 m genau.			

Wie in diesem Artikel dargelegt wurde, lassen sich die Berechnungen für Spannweiten bis zu 400 bis 500 Meter mit Näherungsformeln lösen, die mit einem 50 cm langen Rechenschieber mit genügender Genauigkeit ausgerechnet werden können. Für

größere und stark geneigte Spannweiten kommt man allerdings nicht darum herum, die Rechnungen nach den Regeln der Kettenlinie durchzuführen, wobei es unerlässlich ist, auf 5 Stellen genau zu rechnen.

A n h a n g II.

Graphisches Verfahren zur Lösung von Aufgaben der Seilberechnung mittels der Einheitskettenlinie.

Die Gleichung der Kettenlinie lautet $y = c \cdot \mathfrak{C}08 \frac{x}{c}$.

Man bildet nun Relativwerte aller Längenangaben, welche sich auf die Kettenlinie beziehen, also Spannweite, Höhendifferenz, Durchhang usw., indem man sie durch den Parameter dividiert.

Also Spannweite	a	relative Spannweite	$\frac{a}{c} = A$
Höhendifferenz	h	» Höhendifferenz	$\frac{h}{c} = H$
Durchhang	f	» Durchhang	$\frac{f}{c} = F$
Bogenlänge	l	» Bogenlänge	$\frac{l}{c} = L$
Abszisse	x	» Abszisse	$\frac{x}{c} = X$
Ordinate	y	» Ordinate	$\frac{y}{c} = Y$
Parameter	c	» Parameter	$\frac{c}{c} = 1$

Mit den Relativwerten gerechnet lautet die Gleichung der Kettenlinie:

$$Y = \mathfrak{C}08 X$$

Das ist die Gleichung einer Kettenlinie vom Parameter 1. Diese stellt also das Bild aller beliebigen Kettenlinien dar, im Maßstab $1 : c$ gezeichnet. Hat man diese Kettenlinie aufgezeichnet, so braucht man von einer Seilkurve, deren Parameter, Spannweite und Höhendifferenz gegeben sind, nur durch Division durch den Parameter deren Relativwerte zu bilden und sie in die Einheitskurve einzutragen. Dann können die Relativwerte für Durchhang, Bogenlänge, Abszissen und Ordinaten von der Einheitskurve abgelesen und durch Multiplikation mit dem Parameter deren Absolutwerte bestimmt werden. Durch die Ordinaten der Aufhängepunkte A und B sind ferner die Zugspannungen in diesen Punkten bestimmt durch Multiplikation der Ordinaten mit dem Gewicht des Seiles pro Längen- und Querschnittseinheit. Da die Abbildung winkeltreu ist, so können auch die Winkel, welche Seilkurve oder Kurventangente mit den Koordinatenachsen bilden, direkt der Abbildung entnommen werden.

Es genügt also, für die Lösung verschiedener Aufgaben ein für allemal diese Einheitskettenlinie aufzuzeichnen. Da der Parameter der im Leitungsbau verwendeten Seilkurven meist zwischen 500 und 1500 m liegt, so muss die Kurve möglichst gross aufgezeichnet werden. Wählt man für den Einheitsparameter 1 einen Meter, so stellt die Kurve direkt die Abbildung einer Kettenlinie vom Parameter 1000 im Maßstab $1 : 1000$ dar. Da auf dem Kurvenblatt $\frac{1}{2}$ mm noch abgelesen werden kann, so lassen sich alle Strecken nur bis auf $\frac{1}{2}$ Meter genau bestimmen.

Zur Aufzeichnung der Kurve ist ein Zeichnungsblatt im Format von $2,2 \text{ m} \times 1,5 \text{ m}$ nötig. Die Koordinaten der Kurve können direkt in Metern aus der Tafel der Hyperbelfunktion $\mathfrak{C}08$, Hütte Bd. I, abgelesen werden. Legt man die Abszissenaxe durch den Kurvenscheitel, so ist von den Angaben der Tafel für $\mathfrak{C}08$ immer je 1 Meter in Abzug zu bringen. Um auch stark überhöhte Spannweiten zur Darstellung bringen zu können, ist es zweckmässig, die Ordinatenaxe nicht in der Mitte, sondern ca. 70 cm vom linken oder rechten Rand des Kurvenblattes entfernt anzuordnen (Kurvenblatt I *).

*) Das Generalsekretariat des SEV und VSE wird das Kurvenblatt II voraussichtlich herstellen und an Interessenten abgeben. Nähere Mitteilungen folgen.

Begnügt man sich mit einer kleinern Ablesegenauigkeit, so kann man für die Aufzeichnung der Kurve den Einheitsparameter durch 50 cm darstellen. Man erhält dann ein etwas handlicheres Format $1,1 \text{ m} \times 0,75 \text{ m}$ (Kurvenblatt II *).

Ist ferner für zwei durch Spannweite und Höhendifferenz gegebene Aufhängepunkte A und B für eine gegebene maximale Zugspannung und das spez. Seilgewicht die Seilkurve zu bestimmen, so ist der Parameter zunächst unbekannt. Die Aufgabe lässt sich aber folgendermassen lösen:

Da alle Seilkurven einander ähnlich sind, so kann die aufgezeichnete Einheitskurve jede beliebige Seilkurve in einem zugehörigen Maßstab darstellen. Wir wissen ferner, dass die Ordinate des höheren Aufhängepunktes mit dem Seilgewicht pro Längeneinheit multipliziert die maximale Zugspannung ergibt.

Die Distanz der Aufhängepunkte A und B betrage zum Beispiel x Meter. Man zieht nun im Kurvenblatt mit der Einheitskurve irgendeine Sehne mit dem gleichen Neigungswinkel, wie ihn die Verbindungslinie der Punkte A und B mit der Horizontalen aufweist. Die Länge dieser Sehne zwischen den Schnittpunkten mit der Einheitskettenlinie, abgemessen auf dem Kurvenblatt, soll mit b bezeichnet werden. Man misst nun die Höhendifferenz des Punktes B über dem Kurvenscheitel auf dem Kurvenblatt ab und addiert dazu den Einheitsparameter; dieses Mass, mit Y bezeichnet, stellt die Ordinate des Punktes B in der Zeichnung dar. Dann beträgt die Ordinate in Natur

$$y = Y \cdot \frac{x}{b}$$

Man multipliziert y mit dem Seilgewicht pro Längeneinheit und erhält so die maximale Zugspannung im Punkt B. Stimmt die so ermittelte Zugspannung nicht mit der vorgeschriebenen Zugspannung überein, so verschiebt man die

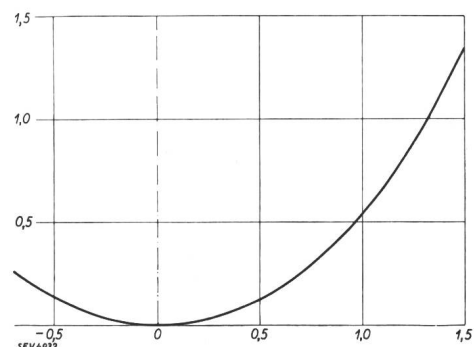


Fig. 7*.

Sehne parallel zu sich selbst und wiederholt das Verfahren, bis die ermittelte Zugspannung mit der gewählten übereinstimmt. Ist dies der Fall, so ist der gesuchte Parameter gleich dem Parameter der Einheitskurve multipliziert mit $\frac{x}{b}$ und der von der Sehne abgeschnittene Bogen der Einheitskettenlinie stellt das Abbild der gesuchten Seilkurve im Maßstab $1 : \frac{x}{b}$ dar.

Fig. 7* stellt die Abbildung einer solchen Einheits-Kettenlinie dar.