

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band: 31 (1940)
Heft: 19

Artikel: Seriengang, gekoppelte Kreise und Bandfilter [Fortsetzung]
Autor: Gruyter, Erwin de
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1061383>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Einschalten auch unter erschwerten Bedingungen besteht (grössere Reibung bei tiefer Temperatur, angerauchte Kontakte des Schalters, besonders aber Wiedereinschalten auf Kurzschluss). Bei leichten Einschaltbedingungen ist deshalb ein bedeutender Ueberschuss an mechanischer Energie vorhanden, der vernichtet werden muss, soll er nicht Unheil anrichten. Dies wird bei dem beschriebenen Apparat durch eine Oelbremse erreicht, welche zwischen Antriebsgewicht und Antriebskette eingebaut ist. Das Schalten erfolgt so ausserordentlich sanft.

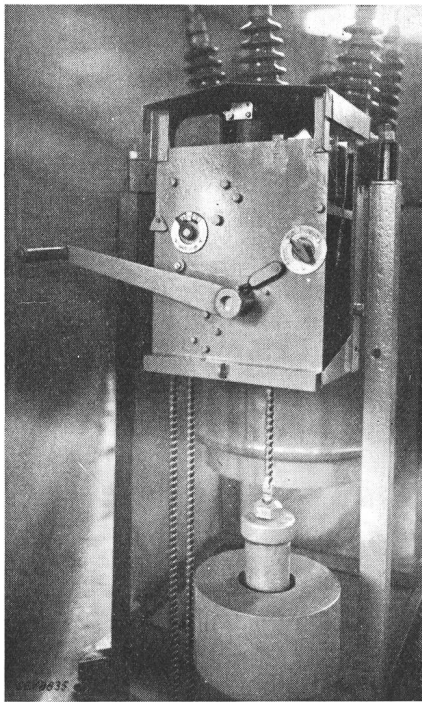


Fig. 7.
Wiedereinschaltvorrichtung.
Vorderansicht bei aufgeklapptem Gehäuse (Sprecher & Schuh).

Das Zeitwerk wird durch eine Feder angetrieben, welche durch die Ausschaltbewegung des Schalters gespannt wird. Sein Zeitablauf wird durch eine Wirbelstrombremse geregelt. Dasselbe Zeitwerk steuert sowohl die einzelnen aufeinanderfolgenden Wiedereinschaltzeiten, als auch die Blockierung der Wiedereinschaltvorrichtung nach festgelegter Zahl von Operationen.

Ein vorn rechts im Gehäuse angebrachter Handgriff (Fig. 7) erlaubt, die selbsttätige Vorrichtung ausser Betrieb zu setzen. Der Bedienende kann dann mit demselben Handgriff den Schalter nach Wunsch ein- oder ausschalten. Des weitern dient der gleiche Griff zum Entblockieren der Wiedereinschaltvorrichtung bei Dauerkurzschluss, d. h. nach endgültigem Öffnen des Schalters und nach Behebung der Störungsursache. Links ist die Anzeigevorrichtung «Ein — Aus» sichtbar.

Diese Gewichtsantriebe sind ausserordentlich einfach und bilden ein einheitliches Ganzes, das am Schalter angebaut ist. Infolgedessen ist die Montage an Ort und Stelle denkbar einfach, genau gleich wie diejenige eines gewöhnlichen Oelschalters. Das Gewicht wird anlässlich der Revision durch eine Kurbel mühelos aufgezogen. Bei Freiluftausführung werden die Auslöser im Antriebskasten eingebaut und durch im Schalterkessel eingebaute Stromwandler, oder für Ströme über 100 A durch auf die Durchführungen des Schalters aufgeschobene Stabwandler gespeist. Die Schalter werden mit Vorliebe als Mastschalter ausgeführt (Fig. 6). Der Gewichtsantrieb kommt mit Rücksicht auf seine Einfachheit und entsprechend niedrigen Anlagekosten immer dann zur Anwendung, wenn nur ein oder wenige Schalter am gleichen Ort aufgestellt sind.

Demgegenüber benötigt die Wiedereinschaltvorrichtung mit *elektrischem Antrieb* einen besonderen Spannungswandler mit Sicherungen, elektr. Zeitwerk und den entsprechenden Steuerleitungen. Sie hat aber den Vorteil der selbsttätigen Ladung, also einer unbeschränkten Schaltzahl. Sie kommt in Stationen mit grösserer Anzahl von Schaltern zur Anwendung.

Diese Ausführungen dürften gezeigt haben, dass die Sicherheit des Betriebes von Landnetzen wesentlich erhöht werden kann durch den Einbau der Wiedereinschaltvorrichtung an bestehende Schalter oder durch Einbau zusätzlicher Schalter mit Wiedereinschaltvorrichtung oder beide Massnahmen zusammen. Es sei noch besonders darauf hingewiesen, dass hier eine *Möglichkeit rascher Arbeitsbeschaffung* für die Elektroindustrie vorliegt, da der Einbau der Vorrichtung oder zusätzlicher Schalter nur unwesentliche Vorarbeiten verlangt.

Seriekreis, gekoppelte Kreise und Bandfilter.

(Fortsetzung von Bull. SEV 1939, Nr. 19.)

Von Erwin de Gruyter, Zürich.

621.396.611.1

Zum Abschluss des Themas Parallel- und Seriiekreis und als Einleitung für die hier folgende Abhandlung über gekoppelte Kreise und Bandfilter sei eine Gegenüberstellung von Sperr- und Saugkreis gemacht, die für die Rundfunkpraxis bestimmt ist. Die mathematische und graphische Fassung hat dabei eine so universelle und prägnante Form angenommen, dass sie leicht aus dem Gedächtnis reproduziert werden kann.

Im Nachtrag des ersten Teiles wurde darauf hingewiesen, dass es für die Bestimmung der Anpassung günstiger ist, die Seriiewiderstände R_s des Par-

A titre de conclusion de l'étude des circuits en parallèle et en série, ainsi que d'introduction à l'étude qui suit sur les circuits couplés et les filtres passe-bande, l'auteur procède à une comparaison des circuits-filtres avec les circuits absorbants, destinée à la pratique de la radiophonie. La représentation mathématique et graphique a pris une forme si universelle et frappante qu'elle peut facilement être reproduite de mémoire.

allelkreises rechnerisch durch Parallelwiderstände R_p zu ersetzen. Das Schema für $\mathfrak{Z}_X$ geht damit in das Ersatzschema $\mathfrak{Z}_{(X)}$ über, das eine reine Parallel-

schaltung von Induktivität, Widerstand und Kapazität darstellt und sich damit streng invers verhält zum Schema $\mathfrak{Z}_Y$, der reinen Serieschaltung. Dazu ist dann noch in der Uebersicht (Fig. 1...4) ein Ersatzschema $\mathfrak{Z}_{(Y)}$ abgebildet, eine Serieschaltung mit Parallelwiderständen, die sich streng invers verhält zur gebräuchlichen Parallelschaltung mit Seriiewiderständen, Schema $\mathfrak{Z}_X$. Dieses Schema ist ausführlich behandelt im Bull. SEV 1939, Nr. 4. Bei Asymmetrie ist zu beachten, dass die gleichliegenden Widerstände sich entsprechen: Der Spulenseriewiderstand von $\mathfrak{Z}_X$ entspricht dem Kondensatorparallelwiderstand von $\mathfrak{Z}_{(Y)}$ und umgekehrt.

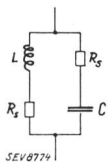


Fig. 1.

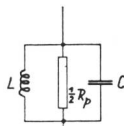


Fig. 2.



Fig. 3.

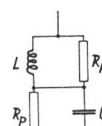


Fig. 4.

Ansatz der Impedanzwert-Gleichungen:

$$\mathfrak{Z}_X = \frac{1}{\frac{1}{r_s + jv} + \frac{1}{r_s + \frac{1}{jv}}}; \quad \mathfrak{Z}_{(X)} = \frac{1}{\frac{2}{r_p} + i\left(v - \frac{1}{v}\right)}; \quad \mathfrak{Z}_Y = 2r_s + i\left(v - \frac{1}{v}\right); \quad \mathfrak{Z}_{(Y)} = \frac{1}{\frac{1}{r_p} + \frac{1}{jv}} + \frac{1}{\frac{1}{r_p} + jv}$$

Aus $r_s r_p = 1$ folgt $\mathfrak{Z}_X \mathfrak{Z}_{(Y)} = \mathfrak{Z}_Y \mathfrak{Z}_{(X)} = 1$.

Die Vektorfaktoren der Skalarprodukte sind also *invers* zueinander, d. h. sie sind dem Werte nach reziprok, der Phase nach von entgegengesetztem Vorzeichen.

Aus $r_s = r_p = 1$ folgt $\mathfrak{Z}_X = \mathfrak{Z}_{(Y)} = 1 \neq F(v)$.

Bei gemischten Schaltungen kann Frequenzunabhängigkeit erreicht werden. Die Impedanz ist dann rein ohmsch und dem Werte nach gleich dem kritischen Widerstand (bedeutungsvoll vor allem für NF-Gang-Korrektur, besonders da die reduzierte Bandbreite bei zunehmender Dämpfung bis zur kritischen von 1 ... ∞ wächst, im Gegensatz zu den reinen Schaltungen, bei denen sie konstant gleich 1 ist).

Führt man die *Resonanzschärfe* $e = \frac{1}{r} = \frac{1}{2r_s} = \frac{r_p}{2}$ ein, und die *Verstimmung* $\varphi = v - \frac{1}{v}$

so stellen sich die Gleichungen nach Reellmachen des Nenners wie folgt dar:

$$\mathfrak{Z}_X = e \frac{1 + (\varphi^2/2) - j e \varphi}{1 + e^2 \varphi^2}; \quad \mathfrak{Z}_{(X)} = \frac{1 - j e \varphi}{1 + e^2 \varphi^2}; \quad \mathfrak{Z}_Y = \frac{1 + j e \varphi}{e}; \quad \mathfrak{Z}_{(Y)} = \frac{1}{e} \cdot \frac{1 + (\varphi^2/2) + j e \varphi}{1 + (\varphi^2/4 e^2)}$$

Im folgenden sind die Gleichungen für Wert und Phase angegeben, wie sie sich aus den obigen relativen Vektoren ergeben. Bei den gemischten Parallel-Serie-Schaltungen für $\mathfrak{Z}_X$ und $\mathfrak{Z}_{(Y)}$ ist $1/e^2$ gegen 1 im Zähler der Ausdrücke vernachlässigt worden.

Wert.

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{Z}_X &= e \frac{V(1 + \varphi^2/2)^2 + e^2 \varphi^2}{1 + e^2 \varphi^2} \\ \mathfrak{Z}_X &\approx \frac{e}{V1 + e^2 \varphi^2} \quad (\text{bei } \varphi \ll 1) \end{aligned} \right\} \mathfrak{Z}_{(X)} = \frac{e}{V1 + e^2 \varphi^2} \quad (\text{Bandbreite bei } e \varphi = 1)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{Z}_Y &= \frac{V1 + e^2 \varphi^2}{e} \\ \mathfrak{Z}_Y &\approx \frac{1}{e} \quad (\text{bei } \varphi \ll 1) \end{aligned} \right\} \mathfrak{Z}_{(Y)} = \frac{1}{e} \cdot \frac{1 + e^2 \varphi^2}{V(1 + \varphi^2/2)^2 + e^2 \varphi^2}$$

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{Z}_X &\approx \frac{1}{\varphi} \quad (\text{bei } \varphi \approx 1) \\ \mathfrak{Z}_X &\approx \frac{V1 + 4 e^2 \varphi^2}{2 e} \quad (\text{bei } \varphi \gg 1) \end{aligned} \right\} \mathfrak{Z}_{(X)} \approx \frac{1}{\varphi} \quad (\text{bei } \varphi \approx 1)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{Z}_Y &\approx \varphi \quad (\text{bei } \varphi \approx 1) \\ \mathfrak{Z}_Y &\approx \frac{2 e}{V1 + 4 e^2 \varphi^2} \quad (\text{bei } \varphi \gg 1) \end{aligned} \right\} \mathfrak{Z}_{(Y)} \approx \varphi$$

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{Z}_X &= \frac{1}{2 e} \\ \mathfrak{Z}_X &= 0 \quad (\text{bei } \varphi = \pm \infty) \end{aligned} \right\} \mathfrak{Z}_{(X)} = 0 \quad (\text{bei } \varphi = \pm \infty)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{Z}_Y &= \infty \\ \mathfrak{Z}_Y &= 2 e \end{aligned} \right\} \mathfrak{Z}_{(Y)} = 2 e$$

Phase.

$$\left. \begin{aligned} \zeta_X &= -\frac{e \varphi}{1 + \varphi^2/2} \\ \zeta_X &\approx -e \varphi \quad (\text{bei } \varphi \ll 1) \end{aligned} \right\} \zeta_{(X)} = -e \varphi \quad (\text{Bandbreite bei } e \varphi = 1)$$

$$\left. \begin{aligned} \zeta_Y &= e \varphi \\ \zeta_Y &= e \varphi \quad (\text{bei } \varphi \ll 1) \end{aligned} \right\} \zeta_{(Y)} = \frac{e \varphi}{1 + \varphi^2/2}$$

Einführung des reduzierten Schwingkreisdiagrammes ($Q \neq 0; \infty$).

Da bei Rundfunkschwingkreisen in der Hauptsache ihr Verhalten in der Nähe der Resonanz und der Bandbreite interessiert, genügen die wesentlich einfacheren Gleichungen für reine Parallel- oder Serieschaltung, Schema $\mathfrak{Z}_{(X)}$ oder $\mathfrak{Z}_Y$. Hierbei ist es sogar möglich, Einheitsgleichungen und -diagramme

aufzustellen, unter der Voraussetzung, dass die Resonanzschärfe einen endlichen Wert hat. Zu diesem Zwecke werden folgende *reduzierten Grössen* eingeführt:

$$\begin{aligned} \varphi Q &= \varphi' & 0 \dots \infty \\ \frac{z_{(X)}}{Q} &= z'_{(X)} & 0 \dots 1 \\ z_Y Q &= z'_Y & 1 \dots \infty \end{aligned}$$

daraus folgt: $z'_Y = \frac{1}{z'_{(X)}} = \sqrt{1 + \varphi'^2}$

$$\zeta_Y = -\zeta_{(X)} = \varphi'$$

Der reduzierte Impedanzwert im Quadrat für die Serie- bzw. Parallelschaltung ist gleich der Summe von 1 plus der reduzierten Verstimmung im Quadrat, bzw. dem Reziprokwert der Summe. Die entsprechenden Phasenwerte sind gleich, bzw. entgegengesetzt gleich der reduzierten Verstimmung.

Die reduzierten Grössen entstehen also durch Multiplikation mit Q bzw. $1/Q$. In der Darstellung

$$R_{o1}^2 = L/C_1 \text{ bzw. } R_{oK}^2 = L_K/C_K$$

Die relativen Gleichungen lauten demnach:

$$\partial_{oK} = r_{oK} + j x_{oK} \text{ (Index «o» i. a. weggelassen!)}$$

$$\text{bzw. } \partial_{sK} = r_{sK} + j x_{sK}$$

1. Feste Kopplungen (Uebertrager).

Bei den *festen* Kopplungen sind die später definierten *Koppelfaktoren* gross gegen die *Dämpfung*. Man kann daher die Impedanz des zweiten, angekoppelten Kreises durch seine Reaktanz ersetzen.

a) *Reaktanzkopplung*: $R_{12} = 0$.

Die Impedanz lautet allgemein:

$$\partial_K = \left\{ R_1 + R_2 \left(\frac{X_{12}}{Z_2} \right)^2 \right\} + j \left\{ X_1 - X_2 \left(\frac{X_{12}}{Z_2} \right)^2 \right\}$$

und in der relativen Fassung unter den erwähnten Voraussetzungen speziell:

$$\partial_K = r \left\{ 1 + \left(\frac{x_k}{x_2} \right)^2 \right\} + j \left\{ x_1 - \frac{x_k^2}{x_2} \right\}$$

Die Koppelfaktoren beziehen sich als weitere relative Werte auf konstante Grössen und werden so definiert, dass sie laut Ersatzschema (Fig. 6) mit festerer Kopplung wachsen:

$$k_L = L_k/L ; \quad k_C = C_1/C_k^3)$$

Wenn die Dämpfung vernachlässigbar ist, kann man den Schwing- durch den Realfrequenzwert ersetzen, der dazu bei reiner Serieschaltung gleich dem idealen Schwingfrequenzwert ist. Den Realfrequenzwert erhält man, wenn man den Imaginärteil der Impedanz gleich Null setzt:

$$\begin{aligned} x_1 x_2 - x_k^2 &= 0 ; \quad x_1 = v - 1/v \\ x_2 &= v - v_2^2/v \\ x_k &= k_L v - k_C/v \end{aligned}$$

eingesetzt, ergibt die in v^2 quadratische Gleichung:

$$(1 - k_L^2) v^4 - (v_2^2 + \{1 - 2 k_L k_C\}) v^2 + (v_2^2 - k_C^2) = 0 ;$$

$$v^2 = v_2^2 = k_C/k_L$$

oder die in v_2^2 lineare Gleichung:

$$v_2^2 = \frac{k_C^2 + (1 - 2 k_L k_C) v^2 - (1 - k_L^2) v^4}{1 - v^2}$$

Pol bei $v^2 = 1$

³⁾ Koppelfaktor k und Streufaktor s werden oft uneinheitlich definiert. Es ist logisch, das *lineare Verhältnis* z.B. von Koppel (und analog Streu)-Induktivität zu Eigeninduktivität mit dem *linearen Faktor* k_L zu bezeichnen.

$$k_L = L_k/L$$

Da Kopplung und Streuung *geometrische Angelegenheiten* sind, ist es zweckmässig, z.B. die Eigeninduktivität als die *geometrische Summe* von Koppel- und Streuinduktivität aufzufassen.

$$L = \sqrt{L_k^2 + L_s^2}$$

daraus folgt

$$k^2 + s^2 = 1$$

Die beiden Lösungen für v^2 lauten unter Ausführung der Substitution $k_L - k_C = k_D$:

$$v^2 = \frac{v_2^2 + (1 - 2 k_L k_C) \pm \sqrt{(1 - v_2^2)^2 + 4 k_D (k_L v_2^2 - k_C)}}{2 (1 - k_L^2)}$$

Nullstelle bei $v_2^2 = k_C^2$

$$v_2^2 = 0 ; \quad v^2 = \frac{1 - 2 k_L k_C + \sqrt{1 - 4 k_C k_D}}{2 (1 - k_L^2)}$$

$$k_D = 0 ; \quad v^2 = 1$$

Bemerkenswert ist, dass hier auch die Differenz der Koppelfaktoren auftritt: $k_L - k_C = k_D = \text{Differenz-Koppelfaktor}$. Im allgemeinen entstehen bei identischen Kreisen (Resonanz: $v_2^2 = 1$) zwei Koppelfrequenzen; nicht dagegen, wenn die Faktoren gleich sind.

Resonanz:

$$v_2^2 = 1 ; \quad v_{\text{res}}^2 = \frac{1 - k_L k_C \pm k_D}{1 - k_L^2} = \frac{1 \mp k_C}{1 \mp k_L}$$

$$k \ll 1 ; \quad v_{\text{res}}^2 \approx 1 \pm k_D$$

für die obere bzw. untere Koppelfrequenz.

Sind ausserdem die Koppelfaktoren gleich

$$(k_L = k_C) = k_N$$

so ist: $k_D = 0 ; \quad v_{\text{res}}^2 = 1 \neq F(k_N)$

Man erhält also nur *eine* Lösung, die dazu noch unabhängig vom Koppelfaktor ist (Neutralisation).

Bei *neutralisierter Kopplung*⁴⁾ lautet die Gleichung für die Eigenfrequenzwerte:

$$v^2 = \frac{v_2^2 + (1 - 2 k_N^2) \pm (1 - v_2^2)}{2 (1 - k_N^2)}$$

mit den beiden Lösungen

$$v^2 = \begin{cases} 1 \\ \frac{v_2^2 - k_N^2}{1 - k_N^2} \end{cases}$$

Die hyperbelähnlichen Kurven gehen beim Erreichen der Grenze $k_D = 0$ in ihre Asymptoten über (Fig. 7a).

Die zweite Lösung ist eine Gerade mit der Neigung

$$\text{tg } \psi = 1/(1 - k_N^2) \text{ im linearen Gebiet;}$$

$1/v_2^2 = 0 ; \text{tg } \psi_\infty = 1 - k_N^2$ gilt für das Doppelt-Reziprokkfeld.

Weiter ist $v^2 = 0$ bei $v_2^2 = k_N^2$

$$v_2^2 = 1 ; \quad v^2 = 1$$

Die lose Kopplung wird in Abschnitt 2 und 3 besonders behandelt.

Bei fest gekoppelten Kreisen (Uebertragern) hat man es meist nicht mit gemischter *L-C-Kopplung* zu tun, sondern mit einem Transformator oder mit einem Kondensator.

⁴⁾ Vgl. auch *Kohlrausch* «Kl. Leitfaden d. prakt. Physik», 1932, S. 309: Entkopplung von HF-Verstärkern (Neutrodyn-Schaltung) und über das gleiche Thema die Zeitschrift «Funk», 1938, Heft 24, S. 678.

Es folgen die entsprechenden Gleichungen.

a) *Induktive Kopplung:* $k_C = 0$ ($C_{12} = \infty$)

$$v^2 = \frac{1 + v_2^2 \pm \sqrt{(1 - v_2^2)^2 + 4 k_L^2 v_2^4}}{2(1 - k_L^2)}$$

$$v_2^2 = 0; \quad v^2 = 1/(1 - k_L^2)$$

$$k_L \ll 1; \quad v^2 = 1 + k_L^2$$

Resonanz:

$$v_2^2 = 1; \quad v_{\text{res}}^2 = 1/(1 \mp k_L)$$

$$k_L \ll 1; \quad v_{\text{res}}^2 = 1 \pm k_L$$

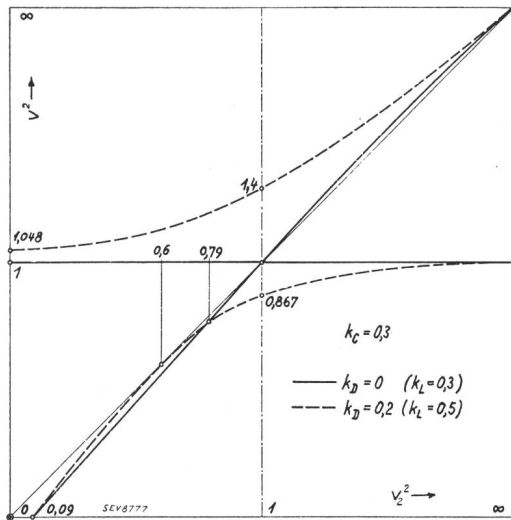


Fig. 7a.

Koppelfrequenzwerte bei Reaktanzkopplung.

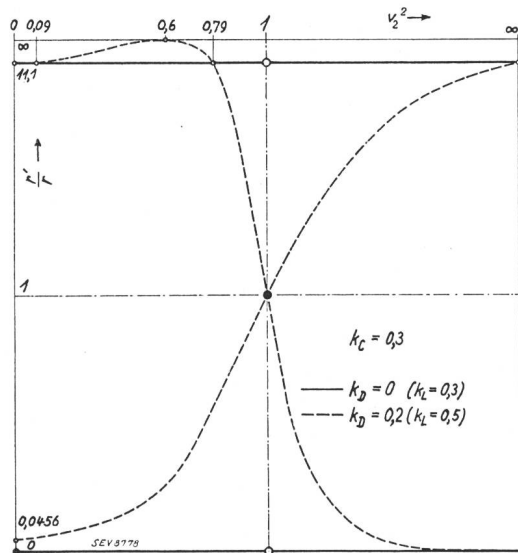


Fig. 7b.

Zusätzliche Dämpfungswerte bei Reaktanzkopplung.

β) *Kapazitive Kopplung:* $k_L = 0$ ($L_{12} = 0$)

$$v^2 = \frac{1}{2} \{1 + v_2^2 \pm \sqrt{(1 - v_2^2)^2 + 4 k_C^2 v_2^2}\}$$

$$v_2^2 = 0; \quad v^2 = \frac{1}{2} \{1 + \sqrt{1 + 4 k_C^2}\}$$

$$k_C \ll 1; \quad v^2 = 1 + k_C^2$$

Resonanz:

$$v_2^2 = 1; \quad v_{\text{res}}^2 = 1 \pm k_C$$

Betrachtet man die Impedanzwertgleichung bei Reaktanzkopplung

$$\dot{z}_K = r \{1 + (x_K/x_2)^2\} + j \{x_1 - x_K^2/x_2\}$$

so sieht man, dass die Eigenfrequenz sich mit der Ankopplung ändert. Das ist nicht der Fall, wenn die Reaktanz des zweiten Kreises sich mit der Kopplungsreaktanz so ändert, dass das Verhältnis x_K^2/x_2 konstant bleibt. Dies wird nach der Schweizer Patentschrift 199 060 durch eine Variometerkopplung nach Fig. 8 erreicht.

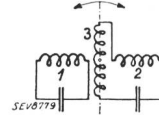


Fig. 8.

Veränderliche Kopplung ohne Verstimmung.

Die Spule von Kreis 1 und ein Teil derjenigen von Kreis 2 befinden sich auf dem Stator; der Rotor trägt den restlichen Spulenteil 3 von Kreis 2. Dreht sich der Rotor im Uhrzeigersinn, so tritt eine vermehrte Kopplung sowohl mit Spule 1 (festere Kopplung) als auch mit Spule 2 ein (Erhöhung der Reaktanz von Kreis 2) und umgekehrt. Die Korrektheit des Ausgleichs hängt von der Anordnung der Spulen und von dem Induktivitätsverhältnis von Spule 2 und 3 ab⁵⁾.

Koppeldämpfungen.

Der Koppeldämpfungswiderstand beträgt allgemein nach der Impedanzgleichung:

$$R_K = \frac{R}{Z_2^2} \{Z_2^2 - 2 k_R (k_R R^2 + X_R X_2) + Z_R^2\}$$

$$R_K = R + R'$$

Der Koppeldämpfungswiderstand ist gleich dem Einzelkreis-Dämpfungswiderstand plus einem zusätzlichen Dämpfungswiderstand.

Bei fester Reaktanzkopplung gilt der relative Ansatz

$$r_K = r \{1 + (x_K/x_2)^2\} = r + r'$$

wenn man die Dämpfung des Kreises mit Ankopplung auf den kritischen Widerstand des ersten, festen Kreises bezieht. Dies ist bei nicht zu grossen Koppelfrequenzabweichungen durchaus erlaubt. Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, muss man die Dämpfung des Kreises mit Ankopplung auf seinen eigenen kritischen Widerstand beziehen. Die Grundlagen dafür werden im dritten Abschnitt über Koppelfrequenzen bei starker Dämpfung gegeben.

Unter den erwähnten Voraussetzungen ergibt sich nun:

$$\frac{r'}{r} = \left(\frac{k_L v^2 - k_C}{v^2 - v_2^2} \right)^2 \quad (\text{Beispiel Fig. 7b})$$

$$v^2 = v_2^2 = k_C/k_L; \quad \lim (r'/r) = \infty$$

$$v^2 \rightarrow v_2^2$$

⁵⁾ Vgl. Deutsche Patentschrift 651 804, in der eine praktische Ausführung eines HF-Eisenkern-Variometers beschrieben ist. In einer axialen Nut des zylindrischen Kerns, der ganz (Transformator) oder teilweise (Bandfilter) aus HF-Eisen besteht, liegt die Statorwicklung. Ein rechteckiger Klemmrahmen aus Isolierstoff trägt die Rotorwicklung. Diese achslose Konstruktion ist platzsparend und verbürgt geringe Verluste.

Bei *neutralisierter* Kopplung ist:

$$\frac{r'}{r} = \begin{cases} 0 \\ 1/k_N^2 \end{cases}$$

Beide Lösungen sind unabhängig von v_2^2 ; sie gelten mit der Ausnahme:

$$v_2^2 = 1; \quad r'/r = 1$$

Bei abnehmender Differenzkopplung gehen die Kurven immer steiler durch den Koordinaten-Mittelpunkt, um im Grenzfall zu springen $0 \dots 1 \dots 1/k_N^2$ und umgekehrt. Im Falle der *Resonanz* ist nämlich allgemein:

$$v_2^2 = 1; \quad v_{\text{res}}^2 = \frac{1 \mp k_C}{1 \mp k_L}$$

Daraus folgt: $(r'/r)_{\text{res}} = 1$ oder $(r_K/r)_{\text{res}} = 2$

Bei Reaktanzkopplung in Resonanz ist der Koppeldämpfungswert unter den gemachten Voraussetzungen doppelt so gross wie der Einzelkreis-Dämpfungswert. Er ist gleich gross für beide Koppelfrequenzen und unabhängig von der Kopplung.

b) *Widerstandskopplung*: $X_{12} = 0$.

Die Widerstandskopplung wird an zweiter Stelle behandelt, weil sie im Wesen anders ist als die Reaktanzkopplung, von der die Spulenkopplung am geläufigsten ist; sie hat man in der Vorstellung, wenn man von gekoppelten Kreisen spricht. Man wird sehen, dass die Widerstandskopplung eng mit der Dämpfung verknüpft ist, so dass dem Kapitel «Widerstandskopplung ohne Berücksichtigung der Dämpfung» mehr theoretischer Wert beizumessen ist. Deswegen wird die Impedanzkopplung im ersten Abschnitt auch nicht behandelt; dieser allgemeine Fall mit Widerstands-, Spulen- und Kondensator-Kopplung wird daher nur bei Berücksichtigung auch der Dämpfung untersucht.

Die Impedanz bei Widerstandskopplung lautet allgemein:

$$\mathfrak{Z}_K = \left\{ R_1 - R_2 \left(\frac{R_{12}}{Z_2} \right)^2 \right\} + j \left\{ X_1 + X_2 \left(\frac{R_{12}}{Z_2} \right)^2 \right\}$$

oder relativ speziell:

$$\mathfrak{Z}_K = r \left\{ 1 - \left(\frac{r_k}{x_2} \right)^2 \right\} + j \left\{ x_1 + \frac{r_k^2}{x_2} \right\}$$

In Analogie mit der Reaktanzkopplung wird auch hier zunächst der Koppelfaktor eingeführt:

$$k_R = R_k/R$$

Nullsetzen des Imaginärteiles:

$$x_1 x_2 + r^2 k_R^2 = 0$$

Führt man die bei der Reaktanzkopplung angegebenen Substitutionen aus, so erhält man die in v^2 quadratische Gleichung:

$$v^4 - \{v_2^2 + (1 - r^2 k_R^2)\} v^2 + v_2^2 = 0$$

oder die in v_2^2 lineare Gleichung:

$$v_2^2 = v^2 \frac{(1 - r^2 k_R^2) - v^2}{1 - v^2}$$

Der Widerstandskoppelfaktor tritt nicht isoliert auf wie der Spulen- und Kondensator-Koppelfaktor, sondern in Verbindung mit dem frequenzunabhängigen Widerstandswert. Es ist daher zweckmässig, den Koppeldämpfungswert als Parameter einzuführen. Tritt bei späteren Rechenoperationen die Dämpfung r wieder auf, so muss man die im Koppellglied liegende Dämpfung r_k als unabhängig davon auffassen.

Die Gleichung lautet dann:

$$v_2^2 = v^2 \frac{(1 - r_k^2) - v^2}{1 - v^2} \quad \begin{array}{l} \text{Nullstelle bei } v^2 = 1 - r_k^2 \\ \text{Pol bei } v^2 = 1 \end{array}$$

Löst man dagegen nach v^2 auf, so erhält man:

$$v^2 = \frac{1}{2} [v_2^2 + (1 - r_k^2) \pm \sqrt{\{v_2^2 + (1 - r_k^2)\}^2 - 4v_2^2}]$$

In der Nähe von $v_2^2 = 1$ gibt die Gleichung keine reellen Lösungen.

Die Grenzen liegen bei $v_2^2 = (1 \pm r_k)^2$

$$r_k \ll 1; \quad v_2^2 \approx 1 \pm 2r_k$$

Der biquadratische Gleichungssatz unter Vernachlässigung der Dämpfung gibt die vollständige Lösung, denn die beim späteren bikubischen Ansatz mit Dämpfungs-Berücksichtigung auftretende dritte Lösung ist physikalisch ohne Bedeutung.

2. Kopplungen aller Art (Bandfilter).

Unter diesem allgemeineren Titel werden die Fälle behandelt, bei denen die Dämpfung einen Einfluss auf den Koppelfrequenzwertverlauf hat. Die Einschränkungen $k \gg r$ und $z_2 \approx x_2$ werden demnach fallengelassen. Die Dämpfung wird aber wieder als klein angenommen. Die Näherung $v_s \approx v_r = 1 = v_o$ gilt auch hier.

Die losen Kopplungen finden in der HF-Technik Anwendung bei den Bandfiltern, die nach grosser Verbreitung der Zwischenfrequenz-Verstärkung mit einer Hauptrolle spielen bei der drahtlosen Übertragung von Ton und Bild.

Diese ganze Abhandlung ist mit dem Ziel geschrieben worden, dem Bandfilter mathematisch korrekte Ausdrucksformen zu geben, sein Verhalten nach Impedanz und Phase in allen Einzelheiten darzulegen.

Unter dem laufenden Kapitel B: «Gekoppelte Kreise» ist zunächst die Eigenfrequenz solcher Einheiten in Untersuchung gezogen, da nach früheren Erläuterungen die Eigenfrequenzen mit praktisch genügender Annäherung mit den Resonanzfrequenzen zusammenfallen. — Im letzten Kapitel C: «Bandfilter» wird dann unter spezieller Berücksichtigung dieser Kopplungsart Impedanz und Phase untersucht.

a) Reaktanzkopplung.

$$x_1 z_2^2 - x_2 x_k^2 = 0; \quad z_2^2 = r^2 + (v - v_2^2/v)^2$$

alle anderen Substitutionen wie früher.

Nach Einsetzen erhält man die in v^2 kubische Gleichung:

$$0 = v^6 \{1 - k_L^2\} - v^4 \{ (2 - k_L^2) v_2^2 + (1 - 2 k_L k_C - r^2) \} + v^2 \{ v_2^4 + 2 (1 - k_L k_C) v_2^2 - (k_C^2 + r^2) \} - \{ v_2^4 - k_C^2 v_2^2 \}$$

oder die in v_2^2 quadratische Gleichung:

$$0 = v_2^4 \{ v^2 - 1 \} - v_2^2 \{ (2 - k_L^2) v^4 - 2 (1 - k_L k_C) v^2 - k_C^2 \} + \{ (1 - k_L^2) v^6 - (1 - 2 k_L k_C - r^2) v^4 - (k_C^2 + r^2) v^2 \}$$

mit den beiden Lösungen:

$$v_2^2 = \frac{\left[v^4 \cdot (2 - k_L^2) - v^2 \cdot 2 (1 - k_L k_C) - k_C^2 \right] \pm \sqrt{v^8 \cdot k_L^4 - v^6 \cdot 4 (k_L^3 k_C + r^2) + v^4 \cdot 2 (3 k_L^2 k_C^2 + 4 r^2) - v^2 \cdot 4 (k_L k_C^3 + r^2) + k_C^4}}{2 (v^2 - 1)}$$

Pol bei $v^2 = 1$

Nullstelle bei $v^2 =$

$$\frac{(1 - 2 k_L k_C - r^2) + \sqrt{(1 + r^2)^2 - 4 k_L k_C (1 + r^2) - 4 (r^2 k_L^2 - k_C^2)}}{2 (1 - k_L^2)}$$

$$k_D = 0; \quad k_N \ll 1; \quad v^2 \approx 1.$$

Die in v^2 kubische Gleichung hat 3 Lösungen, wovon 2 imaginär werden können. Bei Resonanz ($v_2^2 = 1$) ist die eine Lösung $v^2 = 1$, wie man sich durch Einsetzen leicht überzeugen kann. Die beiden anderen Lösungen findet man schnell, wenn man die Impedanzwertgleichung für identische Kreise aufstellt:

$$\partial_K = r \{1 + (x_R/z)^2\} + j x \{1 - (x_R/z)^2\}$$

$$z^2 - x_k^2 = 0;$$

$$v_{\text{res}}^2 = \frac{(1 - k_L k_C - \{r^2/2\}) \pm \sqrt{k_D^2 - r^2 (1 - k_L k_C - \{r^2/2\})}}{1 - k_L^2}$$

$$k \ll 1; \quad v_{\text{res}}^2 = 1 \pm \sqrt{k_D^2 - r^2}$$

Zwei Lösungen sind imaginär, wenn $k_D^2 < r^2$ ist. Führt man das Verhältnis von Koppelfaktor zu Dämpfung ein

$$\text{«Kopplung» } \kappa = k/r,$$

so nennt man $\kappa = 1$ zweckmässig die *kritische* Kopplung. Bei $\kappa_D^2 > 1$ weist die Kurve einen «rückläufigen» Teil auf (mit der Lösung $v^2 = 1$

für $v_2^2 = 1$), der physikalisch instabil ist⁶⁾. Es bleiben zwei stabile Lösungen in der näheren oder weiteren Umgebung von $v_2^2 = 1$ übrig, je nachdem die Kopplung loser oder fester ist. Bei $\kappa_D^2 < 1$ gibt es im ganzen Bereich von v_2^2 nur eine Lösung, die in der Nähe von 1 bleibt, dem Werte ohne angekoppelten zweiten Kreis.

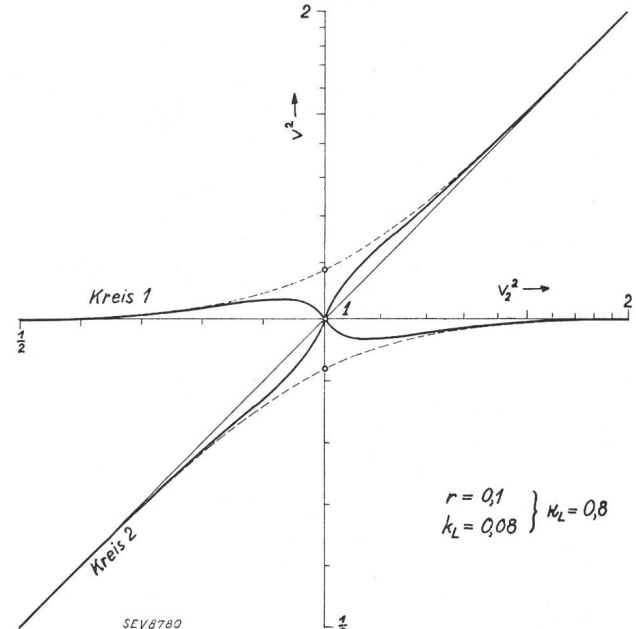


Fig. 9.

Unterkritische Kopplung, Koppelfrequenzen beider Kreise.

Besonders muss darauf hingewiesen werden, dass diese Lösungen sich alle nur auf den *ersten* Kreis beziehen. *Analoge Lösungen bestehen für den zweiten Kreis*, da physikalisch gesehen keiner vor dem anderen einen Vorzug hat (vgl. Fig. 9 und 10, wo der Einfachheit halber rein induktive Kopplung angenommen ist).

Man kann bei der Reaktanzkopplung von einem «Auseinanderdrängen» der Koppelfrequenzen in der Nähe der Resonanz sprechen. Bei unterkritischer Kopplung haben beide Kreise bei Resonanz ihre Eigenfrequenz, wie im ungekoppelten Zustand; bei überkritischer Kopplung bestehen in Resonanznähe für beide Kreise je zwei stabile Eigenfrequenzen (also im ganzen vier verschiedene Frequenzen), die bei Resonanz zu je zwei und

⁶⁾ Vgl. den Abschnitt über Koppeldämpfungen. — «Instabil» ist wohl nicht der treffende Ausdruck für die Erscheinung, dass die mittlere Frequenz bei Selbsterregung (z. B. in Dynatronschaltung) nicht anschwingt, da sie eine höhere Dämpfung hat als die beiden äusseren Frequenzen. Welche von diesen anschwingt, hängt von der Richtung ab, in der man das Frequenzverhältnis durchläuft. In beiden Fällen wird der Dämpfungsanstieg unendlich gross, wenn man zu den Umkehrpunkten gelangt. Der in Fig. 10 ausgezogene dargestellte Frequenzgang fand sich vom Verfasser im Experiment bestätigt.

Es wäre noch zu untersuchen, ob die mittlere Frequenz beim freien, gedämpften Ausschwingen nachzuweisen ist, was zumindest wegen des raschen Abklingens schwierig sein wird; bei kleiner Einzelkreisdämpfung kann sogar Aperiodizität vorliegen. — Im folgenden soll der Einfachheit halber trotzdem der Ausdruck «instabil» beibehalten werden.

zwei zusammenfallen⁷⁾. — Die in Fig. 10 auftretenden rückläufigen Kurventeile sind punktiert eingezeichnet.

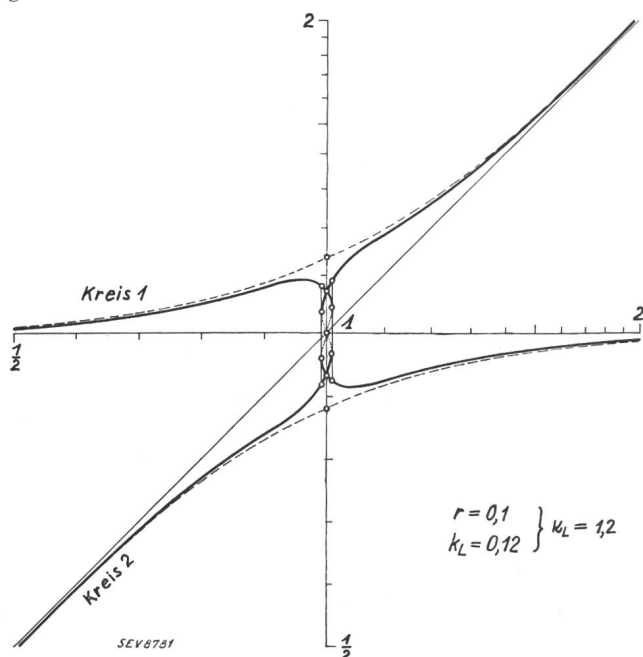


Fig. 10.

Ueberkritische Kopplung, Koppelfrequenzen beider Kreise.

Zur Bestimmung der Tangente bildet man die Ableitung der Kurvengleichung in der impliziten Form:

$$F(v_2^2; v^2) = 0$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{d(v^2)}{d(v_2^2)} = - \frac{\partial F}{\partial (v_2^2)} / \frac{\partial F}{\partial (v^2)}$$

Im Punkte $(v_2^2 = 1; v^2 = 1)$ hat die Kurve die Neigung:

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \kappa_0^2 / (\kappa_0^2 - 1)$$

Bei überkritischer Kopplung $\kappa_0^2 > 1$ haben die beiden weiteren Schnittpunkte der Kurve mit der Senkrechten $v_2^2 = 1$ für $k \ll 1$ die Ordinatenwerte $v^2 = 1 \pm r \sqrt{\kappa_0^2 - 1}$. Durch Einsetzen in die Tangentengleichung erhält man die Kurvenneigung an den erwähnten Schnittpunkten. Die Werte gelten dort aber nur für die rein quadratische Darstellung $v^2 = F(v_2^2)$, also nicht für die Reziprok-Darstellungsweise. Bei Untersuchungen in Resonanznähe wird man sowieso eine vergrößerte, lineare Darstellung des Gebietes ($v_2^2 \approx 1; v^2 \approx 1$) vornehmen.

Bei neutralisierter Kopplung ist $k_D = 0; \operatorname{tg} \psi_1 = 0$. In Resonanznähe verhalten sich neutralisiert-gekoppelte Kreise wie ungekoppelte. Am Grad der Frequenzwert-Gleichung ändert sich aber nichts, auch nicht bei $\kappa_N = 1$.

Setzt man allgemein $r = 0$, so erhält man:

$$v_2^2 = \frac{(2 - k_L^2) v^4 - 2(1 - k_L k_C) v^2 - k_C^2 \pm (k_L v^2 - k_C)^2}{2(v^2 - 1)}$$

mit den beiden Lösungen:

$$v_2^2 = \left\{ \begin{array}{l} v^2 \\ \frac{(1 - k_L^2) v^4 - (1 - 2 k_L k_C) v^2 - k_C^2}{v^2 - 1} \end{array} \right.$$

⁷⁾ Vgl. auch die klar und anschaulich abgefassten Erläuterungen von Kohlrausch, Kl. Leitfaden d. prakt. Phys., 1932, S. 331, Abschn.: c) Kopplung.

Die neu hinzugekommene Lösung $v_2^2 = v^2$ zu den beiden aus dem Ansatz ohne Berücksichtigung der Dämpfung ist aber «rückläufig» und daher physikalisch instabil (Fig. 11a). Der vereinfachte Ansatz für die Reaktanzkopplung ist also bei fester Kopplung gestattet, da er alle stabilen Lösungen liefert. Bis auf die instabile Lösung sind die Koppelfrequenzen der beiden Kreise stets identisch (Fig. 11b).

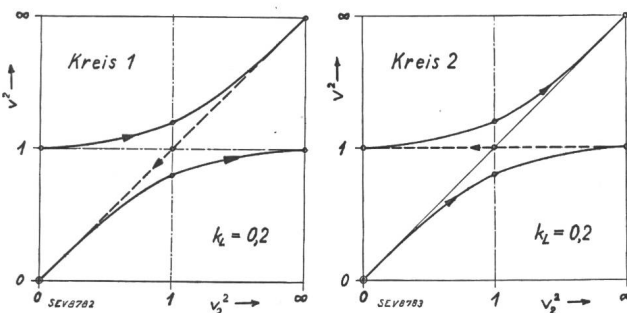


Fig. 11a.

Fig. 11b.

Alle drei Lösungen für $k_L \gg r$.

In speziellen Fällen lautet die Beziehung der Frequenzwerte:

a) Induktive Kopplung: $k_C = 0$

$$v_2^2 = \frac{(2 - k_L^2) v^4 - 2 v^2 + \sqrt{k_L^4 v^8 - 4 r^2 (1 - v^2)^2 v^2}}{2(v^2 - 1)}$$

$$v^2 = 0; \quad v_2^2 = 0$$

$$\text{Nullstelle bei } v^2 = \frac{(1 - r^2) + \sqrt{(1 + r^2)^2 - 4 r^2 k_L^2}}{2(1 - k_L^2)}$$

Fig. 12 und 13 zeigen Beispiele für unter- und überkritische Kopplung.

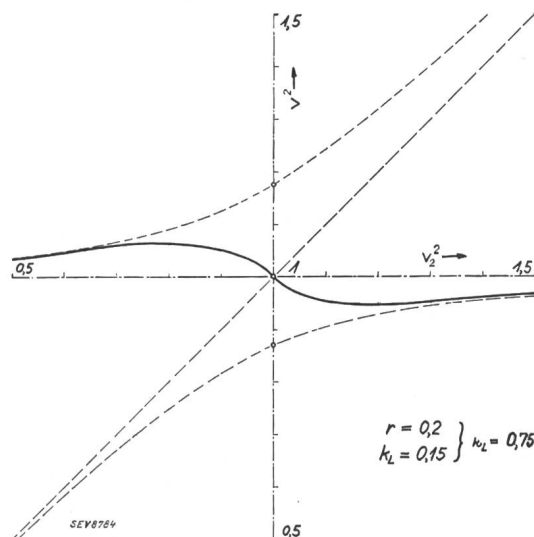


Fig. 12.

Unterkritische, induktive Kopplung, rein quadratischer Maßstab.

β) Kapazitive Kopplung: $k_L = 0$

$$v_2^2 = \frac{2 v^4 - 2 v^2 - k_C^2 \pm \sqrt{k_C^4 - 4 r^2 (1 - v^2)^2 v^2}}{2(v^2 - 1)}$$

$$v^2 = 0; \quad v_2^2 = \begin{cases} k_c^2 \\ 0 \text{ (instabil!)} \end{cases}$$

$$\text{Nullstelle bei } v^2 = \frac{1}{2} \left\{ (1-r^2) + \sqrt{(1+r^2)^2 + 4k_c^2} \right\}$$

Beide Kurven haben den Pol und bei kleinen Koppelfaktoren auch die Nullstelle bei $v^2 = 1$. Die Neigung der Tangente im Punkte ($v_2^2 = 1$; $v^2 = 1$) hat den gleichen Aus-

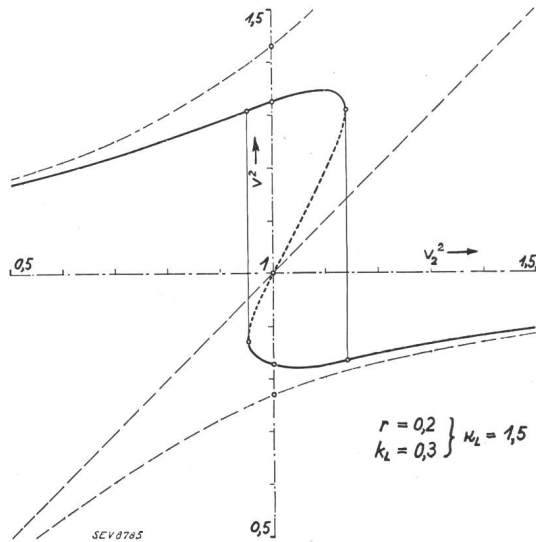


Fig. 13.

Ueberkritische, induktive Kopplung, rein quadratischer Maßstab.

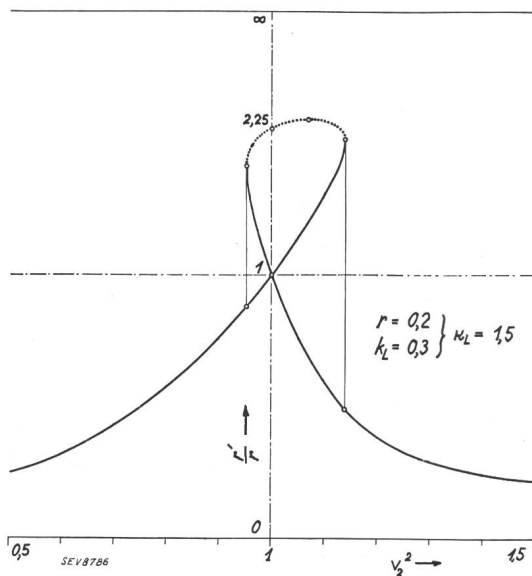


Fig. 14.

Zusätzliche Dämpfungswerte bei überkritischer, induktiver Kopplung.

druck für beide Kopplungsarten wie für die Reaktanzkopplung allgemein, da der Differenzfaktor nur im Quadrat vorkommt.

Bei überkritischer Kopplung κ_L oder κ_C gleich $\kappa > 1$ haben die beiden weiteren Schnittpunkte beider Kurven mit der Senkrechten $v_2^2 = 1$ die Neigung

$$\operatorname{tg} \psi \kappa = \frac{\kappa^2 - 3}{2(\kappa^2 - 1)} \quad \text{für } \kappa \ll 1^8$$

$$\kappa^2 \rightarrow \infty; \quad \operatorname{tg} \psi \kappa \rightarrow 1/2$$

⁸⁾ Vgl. auch das hierüber bei der allgemeinen Reaktanzkopplung Gesagte.

Bei enger Kopplung ändern sich in Resonanznähe die Koppelfrequenzquadrate nur halb so stark wie die Eigenfrequenzquadrate des variablen zweiten Kreises.

Koppeldämpfungen.

Für die Reaktanzkopplung gilt der Ansatz:

$$r_K = r \{ 1 + (x_h/z_2)^2 \} = r + r'$$

$$\frac{r'}{r} = \frac{(k_L v^2 - k_C)^2}{r^2 v^2 + (v^2 - v_2^2)^2}$$

Die Werte von v_2^2 und v^2 sind für den zu untersuchenden Punkt der Kurve $F(v_2^2; v^2) = 0$ zu entnehmen. Als Beispiel zeigt Fig. 14 den Verlauf des zusätzlichen Dämpfungswertes für den darüber abgebildeten Koppelfrequenzverlauf (Fig. 13) bei überkritischer, induktiver Kopplung.

Bei Resonanz ist $v_2^2 = 1$

$$v_{\text{res}}^2 = \frac{1}{(1 - k_L k_C - \{r^2/2\}) \pm \sqrt{k_D^2 - r^2(1 - k_L k_C - \{r^2/2\})}} \frac{1}{1 - k_L^2}$$

$$(r'/r)_{\text{res}} \begin{cases} = \kappa_D^2 \text{ ist instabil bei } \kappa_D^2 > 1 \\ \approx 1 \text{ ist imaginär bei } \kappa_D^2 < 1 \end{cases}$$

Bei Reaktanzkopplung in Resonanz wächst der zusätzliche Dämpfungswert linear mit der Differenzkopplung im Quadrat bei unterkritischer Kopplung, erreicht 1 bei kritischer Kopplung, um diesen Wert bei überkritischer Kopplung annähernd konstant beizubehalten, da Kopplung und Dämpfung keinen wesentlichen Einfluss mehr haben (Fig. 15).

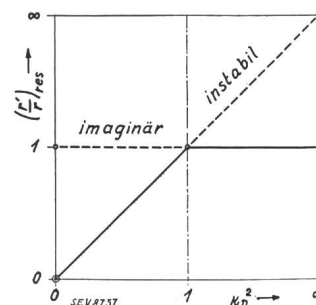


Fig. 15.

Zusätzlicher Dämpfungswert bei Reaktanzkopplung in Resonanz.

Bemerkenswert ist, dass beide Koppelfrequenzen bei Resonanz die gleiche Dämpfung erfahren, wie sich schon bei enger Kopplung zeigte. Im dritten Abschnitt erfährt man dann, dass dies nur näherungsweise der Fall ist. Die Figur zeigt, dass immer der untere Dämpfungswert physikalisch in Erscheinung tritt.

b) Widerstandskopplung.

$$x_1 z_2^2 + x_2 r_h^2 = 0$$

Nach Ausführung der bekannten Substitutionen erhält man die in v^2 kubische Gleichung:

$$v^6 - \{2v_2^2 + (1 - r^2 - r_h^2)\}v^4 + \{v_2^4 + (2 - r_h^2)v_2^2 - r^2\}v^2 - v_2^4 = 0$$

oder die in v_2^2 quadratische Gleichung:

$$\{v^2 - 1\}v^4 - \{2v^4 - (2 - r_k^2)v^2\}v^2 + \{v^6 - (1 - r^2 - r_k^2)v^4 - r^2v^2\} = 0$$

mit den beiden Lösungen:

$$v_2^2 = \frac{\{2v^4 - (2 - r_k^2)v^2\} \pm \sqrt{r_k^4v^4 - 4r^2(1 - v^2)^2v^2}}{2(v^2 - 1)}$$

Pol bei $v^2 = 1$

Eine Nullstelle bei $v^2 = \frac{1}{2}\{(1 - r^2 - r_k^2) \pm \sqrt{(1 - r^2 - r_k^2)^2 + 4r^2}\}$
 $r \rightarrow 0; \quad v^2 \rightarrow 1 - r_k^2$
 $r \rightarrow \infty; \quad v^2 \rightarrow 1$

Die Tangente im Punkte ($v^2 = 1; v^2 = 1$) hat die Neigung:

$$\text{tg } \psi_1 = \frac{1}{1 + (r/r_k)^2} = \frac{k_R^2}{1 + k_R^2}$$

Die Gleichung $v_2^2 = F(v^2)$ hat noch reelle Lösungen, wenn im Grenzfall die Wurzel verschwindet. (Extrema für die Gleichung $v^2 = F(v^2)$!)

$$v_0^2 = \{1 + (r_k^4/8r^2)\} \pm \sqrt{\{1 + (r_k^4/8r^2)\}^2 - 1}$$

$$r \rightarrow \infty; \quad v_0^2 \rightarrow 1$$

Legt man bei der Darstellung $v_2^2 = F(v^2; r^2; r_k^2)$ den Kopplungswiderstandswert r_k fest, so bleibt die Dämpfung r als Parameter übrig (Fig. 16).

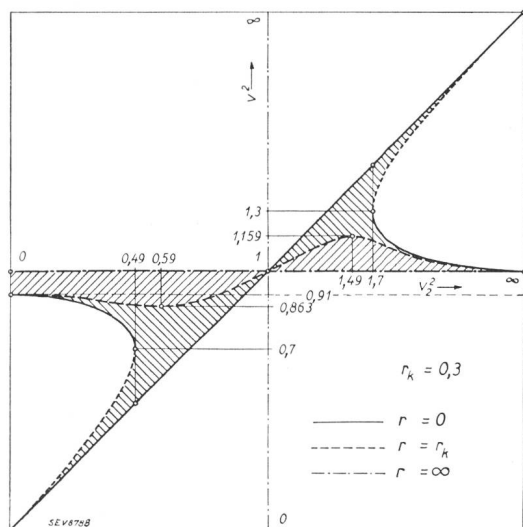


Fig. 16.

Koppelfrequenzen bei Widerstandskopplung mit der Dämpfung als Parameter.

Ist $r = r_k$, so liegt die gesamte Dämpfung im Kopplungsglied; bei $r > r_k$ nur ein Teil: Dies ist der gewöhnliche Fall der Widerstandskopplung bei gedämpften Kreisen. Bei $r < r_k$ ist eine zusätzliche, negative Dämpfung nötig (z. B. Entdämpfung durch Rückkopplung), damit die positive Dämpfung im Kopplungsglied aufrecht erhalten wird⁹⁾. Die beiden vorgenannten Fälle sind in Fig. 16 durch die verschiedene Schraffur der betreffenden Felder gekennzeichnet. Die Grenzkurve für $r \rightarrow \infty$ hat nur

⁹⁾ Der Extremfall $r = 0$ (Grenzkurve) ist schon früher behandelt worden unter der Voraussetzung $k_R \gg r$, woraus $r_k \gg r$ folgt.

theoretische Bedeutung, um die Tendenz des Kurvenverlaufes bei verschiedenem Parameter anzudeuten. Die Eigenschwingungen hören schon auf, wenn die Dämpfung bei angekoppeltem Kreis den Wert 2 erreicht.

Mehrwelligigkeit tritt überhaupt nur ausserhalb der Resonanz bei Entdämpfung auf, und zwar dann, wenn bei der bikubischen Gleichung $v^2 = F(v^2)$ die zweite und dritte Lösung reell wird (senkrechte Wendetangente = Hangpunkt¹⁰⁾).

Fig. 17 zeigt den Koppelfrequenzverlauf bei konstanter Dämpfung mit dem Koppelfaktor als Parameter. Hierfür bringt Fig. 18 die zusätzlichen Koppeldämpfungswerte.

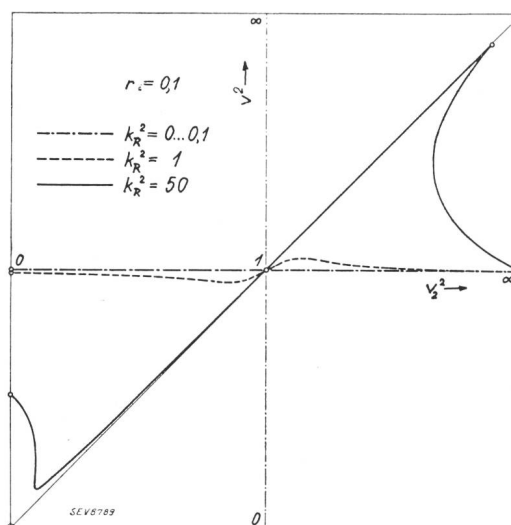


Fig. 17.

Koppelfrequenzen bei Widerstandskopplung mit dem Koppelfaktor als Parameter.

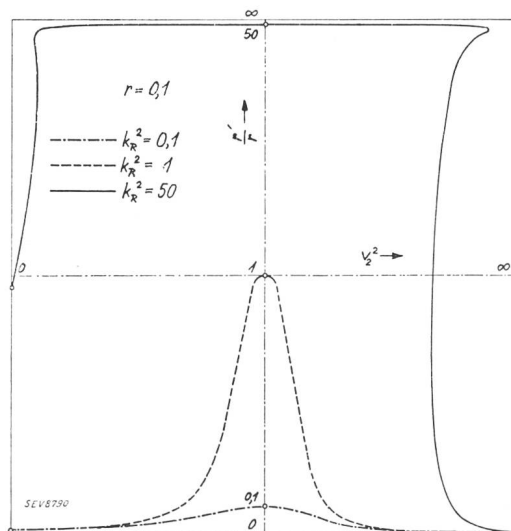


Fig. 18.

Zusätzliche Dämpfungswerte bei Widerstandskopplung mit dem Koppelfaktor als Parameter.

¹⁰⁾ Vgl. H. Kaiser: «Beitrag zur Theorie der Eigenfrequenzen und der Selbsterregung in elektrischen Schwingungskreisen», ENT, 1933, Heft 3, S. 123 (Literaturverzeichnis). — Im Zusammenhang interessieren die Kapitel über Sender mit folgendem Inhalt:

1. Schwingungsfähiges Gebiet: Koppelfrequenzen.
2. Schwingungslücken: Koppel- und Eigenfrequenzlücken.
3. Amplituden- und Stabilitätsfragen.

Für die in der Hochfrequenztechnik vorkommenden Dämpfungen weichen die Koppel- wenig von den Eigenfrequenzwerten ab. Im Gegensatz zur Reaktanzkopplung kann man bei der Widerstandskopplung von einem «Zusammenziehen» der Koppelfrequenzen beider Kreise in Resonanznähe sprechen (Fig. 20).

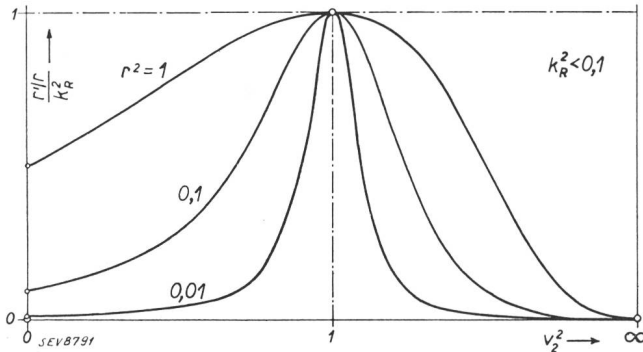


Fig. 19.

Reduzierter Dämpfungswert bei kleinem Widerstandskoppel- faktor.

Die Grenzkurve für $r = 0$ ist gestrichelt ange- geben. Bei fester Kopplung ändert sich in Resonanz- nähe das Koppelfrequenzquadrat nur halb so stark wie das Eigenfrequenzquadrat des variablen, zwei- ten Kreises, ähnlich wie bei der Reaktanzkopplung; allerdings existiert hier je Kreis nur *eine* Frequenz (vgl. Fig. 9).

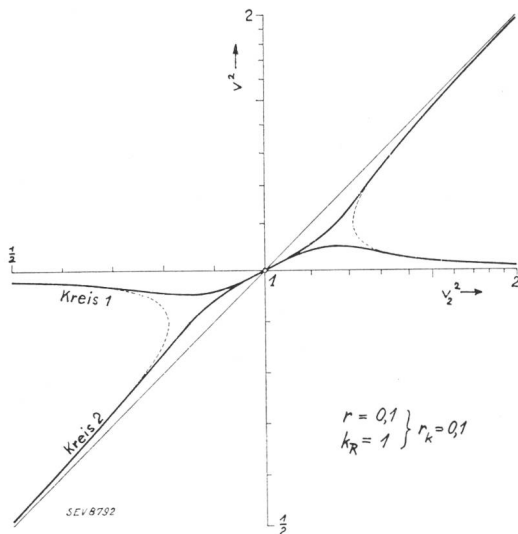


Fig. 20.

Totale Widerstandskopplung, Koppelfrequenzen beider Kreise.

Setzt man $r = 0$, so erhält man für v_2^2 die Gleichung:

$$v_2^2 = v^2 \frac{2 - r_k^2(1 + 1) - 2v^2}{2(1 - v^2)}$$

mit den beiden Lösungen:

$$v_2^2 = \begin{cases} v^2 \\ v^2 \frac{(1 - r_k^2)v^2}{1 - v^2} \end{cases}$$

Die Gerade $v_2^2 = v^2$, mit 45° Neigung, fehlt als Lösung, wenn man beim Gleichungsansatz sofort

die Dämpfung vernachlässigt und z_2 durch x_2 er- setzt, wie dies im vorigen Abschnitt getan wurde. Bei der Widerstandskopplung ist zwar dieser hin- zu kommende Teil der Kurve *nicht* «rückläufig», aber der zugehörige Dämpfungswert ist ständig un- endlich, so dass auch hier die dritte Lösung physi- kalisch keine Bedeutung hat.

Koppeldämpfungen.

Bei der Widerstandskopplung gilt der Ansatz:

$$r_K = r \{1 + (r_k/z_2)^2\} = r + r'$$

$$\frac{r'}{r} = \frac{r_k^2 v^2}{r^2 v^2 + (v^2 - v_2^2)^2} = \frac{k_R^2 r^2 v^2}{r^2 v^2 + (v^2 - v_2^2)^2}; \text{ (Fig. 18)}$$

Bei Resonanz ist $v_2^2 = 1$ und $v^2 = 1$

$$(r'/r)_{res} = (r_k/r)^2 = k_R^2$$

Bei Widerstandskopplung ist die zusätzliche Dämp- fung gleich dem Koppelfaktor im Quadrat. Die Koppeldämpfung ist doppelt so gross wie die Ein- zelkreis-Dämpfung, wenn der gesamte Verlustwider- stand im Kopplungsglied liegt.

Diese *totale* Widerstandskopplung ($k_R = 1$) ent- spricht der *kritischen* Reaktanzkopplung (Diffe- renzkopplung $k_D = 1$ oder $k_D = r$). Bei stark ent- dämpften Kreisen ($r^2 \ll k_R^2$; ausgezogene Kurve Fig. 18) wird in der Nähe der Resonanz die Kop- peldämpfung leicht so gross, dass keine Eigen- schwingung mehr auftreten kann. Da die Dämp- fungskurve aber keine Schleife bildet, wie bei Re- aktanzkopplung (Fig. 14), sind weitere Lösungen nicht vorhanden, so dass in Resonanznähe keine Eigenschwingung möglich ist. Diese Tatsache kann bei gemischten Bandfilterkopplungen dazu ausge- nutzt werden, störende Einschwingvorgänge zu eliminieren, ohne dass die Einzelkreisdämpfung gross gemacht zu werden braucht.

Bei $k_R^2 < 0,1$ ist $v^2 \approx 1 \neq F(v_2^2)$. Daraus folgt:

$$\frac{r'/r}{k_R^2} \approx \frac{1}{1 + \left(\frac{1 - v_2^2}{r}\right)^2} \quad \text{(Fig. 19)}$$

linear-symmetrisch bezüglich $v_2^2 = 1$

$$v_2^2 = \begin{cases} 0 & \frac{r'/r}{k_R^2} = \frac{r^2/(1 + r^2)}{1} \\ 1 & \frac{r'/r}{k_R^2} = 1 \\ \infty & \frac{r'/r}{k_R^2} = 0 \end{cases}$$

$$v_2^2 = 0; \quad \text{tg } \psi_0 = 2 / \left(r + \frac{1}{r}\right)^2$$

$$1/v_2^2 = 0; \quad \text{tg } \psi_\infty = 0$$

c) Impedanzkopplung.

$$x_1 z_2^2 - 2 x_k (r r_k + x_2 x_k) + x_2 z_2^2 = 0;$$

$$z_k^2 = r_k^2 + (k_L v - k_C/v)^2$$

alle anderen Substitutionen wie früher.

Nach Einsetzen erhält man die in v^2 kubische Glei- chung:

$$0 = v^6 \{1 - k_L^2\} - v^4 \{ (2 - k_L^2) v^2 + (1 - 2 k_L k_C - r^2 [1 - 2 k_L k_R + k_R^2]) \} + v^2 \{ v^4 + (2 - 2 k_L k_C - r^2 k_R^2) v^2 - (k_C^2 + r^2 [1 - 2 k_C k_R]) \} - \{ v^4 - k_C^2 v^2 \}$$

oder die in v_2^2 quadratische Gleichung:

$$0 = v_2^4 \{v^2 - 1\} - v_2^2 \{ (2 - k_L^2) v^4 - (2 - 2 k_L k_C - r^2 k_R^2) v^2 - k_C^2 \} + \{ (1 - k_L^2) v^6 - (1 - 2 k_L k_C - r^2 [1 - 2 k_L k_R + k_R^2]) v^4 - (k_C^2 + r^2 [1 - 2 k_C k_R]) v^2 \}$$

mit den beiden Lösungen:

$$v_2^2 = \frac{\left[v^4 (2 - k_L^2) - v^2 (2 - 2 k_L k_C - r^2 k_R^2) - k_C^2 \right] \pm \sqrt{v^8 k_L^4 - v^6 \cdot 2 (2 k_L^3 k_C + r^2 \{2 - 4 k_L k_R + k_L^2 k_R^2\}) + v^4 \{6 k_L^2 k_C^2 + r^2 \{8 - 8 k_L k_R - 8 k_C k_R + 4 k_L k_C k_R^2 + r^2 k_R^4\} - v^2 \cdot 2 (2 k_L k_C^3 + r^2 \{2 - 4 k_C k_R + k_C^2 k_R^2\}) + k_C^4}}{2 (v^2 - 1)}}$$

Diese Kurve geht nur dann durch den Koordinaten-Mittelpunkt ($v_2^2 = 1$; $v^2 = 1$), wenn $k_L = k_C$ ist und demnach $k_D = 0$. Weitere reelle Lösungen gibt es dann in der Resonanzlage nicht. Für identische Kreise gilt die Impedanzwertgleichung:

$$\partial_K = r \{1 - 2 r_k (rr_k + xx_k)/rz^2 + (z_k/z)^2\} + j x \{1 - 2 x_k (rr_k + xx_k)/xz^2 + (z_k/z)^2\}$$

Bei der Eigenfrequenz verschwindet der Imaginärteil:

$$x(z^2 + z_k^2) - 2x_k(rr_k + xx_k) = 0$$

Demnach gehorchen die Lösungen für die Resonanz allgemein folgender Gleichung:

$$0 = v_{\text{res}}^6 \{1 - k_L^2\} - v_{\text{res}}^4 \{3 - 2 k_L k_C - k_L^2 - r^2 (1 - k_L k_R + k_R^2)\} + v_{\text{res}}^2 \{3 - 2 k_L k_C - k_C^2 - r^2 (1 - k_C k_R + k_R^2)\} - \{1 - k_C^2\}$$

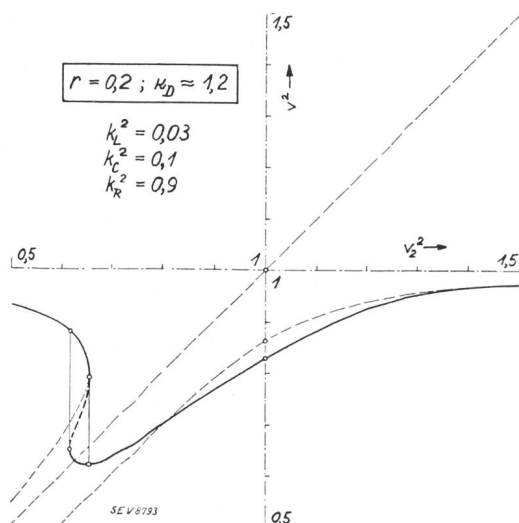


Fig. 21.

Koppelfrequenzwerte bei Impedanzkopplung (Zusatzdämpfung ganz im Kopplungsglied).

lösbar bei gegebenen Zahlenwerten. — Im Beispiel Fig. 21 sind dazu gestrichelt angegeben die asymptotischen Kurven für reine Widerstands- und Reaktanzkopplung.

Koppeldämpfungen.

Für die Impedanzkopplung gilt der Ansatz:

$$r_K = r \{1 - 2 k_R (rr_k + x_2 x_k)/z_2^2 + (z_k/z_2)^2\} = r + r'$$

$$\frac{r'}{r} = \frac{z_k^2 - 2 k_R (rr_k + x_2 x_k)}{z_2^2}$$

$$\frac{r'}{r} = \frac{(k_L v^2 - k_C) \{ (k_L v^2 - k_C) - 2 k_R (v^2 - v_2^2) \} - r^2 k_R^2 v^2}{(v^2 - v_2^2)^2 + r^2 v^2}$$

Im konkreten Falle sind die Werte für v_2^2 und v^2 punktweise der Kurve $F(v_2^2; v^2) = 0$, z. B. Fig. 21, zu entnehmen. Die so erhaltene Kurve für die zusätzlichen Koppeldämpfungswerte ist in Fig. 22 wiedergegeben.

Macht man alle Koppelfaktoren gleich

$$(k_L = k_C = k_R) = k_H$$

so erhält man bei homogener Kopplung für die zusätzliche Dämpfung in Resonanz ($v_2^2 = 1$):

$$(r'/r)_{\text{res}} = -k_H^2$$

Schon dies deutet darauf hin, dass man bei *Impedanzkopplung* auch auf *Entdämpfungen* gefasst sein muss. Das ist leicht einzusehen, wenn man $k_H = 1$ setzt und dafür das Ersatzschaltbild aufzeichnet.

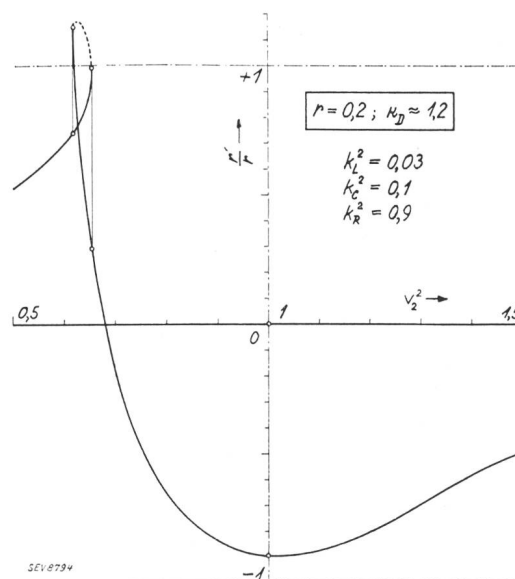


Fig. 22.

Zusätzliche Dämpfungswerte bei Impedanzkopplung (Zusatzdämpfung ganz im Kopplungsglied).

3. Koppelfrequenzen bei starker Dämpfung.

Bei den meisten gekoppelten Kreisen, die in der Technik Anwendung finden, ist die Bedingung $w^2 \ll 1$ erfüllt, selbst bei den stark gedämpften Breitbandfiltern für Fernsehfrequenzen mit $w^2 = 2 \dots 3 \cdot 10^{-3}$.

Erst bei $w^2 > 10^{-2}$ muss man die Eigenfrequenz-Erniedrigung berücksichtigen, wozu in diesem Abschnitt Anleitung gegeben werden soll.

Die Frequenzen werden jetzt auf die *gedämpfte* Schwingfrequenz des ersten Kreises bezogen:

$$f_{s1}^2 = \frac{L_0 - W^2 C_{o1}}{L_0^2 C_{o1}} = \frac{L - W^2 C_1}{L_0^2 C_1}; \quad R = 2W^{11)}$$

Die allgemeine Koppelimpedanzwert-Gleichung heisst dann:

$$\tilde{z}_{sK} = r_{sK} + j x_{sK}$$

Es ist jetzt:

$$v_{s1}^2 = 1$$

und weiter

$$v_{s2}^2 = \frac{f_{s2}^2}{f_{s1}^2} = \frac{f_{o2}^2(1-w^2)}{f_{o1}^2(1-w^2)}; \quad w^2 = W^2 \cdot C_1/L$$

$$w_2^2 = W^2 \cdot C_2/L$$

$$w_2^2 = (w/v_{o2})^2 \quad 12)$$

$$v_{s2}^2 = v_{o2}^2 \frac{1-(w/v_{o2})^2}{1-w^2}$$

$$v_{s2}^2 = \frac{v_{o2}^2 - w^2}{1-w^2} \quad 13)$$

Ferner ist

$$v_{sK}^2 = \frac{f_{sK}^2}{f_{s1}^2} = \frac{f_{oK}^2(1-w_{sK}^2)}{f_{o1}^2(1-w^2)}; \quad w_{oK}^2 = W_K^2 \cdot C_1/L$$

$$w_{sK}^2 = W_K^2 \cdot C_K/L_K$$

$$v_{sK}^2 = v_{oK}^2 \frac{1-w_{sK}^2}{1-w^2}$$

Nach obiger Gleichung folgt aber auch:

$$\frac{L_0 C_{o1}}{L_{oK} C_{oK}} = \frac{f_{oK}^2}{f_{o1}^2} = v_{oK}^2$$

$$L_{oK} C_{oK} = L_0 C_{o1}/v_{oK}^2$$

Den Kreis mit Ankopplung kann man als einfachen Schwingkreis auffassen, dessen Induktivität L_K und Kapazität C_K sich nach bestimmten Regeln ändern, so dass die resultierende ideale Schwingfrequenz f_{oK} entsteht, die u. a. im vorigen Abschnitt behandelt wurde.

Nach der letztgenannten Gleichung ist das mit der Frequenz des zweiten Kreises mehr oder weni-

¹¹⁾ Der Grösse nach ist zwar $R = 2W$; der Verlustwiderstand R beeinflusst aber den Koppelfrequenzgang dem Wesen nach, der Dämpfungswiderstand W macht nur eine Korrektur des Verlaufs notwendig.

¹²⁾ Im zweiten Kreis wird die Frequenz nach Voraussetzung mit der Kapazität geändert.

¹³⁾ Die Korrektur gegen v_{o2}^2 ist meist vernachlässigbar; z. B. beträgt der Fehler maximal nur 1 % bei $r = 0,2$ im Intervall von $v_{o2}^2 = 0,5 \dots 1,5$.

ger variable Produkt $L_{oK} C_{oK}$ gleich dem konstanten Produkt $L_0 C_{o1}$ des ersten, festen Kreises multipliziert mit dem von der Frequenz des zweiten Kreises abhängigen Korrekturfaktor $1/v_{oK}^2$.

Zur Bestimmung des kritischen Widerstandes $R_{oK}^2 = L_K/C_K$ ist die Aufteilung dieses Korrekturfaktors auf die beiden Produktglieder notwendig. Dazu dient folgende Ueberlegung. Bei rein induktiver Kopplung beeinflusst der angekoppelte zweite Kreis nur einen Teil der Induktivität des ersten Kreises, nicht aber seine Kapazität: In diesem Falle wird der Faktor ganz der Induktivität zugeteilt; analog bei rein kapazitiver Kopplung ganz der Kapazität. Bei gleichen Koppelfaktoren (neutralisierter Kopplung) geschieht die Verteilung logischerweise gleichmässig auf Induktivität und Kapazität.

Diese drei markanten Fälle sehen dann folgendermassen aus:

$$k_L = k_C; k_D \left. \begin{matrix} k_C \\ k_D \\ k_L \end{matrix} \right\} = 0; \quad L_{oK} \cdot C_{oK} = \begin{cases} (L_0/v_{oK}^2) \cdot C_{o1} \\ (L_0/v_{oK}) \cdot (C_{o1}/v_{oK}) \\ L_0 \cdot (C_{o1}/v_{oK}^2) \end{cases}$$

$$\sqrt{L_K/C_K} = R_{oK} = \begin{cases} R_{o1}/v_{oK} \\ R_{o1} \\ R_{o1} \cdot v_{oK} \end{cases}$$

Bei gemischter Kopplung lauten die Beziehungen allgemein:

$$L_{oK} \cdot C_{oK} = (q L_0/v_{oK}) \cdot (C_{o1}/q v_{oK}); \quad R_{oK} = q R_{o1}$$

Darin bedeutet q einen Verteilungsfaktor, der die Verteilung des Korrekturfaktors je nach dem Anteil von induktiver und kapazitiver Kopplung auf die Induktivität und die Kapazität vornimmt.

Der Verteilungsfaktor muss die drei markanten Punkte einschliessen und im übrigen quadratisch-reziproken Charakter haben; diese Bedingungen erfüllt der Ausdruck:

$$q^2 = \frac{k_L^2 + k_C^2 v_{oK}^2}{k_L^2 v_{oK}^2 + k_C^2}$$

Wenn nun $v_{oK}^2 \approx 1$, wie in den ersten beiden Abschnitten vorausgesetzt ist, so wird

$$q = 1 \text{ wie bei neutralisierter Kopplung}$$

$$k_L = k_C; \quad k_D = 0$$

weiter folgt

$$q = v_{oK} \text{ bei } k_L = 0$$

und

$$q = 1/v_{oK} \text{ bei } k_C = 0$$

Bemerkenswert ist, dass in den letzten drei Formeln die Koppelfaktoren nicht isoliert auftreten.

Setzt man die Entwicklung für w_{sK}^2 weiter fort, so ergibt sich:

$$w_{sK}^2 = W_K^2 \cdot C_K/L_K$$

$$w_{sK} = W_K/R_{oK}$$

$$w_{sK} = W_K/R_{o1} q$$

$$w_{sK} = w_{oK}/q$$

Im konkreten Fall ist $w = r/2$ als mittlere Dämpfung den Daten des ersten Kreises zu entnehmen.

Die neuen, zusätzlichen Koppeldämpfungswerte entstehen aus den alten durch Division mit q . Eine kleine Umrechnung ergibt die mittlere Koppeldämpfung w_{sK} . Mit Hilfe dieser beiden Grössen

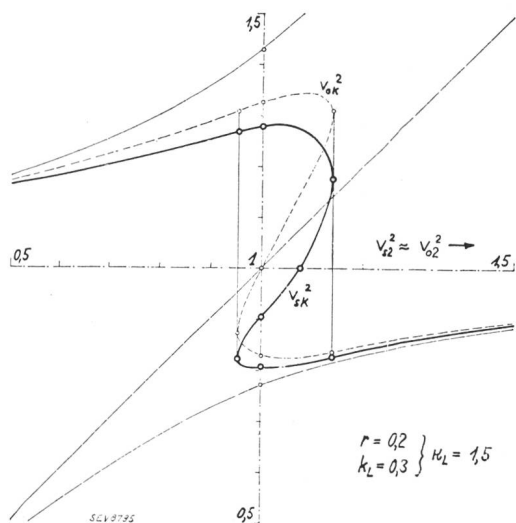


Fig. 23.
Koppelfrequenzwerte (vgl. Text).

und der alten Kurve für die Koppelfrequenzwerte gibt von den beiden letzten eingerahmten Formeln die erste die Abszissenwerte und die zweite die Ordinatenwerte der neuen Koppelfrequenzwertkurve unter Berücksichtigung der Eigenfrequenz-Ernied-

rigung und der Variation des kritischen Widerstandes durch eine starke Dämpfung. — Die vereinfachten Bezeichnungen im vorigen Abschnitt lauten: r_K für r_{oK} ; v_2 für v_{o2} und v für v_{oK} .

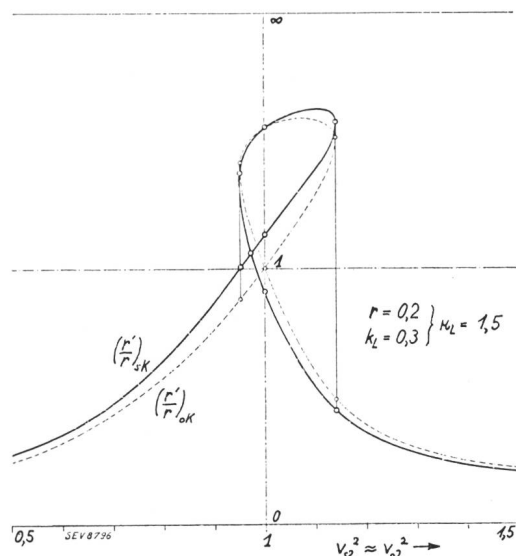


Fig. 24.
Zusätzliche Dämpfungswerte (vgl. Text).

Fig. 23 und 24 zeigen den korrigierten Verlauf (ausgezogen) gegenüber dem Verlauf mit den im vorigen Abschnitt gemachten Vernachlässigungen (gestrichelt) von Koppelfrequenz- und zusätzlichem Dämpfungswert der Fig. 13 und 14. (Schluss folgt.)

Hochfrequenztechnik und Radiowesen — Haute fréquence et radiocommunications

Ein direkt anzeigendes elektrisches Höhenmessinstrument für Luftfahrzeuge.

[Nach Sadahiro Matsuo, Proc. Inst. Radio Engrs. Vol. 20 (1938), p. 848¹⁾.]

531.719.33

Die bisherige Höhenmessung mit dem Aneroidbarometer hat die grossen Nachteile, dass sie relativ ungenau ist, nicht die Höhe über dem Boden, sondern über Meer anzeigt und überdies, was zu der grössten Unsicherheit führt, von Klimaänderungen während des Fluges abhängig ist. Vor der Landung musste deshalb die Bodenstation um Angabe des Normaldruckes angefragt werden. Für die Blindlandung bei unsichtigem Wetter ist es aber von besonderem Wert, ein rasch anzeigendes Instrument zu besitzen, das auch geringe Höhen von wenigen Metern genau anzeigt. Versuche, das Aneroidbarometer durch Echolotung mit Schall zu ersetzen, sind schon unternommen worden, scheinen sich jedoch nicht bewährt zu haben.

Ein Höhenmesser, der mit Radiowellen arbeitet, könnte im Prinzip auf zwei Arten hergestellt werden: Erstens könnte man versuchen, die mit der Höhe veränderliche Kapazität einer Flugzeugantenne zur Messung heranzuziehen. Dieses Verfahren ist jedoch nur für ganz geringe Bodenabstände brauchbar, da die Kapazitätsänderungen mit wachsender Höhe verschwindend klein werden. Zweitens könnte man daran denken, kurzzeitige Impulse vom Flugzeug nach dem Erdboden zu senden, die dort reflektiert und vom Flugzeug wieder empfangen werden. Aus der etwa oszillographisch

¹⁾ Ein Artikel über das neue Verfahren ist bereits von R. Gsell in der technischen Beilage der Neuen Zürcher Zeitung vom 22. II. 39 erschienen.

gemessenen Zeitdifferenz liesse sich die Höhe bestimmen. Man kann indessen leicht ausrechnen, dass für eine Höhe von 10 m nur eine äusserst geringe Impulsbreite von der Grössenordnung 10^{-7} s brauchbar wäre. Bisher ist es aber nicht gelungen, wesentlich kürzere Impulse als 10^{-4} s herzu-

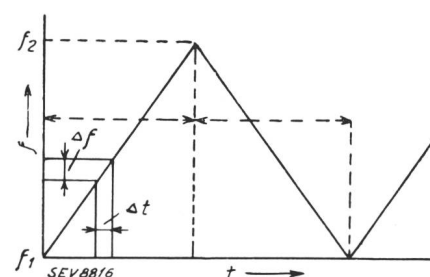


Fig. 1.
Modulationskurve,
Abhängigkeit der
Senderfrequenz
von der Zeit.

stellen. Auch wenn diese Schwierigkeit überwunden werden sollte, dürfte der Empfang so kurzer Impulse infolge der grossen Frequenzbandbreite kaum in Frage kommen.

Der neuen Methode, die alle diese Nachteile nicht aufweist, liegt folgendes Prinzip zugrunde: Von einem kleinen Ultrakurzwellenrichtsender des Flugzeuges wird eine Frequenzmodulierte Welle nach dem Erdboden gestrahlt. Die Frequenz hängt dabei in der in Fig. 1 gezeichneten Weise von der Zeit ab. Die grundsätzliche Anordnung zeigt Fig. 2, wo S den Sender und R den Empfänger bezeichnet. Die vom Empfänger direkt aufgenommene Welle besitzt dann etwa die Frequenz f , während die auf dem Umweg über den Erdboden eintreffende Welle, je nachdem, ob man sich gerade auf