

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 33 (1942)  
**Heft:** 10

**Artikel:** Die Beanspruchung von Ueberspannungsableitern durch nahe Blitzeinschläge  
**Autor:** Berger, K.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1061644>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 24.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

bereits erwähnten Hauptklemmen führen. Diese sitzen mit den beiden Feldklemmen auf einem Klemmenbrett aus Hartholz.

Die Maschine wiegt rund 500 kg und dürfte dabei eine Leistung von 1,5 bis 2 kW abgeben haben!

In seiner Ansprache auf Gornergrat hat dann der Vereinspräsident, Herr Dr. Schiesser, darauf hingewiesen<sup>2)</sup>, wie die am Bahnhof Zermatt aufgestellte und im vorstehenden kurz beschriebene Dynamomaschine von Altmeister Bürgin Zeugnis ablegt,

<sup>2)</sup> Siehe den Bericht im Bull. SEV 1935, Nr. 26, S. 761/762.

was vor mehr als einem halben Jahrhundert ein wagemutiger Schweizer als erster in unserem Lande auf Grund weniger wissenschaftlicher und ganz primitiver werkstattechnischer Voraussetzungen hervorgebracht hat und wie wir allen Grund haben, auf Bürgin und seine Pionierarbeit stolz zu sein, wie wir aber weiter darüber hinaus die Pflicht haben, gerade in der heutigen Zeit, die für Pietät und Tradition wenig übrig zu haben scheint, die Leistungen der Elektrotechnik unseres Landes aus deren ersten Entwicklungsjahren nicht der Vergessenheit anheimfallen zu lassen.

## Die Beanspruchung von Ueberspannungsableitern durch nahe Blitzeinschläge

Bericht an die Forschungskommission des SEV und VSE für Hochspannungsfragen (FKH),  
von K. Berger, Zürich.

621.316.933

Die Berechnung der Beanspruchung von Ueberspannungsableitern mit Ventil-Charakteristik als Folge von Blitzeinschlägen in die angeschlossene Freileitung wird durchgeführt. Rechnungsgrundlage bildet für weit entfernte Blitzeinschläge der sog. Wellenfahrplan, für nahe und sehr nahe Blitzeinschläge dagegen das quasistationäre Schema. Im zweiten Fall lässt sich eine sehr übersichtliche Darstellung der Resultate finden, welche in Funktion aller Variablen (Blitzstrom-Dauer und -Höhe, Erdungswiderstand bei der Einschlagstelle, Distanz des Blitzeinschlags vom Ableiter, Restspannung des Ableiters) alle charakteristischen Werte der Ableiterbeanspruchung abzulesen gestattet.

L'auteur présente le calcul de la sollicitation des parafoudres à caractéristique de soupape, en cas de coups de foudre sur la ligne aérienne. Les calculs sont basés, pour les coups de foudre éloignés, sur l'horaire des ondes et, pour les coups de foudre proches ou très proches, sur le schéma quasistationnaire. Dans ce second cas, les résultats peuvent être exprimés très clairement et permettent de lire toutes les caractéristiques de la sollicitation du parafoudre en fonction de toutes les variables (durée et valeur du courant de foudre, résistance de terre au point d'impact, distance entre le coup de foudre et le parafoudre, tension résiduelle du parafoudre).

### A. Einleitung

Die Art und Grösse der elektrischen Beanspruchung von Ableitern zum Schutz von Anlagen gegen Ueberspannungen atmosphärischer Art ist bekannt, sofern es sich um Ueberspannungen handelt, die aus grosser Distanz über die Freileitung auf den Ableiter zulaufen. Gross ist die Distanz dann, wenn die vom Ableiter bewirkte Absenkung der Ueberspannung, die als rücklaufende Welle über die Freileitung zur Blitzeinschlagstelle zurückläuft, so viel Zeit braucht, dass bei ihrer Ankunft an der Einschlagstelle der Blitzstrom bereits ganz oder annähernd abgeklungen ist. Wenn z. B. ein Blitzstrom 100  $\mu$ s Gesamtdauer bis zum Abklingen auf Null aufweist, so wird ein Ableiter in mehr als 15 km Entfernung vom Einschlag nur vom reinen Wellenstrom  $i_w$  beansprucht, der sich aus der Grösse der Leitungsspannung  $u_0$  am Einschlagsort, dem Wellenwiderstand  $Z$  der Freileitung und der Restspannung des Ableiters  $u_p$  am Leitungsende gemäss dem nebenstehenden Wellenschema Fig. 1 und Ersatzschema Fig. 2 ergibt zu:

$$i_w = \frac{2u_0 - u_p}{Z}$$

Denn für das Hin- und Zurücklaufen der 15 km langen Leitungsstrecke benötigt eine Welle mit Lichtgeschwindigkeit  $2 \cdot \frac{15}{0,3} = 100 \mu$ s. Weil der die Wellenspannung erzeugende Blitzstrom somit bei der Rückkehr bereits abgeklungen ist, kommt eine neue vorlaufende Welle nicht mehr zustande; die Ableiterbeanspruchung wird somit durch das Wel-

lenspiel zwischen Einschlagstelle und Ableiter nicht erschwert.

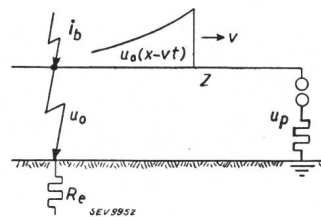


Fig. 1.

Prinzipschema des Wellenvorgangs zwischen Blitzeinschlag und Ableiter.

- $i_b$  Blitzstrom.
- $u_0$  Spannungsabfall an der Erdung  $R_e$  infolge des Blitzstroms  $i_b$ .
- $u_p$  Restspannung des Ableiters.
- $Z$  Wellenwiderstand der Freileitung.
- $R_e$  Erdungswiderstand.

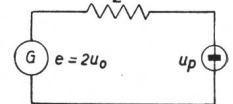


Fig. 2.

Ersatzschema zu Fig. 1.

- $G$  Ersatzspannungsquelle mit der EMK  $e$ .

Ganz anders bei *nahen* Blitzeinschlägen: Wenn die primäre, beim Ableiter ankommende Ueberspannungswelle infolge der Spannungsabsenkung des Ableiters reflektiert und zur Blitzeinschlagstelle zurückgewandert ist, und der Blitzstrom noch nicht wesentlich abgeklungen ist, so tritt jetzt auch dort eine Reflexion ein, sofern die vom Ableiter abgesenkte Spannung kleiner ist als die vom Blitz an der Einschlagstelle noch aufrecht erhaltene Ueberspannung. Dies bewirkt eine zweite vorlaufende Ueberspannungswelle gegen den Ableiter, die bei ihrer Ankunft am Ableiter den Ableiterstrom sprunghaft erhöht. Das Spiel geht weiter: Die vom Ableiter erzwungene erneute Spannungs-

absenkung wird als rücklaufende Welle der Leitung mitgeteilt. Bei ihrer Ankunft an der Blitzeinschlagstelle stimmt die vom Blitz an der Leitung erzwungene Spannung nicht mit der Absenkung überein, somit löst die Einschlagstelle jetzt wieder eine vorlaufende Welle aus, die den Ableiterstrom sprungweise weiter erhöht usw. Man spricht vom *Aufschaukeln* des Ableiterstroms im Takt des zwischen Ableiter und Blitzeinschlagsort stattfindenden Wellenspiels.

Der Ableiterstrom wird damit grösser als der primäre Wellenstrom  $i_w$ , die Ableiterbeanspruchung des Ableiters steigt. Form und Dauer des Ableiterstroms sind jetzt nicht mehr gleich wie beim Blitzstrom, sondern sind wesentlich durch den Auf-

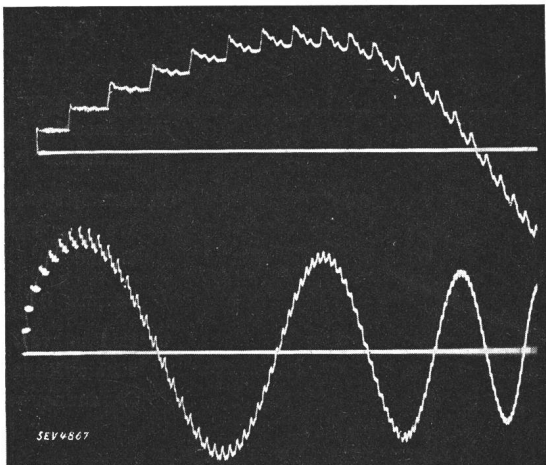


Fig. 3.

Oszillogramm des Stroms am Ende einer kurzgeschlossenen Freileitung beim Zuschalten einer geladenen Kapazität am Leitungsanfang (zwei verschiedene Zeitmaßstäbe).

schaukelvorgang bestimmt. Fig. 3 zeigt ein Beispiel des Stromverlaufs am Ende einer 1 km langen Leitung, wobei die Restspannung am Ableiter sehr klein und die Spannung am Anfang der Leitung nicht vom Blitz, sondern durch Entladung einer Kapazität von  $1 \mu\text{F}$  auf die praktisch kurz geschlossene Leitung bestimmt ist.

### B. Allgemeine Voraussetzungen zur Berechnung des Ableiterstromes

Die Berechnung des Ableiterstroms kann unter Zugrundelegung verschiedener Voraussetzungen geschehen, je nach den Eigenschaften, welche dem Blitzstrom, der Leitung und ihrer Erdung, und dem Ableiter zugeschrieben werden.

Besondere Beachtung gebührt den Leitungseigenschaften: Gegenüber raschen elektrischen Aenderungen verhält sich die Leitung wie ein Gebilde mit verteilter Induktivität und Kapazität, so dass Wellen entstehen. Die genaueste Berechnung muss somit unter Berücksichtigung der Wellenvorgänge auf der Leitung durchgeführt werden. Dies ist im Abschnitt C unter vereinfachenden speziellen Voraussetzungen geschehen.

Je näher der Blitzeinschlag beim Ableiter erfolgt, und je länger der Blitzstrom dauert, um so eher darf die Leitungskapazität vernachlässigt und die

Leitung als reine Induktivität betrachtet werden. Diese Näherung führt dazu, die Wellengeschwindigkeit auf der Leitung als unendlich gross anzunehmen, so dass der Strom in jedem Punkt der Leitung gleich gross ist. Diese Voraussetzungen bilden die Grundlage der sehr oft einfachern quasistationären Rechnungsweise, die unter D durchgeführt ist. Die Vereinfachung ist so gross, dass die spezielle Voraussetzung über das Verhältnis von Ableiterstrom zu Blitzstrom, die aus Rechnungsgründen bei C und zunächst auch bei D<sub>1</sub> gemacht wird, fallen gelassen, und unter D<sub>2</sub> die genaue quasistationäre Lösung gegeben werden kann.

Die allgemeinen Voraussetzungen der hier dargelegten Berechnung sind im folgenden genannt; die jeder Rechnungsmethode zugehörigen Voraussetzungen finden sich jeweils am Anfang von C und D.

#### Allgemeine Voraussetzungen.

1. Der Blitzstrom  $i_b$  habe gemäss Fig. 4 einen exponentiellen Verlauf mit einer sehr steilen Stirn (Frontdauer gleich Null oder jedenfalls  $< 1 \mu\text{s}$ ) und einer Halbwertdauer  $T_b = T \cdot \ln 2 = 0,693 \cdot T$ , wo  $T$  die Rücken-Zeitkonstante des Blitzstroms ist, d. h.:  $i_b = i_{sb} \cdot e^{-t/T} = i_{sb} \cdot e^{-0,693 t/T_b}$ .

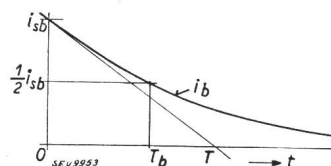


Fig. 4.

Angenommener Blitzstromverlauf  
 $i_{sb}$  Scheitelwert des Blitzstroms.  
 $T$  Zeitkonstante des Blitzstroms.  
 $T_b$  Halbwertdauer des Blitzstroms.

$i_{sb}$  ist der Blitzstromscheidenwert. Der Wert  $t/T$  wird als *relative Zeit*  $\tau$  bezeichnet.

2. Der Ableiter selber wird als reines Ventil angenommen, d. h. seine Restspannung  $u_p$  soll von der Grösse des durchfliessenden Ableiterstromes  $i_p$  nicht abhängen:  $u_p = \text{konstant}$ . Ein eventueller Spannungsabfall in der Ableitererdung wird nicht berücksichtigt. Mit der Umkehr des Stromes  $i_p$  wechselt auch  $u_p$  das Vorzeichen.

Der Wellenwiderstand der verlustfrei angenommenen Freileitung sei  $Z$  (für einen Draht mit Erd-rückleitung  $Z \approx 500 \Omega$ ).

3. Die Entfernung des Blitzeinschlages in die Leitung vom Ableiter sei, längs der Leitung gemessen, gleich  $D$ , die zugehörige Leitungsinduktivität gleich  $L$ .

4. Der resultierende, bei Stoss wirksame Erdungswiderstand an der Blitzeinschlagstelle sei  $R_e$ . Er wird gegeben durch das als konstant angenommene Verhältnis von Spannung an der Erdung zum Strom, der aus dem Blitzkanal, nicht aber zum Ableiter fliesst. Als  $i_e$  ist somit der Strom in der Leitungserdung plus jener auf die offene, nicht zum Ableiter führende Leitung zu betrachten. Der Wert  $R_e$  ist somit unter Vernachlässigung des Spannungsabfalls am Ueberschlagslichtbogen auf der Leitung der aus Erdungswiderstand und abgewendeter Leitungsimpedanz resultierende Betrag. Er wird unter Voraussetzung von  $Z = 500 \Omega$  diesen Betrag nie übersteigen, sofern die dem Ableiter abgewendete Leitungsseite sehr lang ist.

### C. Berechnung der Ableiterbeanspruchung durch Betrachtung des Wellenspiels zwischen Ableiter und Blitzeinschlag

Ausser den allgemeinen Voraussetzungen 1...4 gelten folgende spezielle Voraussetzungen:

1. Der *Scheitelwert des Ableiterstroms* ( $i_s$ ) soll stets wesentlich kleiner sein als der zur Erdung  $R_e$  abfließende Teil des Blitzstroms  $i_{se}$  oder als der Blitzstrom  $i_{sb}$  selber, so dass der Spannungsabfall an der Erdung  $R_e$  vom Ableiterstrom nicht wesentlich verringert wird:  $i_s \ll i_{sb}$ .

Diese Voraussetzung würde z. B. beim direkten Blitzeinschlag nicht mehr zutreffen. Sie ist hingegen bei Abständen  $D$  von mindestens ca. 0,5 km oft noch als Näherung zulässig, was aus der Rechnung unter D<sub>2</sub> hervorgeht.

2. Der *Spannungsabfall an der Erde*  $R_e$  wird somit unter obiger Voraussetzung mit genügender Näherung gegeben durch:

$$u \simeq i_b R_e = i_{sb} R_e \cdot e^{-t/T} = u_s \cdot e^{-t/T}.$$

Die Leitung selber mit dem Wellenwiderstand  $Z$  wird als verlustlos angenommen. Für die Grösse von  $Z$  wird für einen Draht mit Erdrückleitung  $Z = 500$  Ohm geschätzt; bei gleichzeitigem Blitzeinschlag in 3 Phasen kann mit  $Z$  pro Phase  $\approx 750$  Ohm gerechnet werden.

Die Berechnung des aufgeschaukelten Ableiterstroms infolge naher Blitzeinschläge soll zunächst unter obigen Annahmen auf anschauliche Art durch Betrachtung des Wellenspiels zwischen Blitzeinschlag und Ableiter erfolgen. Dazu bedienen wir uns des sogenannten «Wellenfahrplans», d. h. der Weg-Zeit-Darstellung der Wellen auf dieser Strecke, wie in Fig. 5 angedeutet ist.

Der Blitzstrom  $i_b$  bewirkt an der Einschlagstelle B einen Ueberschlag der Leitung nach der Erde. Der grosse Teil  $i_e$  des Blitzstroms  $i_b$  fliesst dann über den dort wirksamen Erdungswiderstand  $R_e$  zur Erde.  $R_e$  kann eine Mast-Erdung sein oder auch der ohne Erdungselektroden vorhandene Uebergangswiderstand, den der Boden z. B. bei einer Holzstangenleitung dem Blitzstrom bietet. Die Differenz  $i = i_b - i_e$  fliesst über die Leitung gegen den Ableiter P, zunächst als primärer Wellenstrom  $i_{v1}$  in der vorlaufenden Welle  $u_{v1}$ , später als Ueberlagerung mehrerer Teilwellen (primäre Welle  $u_{v1}$ , sekundäre  $u_{v2}$ , tertiäre  $u_{v3}$  usw.). Die Reflexion der Vorwärtswellen  $u_v$  am Ableiter ist durch von dort ausgehende Rückwärtswellen  $u_r$  bedingt. Wieder erneute Reflexion am Einschlagsort B bedingt die Vorwellen nächster Ordnung usw.

Die Grösse der in P oder B reflektierten Wellen ergibt sich aus folgender Ueberlegung:

Die Spannung  $u_p$  ist im Moment irgendeiner ankommenden Welle  $u_v$  gegeben durch  $u_p = u_v + u_r$ ; der Ableiterstrom  $i_p$  im gleichen Moment durch  $i_p = i_v + i_r = \frac{u_v}{Z} - \frac{u_r}{Z}$ ;

damaus  $u_r = u_p - u_v$   
 $Z i_p = u_v - (u_p - u_v) = 2u_v - u_p$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{gilt für jede} \\ \text{Reflexion} \\ \text{im Punkt P.} \end{array} \right.$

Ganz analog ist im Moment der Ankunft einer rückläufigen Welle im Punkt B:

$u_B = u_r + u_{vf}$ , wenn  $u_{vf}$  die vorlaufende Welle des nächstfolgenden Vor- und Rücklaufs bedeutet.

$u_{vf} = u_B - u_r$  gibt somit den Wert der nächsten vorlaufenden Welle an, die infolge der Reflexion an der Einschlagstelle B entsteht.

Die sich ergebenden Werte sind in Fig. 5 eingetragen. Da alle Wellen die gleiche Geschwindigkeit aufweisen, haben alle Fahrstrahlen die gleiche

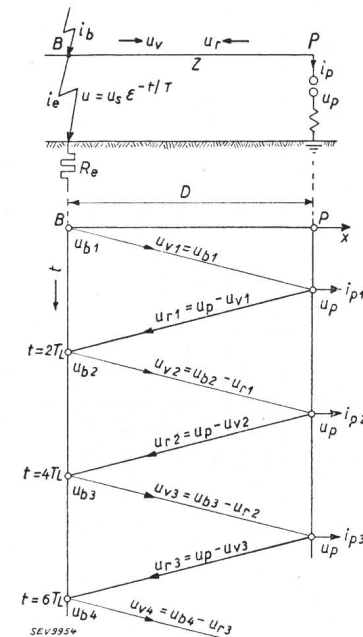


Fig. 5.

Wellenfahrplan für die Strecke zwischen Blitzeinschlag B und Ableiter P.

$T_L$  Laufzeit einer Welle zwischen B und P.

$D$  Distanz BP (km).

$u_v$  und  $u_r$  vor- und rücklaufende Spannungswellen.

Neigung gegen die Zeitachse. Mit unsern Voraussetzungen über  $u_p$  und  $u_B$ , wonach diese von den Strömen im Ableiter  $i_p$  und in der Leitung nicht abhängen sollen, wird die Auswertung des Fahrplans sehr einfach, nämlich:

Zeitpunkt  $t = 0$ :  $u_{v1} = u_{B1} = u_s$

„  $t = T_L$ :  $u_{r1} = u_p - u_{v1} = u_p - u_{B1} = u_p - u_s$

„  $t = 2T_L$ :  $u_{v2} = u_{B2} - u_{r1} = u_{B2} + u_{B1} - u_p = u_s(1+a) - u_p$

„  $t = 3T_L$ :  $u_{r2} = u_p - u_{v2} = 2u_p - (u_{B2} + u_{B1}) = 2u_p - u_s(1+a)$

„  $t = 4T_L$ :  $u_{v3} = u_{B3} - u_{r2} = u_{B3} + u_{B2} + u_{B1} - 2u_p = u_s(1+a+a^2) - 2u_p$

„  $t = 5T_L$ :  $u_{r3} = u_p - u_{v3} = 3u_p - (u_{B3} + u_{B2} + u_{B1}) = 3u_p - u_s(1+a+a^2)$

„  $t = 6T_L$ :  $u_{v4} = u_{B4} - u_{r3} = u_{B4} + u_{B3} + u_{B2} + u_{B1} - 3u_p = u_s(1+a+a^2+a^3) - 3u_p$

„  $t = 7T_L$ :  $u_{r4} = u_p - u_{v4} = 4u_p - (u_{B4} + u_{B3} + u_{B2} + u_{B1}) = 4u_p - u_s(1+a+a^2+a^3)$

$t = (2n-2)T_L$ :  $u_{vn} = u_s(1+a+a^2+a^3+\dots+a^{n-1}) - (n-1)u_p = u_s \frac{1-a^n}{1-a} - (n-1)u_p$

$t = (2n-1)T_L$ :  $u_{rn} = n \cdot u_p - u_s(1+a+a^2+a^3+\dots+a^{n-1}) = n \cdot u_p - u_s \frac{1-a^n}{1-a}$  (1)

wo  $a = \frac{u_{B2}}{u_{B1}} = \frac{u_{B3}}{u_{B2}} \dots = \varepsilon^{-2T_L/T}$  ist, oder  $\frac{2T_L}{T} = \ln\left(\frac{1}{a}\right)$  (2)  
 ebenso gilt für  $i_p$  nach mehrmaliger Reflexion:

$$\begin{aligned} Zi_{p1} &= 2u_{v1} - u_p \\ Zi_{p2} &= 2u_{v2} - u_p \\ &\dots \end{aligned}$$

$$Z \cdot i_{pn} = 2u_{vn} - u_p = 2u_s \frac{1-a^n}{1-a} - (2n-1)u_p \quad (3)$$

Damit ist der Stromverlauf in Funktion der Anzahl Hin- und Rückwellen festgelegt. Uns interessiert zunächst der grösste Wert  $i_s$  von  $i_p$ . Dieser wird bestimmt aus der Bedingung  $\frac{di_p}{dn} = 0$ , welche für die höchste Stromspitze ergibt:

$$\begin{aligned} \frac{di_p}{dn} &= \frac{-2u_s}{1-a} \cdot a^{n_m} \cdot \ln a - 2u_p = 0, \\ a^{n_m} &= -\frac{u_p(1-a)}{u_s \cdot \ln a} = \frac{1-a}{k \cdot \ln\left(\frac{1}{a}\right)} \end{aligned}$$

wobei gesetzt wird  $k = \frac{u_s}{u_p}$ ; (4)

$$n_m = \frac{1}{\ln a} \cdot \ln \frac{1-a}{k \cdot \ln\left(\frac{1}{a}\right)} = \frac{\ln \left\{ \frac{k \cdot \ln\left(\frac{1}{a}\right)}{1-a} \right\}}{\ln\left(\frac{1}{a}\right)}$$

Durch Einsetzen des Wertes  $a = \varepsilon^{-2T_L/T}$  können diese beiden Gleichungen auch geschrieben werden als:

$$a^{n_m} = \frac{1-a}{k} \cdot \frac{T}{2T_L} \text{ und } n_m = \frac{T}{2T_L} \left\{ \ln\left(\frac{k}{1-a}\right) - \ln \frac{T}{2T_L} \right\} \quad (5)$$

Das Strommaximum  $i_s$  wird erhalten durch Einsetzen dieses Wertes von  $n_m$  in Gl. (2); nach einigen Umformungen ergibt sich

$$\begin{aligned} Zi_s &= \frac{2u_s}{1-a} - u_p \cdot \frac{T}{T_L} \left\{ 1 + \ln \frac{u_s}{u_p} + \ln \frac{1}{1-a} - \ln \frac{T}{2T_L} - \frac{T_L}{T} \right\} \\ &\quad \text{oder in anderer Schreibweise} \\ \frac{Zi_s}{u_p} &= \frac{2k}{1-a} - \frac{T}{T_L} \left\{ 1 + \ln k + \ln \frac{2T_L \sqrt{a}}{T(1-a)} \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

Die Auswertung dieses Ausdrucks zeigt, dass das letzte Glied in der Klammer oft recht klein ist, nur dann nicht, wenn  $n$  (für  $i_s$ ) selber klein wird, d. h. wenn das Maximum des Stroms nach wenigen Wellen erreicht wird. Wir werden später auf diesen Umstand zurückkommen.

Weiter interessiert uns vor allem die Dauer des Ableiterstroms  $i_p$ , und zwar wollen wir speziell die Halbwertsdauer  $T_H$  des Ableiterstroms berechnen. Die Resultate werden zeigen, dass diese Zeitdauer für die angenäherte Darstellung der Ableiterbeanspruchung gut geeignet ist. Suchen wir somit die Werte  $n$  des Wellenspiels, bei welchen der Strom gleich dem halben Scheitelwert  $1/2 i_s$  wird, indem wir in Gl. (3)  $i_p = \frac{i_s}{2}$  setzen:

$$\begin{aligned} 2u_s \frac{1-a^n}{1-a} - (2n-1)u_p &= \frac{u_s}{1-a} - \frac{u_p T}{2T_L} \cdot \left\{ 1 + \ln k + \ln \frac{2T_L \sqrt{a}}{T(1-a)} \right\} \\ &\quad \text{oder nach einigen Umformungen} \\ a^{n_h} + \frac{1-a}{k} n_h &= \frac{1-a}{2k} \cdot \frac{T}{2T_L} \left\{ 1 + \ln k + \ln \frac{2T_L}{T(1-a)\sqrt{a}} \right\} \\ &\quad + \frac{1}{2} = F(k, a) \quad (7) \end{aligned}$$

Die Lösung der Gl. (7) ist somit angenähert möglich für jeden Wert von  $k$ . Sie liefert für jeden Wert  $F(k)$  zwei reelle Lösungen von  $n_h$ , nämlich  $n_f$  und  $n_r$ , wovon der erste Wert offenbar den Halbwert in der Stromfront, der zweite Wert den Halbwert im Stromrücken bedeutet. Die Differenz  $n_r - n_f$  gibt die Anzahl Stufen, während welcher der Strom grösser ist als die halbe Amplitude  $i_s/2$ . Die entsprechende Zeitdauer  $T_H$  wird, da die Dauer einer Stufe  $= 2T_L$  ist,  $= (n_r - n_f) \cdot 2T_L$ . Da die Stromänderung in jeder Stufe plötzlich erfolgt, ist eine Abrundung auf ganzzahlige Werte  $n_h$  vorzunehmen, derart, dass z. B. in der Front jenes  $n_f$  gezählt wird, bei welchem der Strom bereits grösser ist als  $1/2 i_s$ , und ferner  $n_r$  so gezählt wird, dass im Rücken der Strom bereits kleiner ist als  $i_s/2$ . Die derart errechnete Halbwertsdauer  $T_H$  bezieht sich dann in der Treppenkurve auf die im Moment nach einer erfolgten Reflexion am Ableiter oder am Blitzeinschlag entstandenen Stromspitzen. Man könnte entsprechend auch eine Halbwertsdauer festlegen, die durch die Stromwerte vor dem Moment einer Reflexion festgelegt ist, indem das dem Blitzstrom genau entsprechende Abklingen des Leitungsstroms während der doppelten Laufzeit  $2T_L$  als Rückensenkung eingerechnet wird. Die in Gl. (3) berechneten Stromwerte wären somit mit  $a = \varepsilon^{-2T_L/T}$  zu multiplizieren und daraus die neuen  $n$ -Werte zu bestimmen, welche den Halbwert  $i_s/2$  ergeben. Dadurch entstehen keine neuen Schwierigkeiten. Doch hat diese Rechnung nur für jene Fälle einige Bedeutung, wo das aufgeschaukelte Maximum  $i_s$  schon nach ganz wenigen Stufen ( $n_m$  klein) erreicht wird. Wir wollen sie hier nicht anführen, da sie weit entfernten Einzelschlägen entsprechen.

Die Resultate der oben skizzierten Auswertung der Gl. (7) sind in der Tabelle I zusammengestellt.

Tabelle I.

| $k$ | $\frac{2T_L}{T}$ | $a$   | $F(k, a)$ | $n_r - n_f$ | $\frac{T_H}{T_L}$ | $\frac{T_H}{T}$ | $\frac{T_H}{0,693 T}$ | $C$  | $R_{s, \max} \Omega$ |
|-----|------------------|-------|-----------|-------------|-------------------|-----------------|-----------------------|------|----------------------|
| 2   | 0,05             | 0,95  | 0,926     | 22          | 44                | 1,1             | 1,58                  | 5,5  | 18                   |
|     | 0,10             | 0,905 | 0,927     | 13          | 26                | 1,3             | 1,87                  | 3,1  | 32                   |
|     | 0,20             | 0,82  | 0,928     | 7           | 14                | 1,4             | 2,01                  | 1,6  | 62                   |
|     | 0,50             | 0,605 | 0,930     | 4           | 8                 | 2,0             | 2,88                  | 0,7  | 140                  |
| 3   | 0,05             | 0,95  | 0,854     | 38          | 78                | 1,9             | 2,74                  | 17   | 6                    |
|     | 0,10             | 0,905 | 0,848     | 21          | 42                | 2,1             | 3,03                  | 9,1  | 11                   |
|     | 0,20             | 0,82  | 0,845     | 11          | 22                | 2,2             | 3,17                  | 4,8  | 21                   |
|     | 0,50             | 0,605 | 0,840     | 5           | 10                | 2,5             | 3,6                   | 2,2  | 46                   |
| 5   | 0,05             | 0,95  | 0,763     | 65          | 130               | 3,25            | 4,7                   | 26,2 | 3,8                  |
|     | 0,10             | 0,905 | 0,756     | 35          | 70                | 3,5             | 5,0                   | 13,9 | 7,2                  |
|     | 0,20             | 0,82  | 0,752     | 19          | 38                | 3,8             | 5,5                   | 7,3  | 14                   |
|     | 0,50             | 0,605 | 0,743     | 9           | 18                | 4,5             | 6,5                   | 3,3  | 30                   |
| 10  | 0,05             | 0,95  | 0,666     | 120         | 240               | 6               | 8,6                   | 33,1 | 3                    |
|     | 0,10             | 0,905 | 0,661     | 65          | 130               | 6,5             | 9,3                   | 17,5 | 5,7                  |
|     | 0,20             | 0,82  | 0,657     | 34          | 68                | 6,8             | 9,8                   | 9,2  | 11                   |
|     | 0,50             | 0,605 | 0,650     | 15          | 30                | 7,5             | 10,8                  | 4,2  | 24                   |

Aus dieser Tabelle ergibt sich, dass mit zunehmenden Werten  $k = u_s/u_p$  die Halbwertdauer des Ableiterstroms  $T_h$  im Vergleich zur Zeitkonstanten  $T$  des Blitzstroms wesentlich ansteigt. Während für einen exponentiell verlaufenden Ableiterstrom das Verhältnis  $T_h/T = 0,693$  würde, betragen die Stromdauern im Ableiter bei  $k = 3$  bereits das 3fache, bei  $k = 5$  bereits das rund 5fache der Blitzstrom-Halbwertdauer  $T_b = 0,693 T$ . In erster Näherung kann man sagen, dass die Halbwertdauer des aufgeschaukelten Ableiterstroms das  $k$ fache der Blitzstrom-Halbwertdauer beträgt.

Aus der Tabelle ergibt sich ausserdem, dass mit wachsendem Wert  $k$ , wie natürlich auch mit kleinerer Laufzeit  $T_L$  (Distanz  $D$  des Blitzeinschlags) im Vergleich zur Blitzdauer  $T$  die Anzahl Stufen oberhalb des Halbwerts ( $u_r - n_f$ ) stark anwächst. Die Zunahme der Stufenzahl erfolgt etwas langsamer als das Anwachsen des reziproken Wertes der relativen Laufzeit  $2 T_L/T$  und ungefähr proportional zum Wert  $k$ .

Schliesslich ist es noch nötig, das Verhältnis des Ableiterstrom-Maximums  $i_s$  zum grössten Erdstrom  $i_{se}$  auszurechnen, um die Zulässigkeit der speziellen Voraussetzungen 1 und 2 zu prüfen. Aus Gl. (6) ergibt sich mit  $u_s = i_{se} R_e$  sofort:

$$\frac{i_s}{i_{se}} = \frac{R_e}{Z} \left\{ \frac{2}{1-a} - \frac{T}{k \cdot T_L} \left[ 1 + \ln k + \ln \frac{2 T_L \sqrt{a}}{T(1-a)} \right] \right\} = C \cdot \frac{R_e}{Z} \quad (8)$$

Die Werte  $C$  sind ebenfalls in Tabelle I eingetragen.

Der Wert  $\frac{Z}{R_e}$  muss somit ein Vielfaches des Wertes  $C$  betragen, damit die speziellen Voraussetzungen erfüllt werden. Für die Ueberspannungswelle zwischen einem Leiter und Erde ist z. B.  $Z \approx 500$  Ohm. Somit ergeben sich die grössten Werte  $R_e$ , für welche die Rechnung noch zulässig ist. Lediglich als Beispiel sind in der letzten Spalte die so errechneten grösstzulässigen Erdungswiderstände  $R_{e \max}$  angegeben, für welche das Verhältnis  $i_s/i_{se} = 0,20$  beträgt.

$$\text{Diese Werte betragen } R_{e \max} = 0,20 \cdot \frac{500}{C} = \frac{100}{C}$$

In allen Fällen, in welchen die tatsächlich vorhandenen Erdungswiderstände bei der Blitzeinschlagstelle grössere Werte aufweisen als jene dieser letzten Spalte, gibt die durchgeführte Rechnung ein zu schlimmes Bild der Ableiterbeanspruchung. Denn in diesen Fällen entlastet der Ableiterstrom bereits wesentlich die Leitungserdung. Immerhin kann mit den vorliegenden Rechnungsergebnissen die Grösse der Ableiterbeanspruchung auch in diesem Falle noch mit einiger Näherung geschätzt werden. Dagegen kann der Grenzfall des direkten Blitzeinschlags in den Ableiter wegen der Voraussetzung  $i_{se} \approx i_{sb}$ , bzw.  $i_s \ll i_{sb}$ , aus der Rechnung nicht erhalten werden.

Es würde keine Schwierigkeiten bieten, mittels der dargelegten Ergebnisse auch die in Wärme umgesetzte Stossenergie im Ableiter zu berechnen und sie mit der nicht aufschaukelnden, reinen Wellen-

energie zu vergleichen. Diese Frage soll dem folgenden Abschnitt vorbehalten bleiben.

#### D. Berechnung der Ableiterbeanspruchung durch die quasistationäre Betrachtung

##### D 1. Vereinfachte Rechnung unter denselben allgemeinen und speziellen Voraussetzungen wie zu C.

Bei der quasistationären Betrachtung wird von der Wirkung der verteilten Kapazitäten und Induktivitäten der Leitung, d. h. vom wellenartigen Vorgang auf der Leitung abgesehen und die Leitung als reine Induktivität betrachtet.

Dies ist als Näherung erlaubt, wenn sich die Ströme der Leitung, wie wir gesehen haben, allmählich zu grössern als dem anfänglichen Wellenwert aufschaukeln, so dass die magnetische Energie der Leitung mit der Zeit ihre elektrische Energie weit übertrifft.

Wenn wir somit im folgenden die Leitung ersetzen durch ihre Induktivität, so können naturgemäss keine wellenmässigen Stufen, die die Wirklichkeit zeigt, von der Rechnung erfasst werden; sondern die quasistationäre Rechnung wird den Mittelwert der Treppenkurve liefern, der wohl am Anfang merklich von der Treppenlinie abweicht, mit der Zeit aber, wo die Treppenstufen immer kleiner werden, sich ihr immer besser anpasst. So dürfen wir in der Gegend des gesuchten Ableiterstrommaximums bereits eine gute Uebereinstimmung zwischen beiden Rechnungsmethoden erwarten. Zugleich kann am Beispiel ersehen werden, wie die quasistationäre Vorstellung die Rechnung zu vereinfachen vermag.

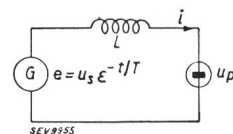


Fig. 6.  
Ersatzschema zu Fig. 1 für die angenäherte quasistationäre Betrachtung.

$L$  Leitungsinduktivität zwischen Blitzeinschlagstelle und Ableiter.  $G$  Ersatzspannungsquelle mit der EMK  $e$ ,  $u_s$  Scheitelwert des Spannungsabfalls  $u_s$  am Erdungswiderstand  $R_e$  infolge des Blitzstroms,  $u_p$  Restspannung des Ableiters.

Aus dem Schema Fig. 1 wird somit das vereinfachte nach Fig. 6. In diesem Kreis gilt:

$$e = L \frac{di}{dt} + u_p = u_s \cdot e^{-t/T}.$$

Mit  $u_p = \text{konstant}$  lässt sich die Gleichung sofort integrieren:

$$Li = -T \cdot e^{-t/T} - u_p t + K$$

$$i = \frac{u_s T}{L} \cdot \left( 1 - e^{-t/T} \right) - \frac{u_p}{L} \cdot t \quad (11)$$

Das Strommaximum im Ableiter  $i_s$  entsteht für

$$\frac{di}{dt} = 0 = \frac{u_s}{L} \cdot e^{-T_m/T} - \frac{u_p}{L},$$

woraus nach kurzer Umformung folgt

$$T_m = T \cdot \ln \left( \frac{u_s}{u_p} \right) = T \cdot \ln k \quad (12)$$

Dabei bedeutet wieder die Abkürzung

$$k = u_s/u_p. \quad (13)$$

Durch Einsetzen dieses Wertes  $t = T_m$  folgt für das Strommaximum  $i_s$ :

$$\begin{aligned} i_s &= \frac{u_s T}{L} \left( 1 - \frac{u_p}{u_s} \right) - \frac{u_p}{L} \cdot T \cdot \ln \frac{u_s}{u_p} \\ &= \frac{u_s T}{L} \left\{ 1 - \frac{u_p}{u_s} \left[ 1 + \ln \frac{u_s}{u_p} \right] \right\} \\ &= \frac{u_s T}{L} - \frac{u_p T}{L} (1 + \ln k) = \frac{u_s T}{L} \left\{ 1 - \frac{1}{k} [1 + \ln k] \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

Zwischen der Induktivität  $L$  der Leitung und dem Wellenwiderstand  $Z$  besteht nun ein Zusammenhang, der durch folgende beiden Bestimmungsgleichungen gegeben ist:

$$\left. \begin{aligned} \text{Wellenwiderstand } Z &= \sqrt{\frac{L}{C}} \\ C \text{ ist die gesamte Leitungskapazität} \\ \text{ferner die Wellengeschwindigkeit auf der} \\ \text{Leitung:} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{l \cdot c}} = \frac{D}{\sqrt{L \cdot C}},$$

wo  $D$  wieder die Leitungslänge bedeutet.

Rechnet man daraus die gesamte Induktivität der Leitung aus, indem man die Kapazität  $C$  eliminiert, so erhält man

$$C = \frac{L}{Z^2} = \frac{D^2}{v^2 L}, \quad L = \frac{DZ}{v} \quad (15')$$

Unter Voraussetzung der Lichtgeschwindigkeit  $3 \cdot 10^{10}$  cm/s als Wellengeschwindigkeit  $v$ , ferner unter Annahme von  $Z = 500$  Ohm ergibt sich somit

$$L = \frac{500 D}{3} \cdot 10^{-10} = 167 D_{\text{cm}} \cdot 10^{-10} = 1,67 D_{\text{km}} \cdot 10^{-3}$$

so dass Gl. (14) auch

$$i_s = \frac{u_s T \cdot 10^3}{1,67 D_{\text{km}}} \left\{ 1 - \frac{1}{k} (1 + \ln k) \right\} \quad (14')$$

geschrieben werden kann.

Gegenüber dem reinen Wellenstrom  $i_w = \frac{2u_s - u_p}{Z}$  beträgt das Vielfache des aufgeschaukelten Stroms somit:

$$\begin{aligned} \frac{i_s}{i_w} &= \frac{u_s}{2u_s - u_p} \cdot \frac{TZ}{L} \left\{ 1 - \frac{1}{k} (1 + \ln k) \right\} \\ &= \frac{T_{us}}{D_{\text{km}}} \cdot \frac{0,3 k}{2k-1} \left\{ 1 - \frac{1}{k} (1 + \ln k) \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

Bei der Gl. (14) oder (14') fällt die Aehnlichkeit mit Gl. (6) des Abschnitts C auf. Unter Berücksichtigung der Gl. (15), sowie unter der Annahme,

dass  $\frac{2T_L}{T} \ll 1$  ist, und somit  $1 - a = 1 - \varepsilon^{-2T_L/T}$

durch das erste Glied der Reihen-Entwicklung der Exponentialfunktion dargestellt werden kann, d. h.

$1 - a \simeq \frac{2T_L}{T}$ , geht der Ausdruck Gl. (6) in den

Ausdruck Gl. (14) über, wobei nur das letzte Klammerglied,  $\ln \frac{2T_L \cdot \sqrt{a}}{T(1-a)}$  ganz fehlt. Wir haben schon

früher festgestellt, dass dieses Glied nur bei kleiner Stufenzahl  $n$  einige Bedeutung besass, bei grösseren Stufenzahlen bis zum Erreichen des Strommaximums aber nicht. Dieses Glied muss somit in erster Linie die Abweichung der Stromspitzen in der Treppenkurve vom Mittelwert darstellen.

Weiter soll wieder die Halbwertdauer  $T_h$  des Ableiterstroms gerechnet werden.

Sie ergibt sich aus

$$\frac{u_s T}{L} (1 - \varepsilon^{-t_h/T}) - \frac{u_p}{L} \cdot t_h = \frac{u_s T}{2L} \left\{ 1 - \frac{1}{k} (1 + \ln k) \right\}$$

Man erhält nach kurzer Umformung:

$$\varepsilon^{-x} + \frac{x}{k} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{1}{k} (1 + \ln k) \right] = G(k) \quad (17)$$

Dabei bedeutet die Abkürzung

$$x = \frac{t_h}{T} = x(k) \quad (18)$$

Vergleicht man Gl. (17) mit der entsprechenden Gl. (7) beim Wellenvorgang, so sieht man zunächst, dass hier die rechte Seite nur noch Funktion von  $k$

ist, dagegen nicht von  $a$  oder  $\frac{2T_L}{T}$ . Mit der gleichen

Näherung wie oben, dass nämlich  $a = \varepsilon^{-2T_L/T}$  ersetzt werden darf durch  $1 - \frac{2T_L}{T}$ , und indem wir

$2n_h T_L$  mit  $t_h$  identisch setzen, erhält man aus Gl. (7) den Ausdruck Gl. (17), mit Ausnahme des Gliedes  $1/2$ . Dieses ist darin begründet, dass die Mittelwertkurve von  $i$  bei  $t = 0$  mit  $i = 0$  anzu- steigen beginnt, während die wellenartige Treppen- kurve erst bei  $n = 1$  mit dem Sprung  $i_w = \frac{2u_s - u_p}{Z}$

einsetzt (Fig. 5). Man erhält jetzt für jeden Wert  $k$  zwei genau festliegende Zeitpunkte, in welchen der Halbwert  $i_s/2$  erreicht wird, nämlich einen ersten für die Front,  $t_{hf}$ , und einen zweiten für den Rücken,  $t_{hr}$ . Die Differenz beider Halbwertzeiten  $t_{hr} - t_{hf}$  ist die gesuchte Halbwertdauer  $T_h$  des Ableiterstroms  $i$ .

Die Grössen des Strommaximums  $i_s$ , der Halbwertdauer  $T_h$  und der Rechnungsgrösse  $G(k)$  sind in Tabelle II für einige Werte  $k$  dargestellt. Darin sind auch die weiter interessierenden Beanspruchungsgrössen eingetragen, nämlich die totale, den Ableiter durchfliessende Stossladung  $Q$ , die Gesamtdauer  $T_0$  des Stoßstromes bis zum Erreichen seines Nullwertes, und schliesslich die in Wärme umgesetzte Energie  $A$ .

Die Ausdrücke für diese Grössen ergeben sich wie folgt: Die gesamte Stoss-Stromdauer  $T_0$  ist ge-

kennzeichnet durch den Stromwert  $i = 0$ ; d. h. durch die Bedingung

$$u_s T (1 - \varepsilon^{-T_0/T}) = u_p T_0, \text{ oder } \varepsilon^{-y} + \frac{y}{k} = 1, \quad (19)$$

$$\text{wo } y = \frac{T_0}{T} = y(k) \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \text{Die Ladung } Q &= \int_0^{T_0} i dt = \frac{u_s T}{L} \int_0^{T_0} (1 - \varepsilon^{-t/T}) dt - \frac{u_p}{L} \int_0^{T_0} t dt \\ &= \frac{u_s T}{L} \left\{ T_0 + T \left( \varepsilon^{-T_0/T} - 1 \right) \right\} - \frac{u_p}{L} \cdot \frac{T_0^2}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{u_s T^2}{L} \left\{ -1 + y + \varepsilon^{-y} - \frac{y^2}{2k} \right\} \\ &= \frac{u_s T^2}{L} \left\{ y - \frac{y}{k} - \frac{y^2}{2k} \right\} = \frac{u_s T^2 \cdot 10^3}{1,67 D_{\text{km}}} \left\{ y - \frac{y}{k} - \frac{y^2}{2k} \right\} \quad (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Die Energie } A &= \int_0^{T_0} u_p i dt = u_p \cdot Q = \frac{u_s u_p T^2}{L} \left\{ y - \frac{y}{k} - \frac{y^2}{2k} \right\} \\ A &= \frac{k}{L} \left( u_p \cdot T \right)^2 \cdot \left\{ y - \frac{y}{k} - \frac{y^2}{2k} \right\} \\ &= \frac{(u_s T)^2}{kL} \left\{ y - \frac{y}{k} - \frac{y^2}{2k} \right\} \quad (22) \end{aligned}$$

Besonders interessiert praktisch noch die Erhöhung der Stossenergie des Ableiters gegenüber dem Fall der reinen Wellenbeanspruchung  $A_w$  ohne Aufschaukeln des Stroms. Wir bilden somit das Verhältnis

$$\begin{aligned} \frac{A}{A_w} &= \frac{u_s u_p T^2}{L} \left\{ y - \frac{y}{k} - \frac{y^2}{2k} \right\} : u_p \frac{2 u_s - u_p}{Z} \cdot T \\ &= \frac{T Z}{L} \frac{k}{2k-1} \left\{ y - \frac{y}{k} - \frac{y^2}{2k} \right\} \end{aligned}$$

oder speziell für  $Z = 500 \Omega$  und mit Gl. (15')  $L = 1,67 \cdot 10^{-3} \cdot D_{\text{km}}$ :

$$\begin{aligned} \frac{A}{A_w} &= \frac{T}{D_{\text{km}}} \frac{500 \cdot 10^3}{1,67} \left\{ y - \frac{y}{k} - \frac{y^2}{2k} \right\} \cdot \frac{k}{2k-1} \\ &= f(k) \cdot \frac{T}{D_{\text{km}}} \quad (23) \end{aligned}$$

Damit ist die Erhöhung der Beanspruchung infolge naher Blitzeinschläge gegenüber dem Fall entfernter Blitzeinschläge festgelegt. Es bleibt noch nachzuprüfen, in welchen Fällen die speziellen Voraussetzungen 1 und 2 erfüllt sind, d. h. wie gross der aufgeschaukelte Ableiterstrom im Vergleich zum Blitzstrom in der Masterdung  $i_{se}$  wird.

Nach Gl. (14) ist

$$\frac{i_s}{u_s} = \frac{T}{L} \left\{ 1 - \frac{1}{k} \left( 1 + \ln k \right) \right\}$$

mit  $u_s = i_{se} R_e$  entsteht somit

$$\frac{i_s}{i_{se}} = \frac{R_e T}{L} \left\{ 1 - \frac{1}{k} \left( 1 + \ln k \right) \right\}$$

oder mit Benützung von Gleichung (14')

$$\frac{i_s}{i_{se}} = \frac{R_e T}{D_{\text{km}}} \cdot \frac{10^3}{1,67} \left\{ 1 - \frac{1}{k} \left( 1 + \ln k \right) \right\} \quad (24)$$

Die spezielle Voraussetzung 1 verlangt, dass

$$\frac{i_s}{i_{se}} \ll 1$$

sein soll.

In Tabelle II sind die wichtigsten Grössen nach den Gl. (12) bis (24) für einige Werte von  $k$  weiter ausgewertet. Insbesondere sind für den kurzdauernden Blitzschlag mit  $T_b = \text{ca. } 25 \mu\text{s}$  Halbwertdauer ( $T = 35 \mu\text{s}$ ) in 1 km Abstand, und für den langdauernden Blitzschlag mit  $T_b = \text{ca. } 50 \mu\text{s}$  Halbwertdauer ( $T = 70 \mu\text{s}$ ) in nur 0,5 km Entfernung die Werte der Stossenergie  $A$  im Ableiter zahlenmässig dargestellt.

Tabelle II.

| $k$ | $T_m: T$<br>Gleichg. (12) | $i_s$<br>Gleichg. (14)           | $i_s: i_w$<br>Gleichg. (16)                   | $G(k)$<br>Gleichg. (17) | $\frac{T_h}{T} = \frac{t_{hr} - t_{ht}}{T}$ | $\frac{T_h}{T_b}$ | $y = \frac{T_0}{T}$<br>Gleichg. (19) | $Q$ [Gleichg. (21)]<br>Coulomb                              |
|-----|---------------------------|----------------------------------|-----------------------------------------------|-------------------------|---------------------------------------------|-------------------|--------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| 2   | 0,695                     | $96 \frac{u_s T}{D_{\text{km}}}$ | $0,031 \frac{T_{\mu\text{s}}}{D_{\text{km}}}$ | 0,925                   | 1,12                                        | 1,60              | 1,60                                 | $0,16 \frac{u_s T^2}{L} = 96 \frac{u_s T^2}{D_{\text{km}}}$ |
| 3   | 1,10                      | 180 "                            | 0,034 "                                       | 0,85                    | 1,96                                        | 2,81              | 2,82                                 | $0,55 \text{ " } = 330 \text{ "}$                           |
| 5   | 1,60                      | 288 "                            | 0,080 "                                       | 0,76                    | 3,29                                        | 4,73              | 4,95                                 | $1,51 \text{ " } = 900 \text{ "}$                           |
| 10  | 2,30                      | 400 "                            | 0,106 "                                       | 0,665                   | 6,12                                        | 8,8               | 9,99                                 | $3,99 \text{ " } = 2380 \text{ "}$                          |

| $k$ | $A$<br>Gleichung (22)<br>Ws                                                | $A: A_w$<br>Gleichung (23)                    | $A: A_w$<br>$T = 35 \mu\text{s}$<br>$D = 1 \text{ km}$ | $A: A_w$<br>$T = 70 \mu\text{s}$<br>$D = 0,5 \text{ km}$ | $i_s: i_{se}$<br>Gleichung (24)  | $i_s: i_{se} \times 100 \%$<br>$T = 35 \mu\text{s}$<br>$D = 1 \text{ km}$ | $i_s: i_{se} \times 100 \%$<br>$T = 70 \mu\text{s}$<br>$D = 0,5 \text{ km}$ |
|-----|----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|--------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| 2   | $48 \frac{(u_s T)^2}{D_{\text{km}}} = 192 \frac{(u_p T)^2}{D_{\text{km}}}$ | $0,032 \frac{T_{\mu\text{s}}}{D_{\text{km}}}$ | 1,12                                                   | 4,5                                                      | $96 \frac{R_e T}{D_{\text{km}}}$ | $0,33 \cdot R_e \%$                                                       | $1,35 \cdot R_e \%$                                                         |
| 3   | 110 " = 990 "                                                              | 0,099 "                                       | 3,5                                                    | 14                                                       | 180 "                            | $0,63 \cdot R_e \%$                                                       | $2,5 \cdot R_e \%$                                                          |
| 5   | 180 " = 4 500 "                                                            | 0,25 "                                        | 8,7                                                    | 35                                                       | 288 "                            | $1,01 \cdot R_e \%$                                                       | $4 \cdot R_e \%$                                                            |
| 10  | 238 " = 23 800 "                                                           | 0,625 "                                       | 22                                                     | 87,5                                                     | 400 "                            | $1,4 \cdot R_e \%$                                                        | $5,6 \cdot R_e \%$                                                          |

Aus den letzten Kolonnen der Tabelle II ergeben sich schliesslich die Kontrollwerte  $i_s : i_{se}$ , die für eine praktische Rechnung kleiner als ca. 10% bleiben sollen. Daraus folgen die grössten zulässigen Erdungswiderstände  $R_e$ . Für die künstlichen Erdungen darf wohl mit Werten  $R_e$  von 5...10 Ohm gerechnet werden. In diesen Fällen gibt die Rechnung die wirklichen Verhältnisse gut wieder. Wo Blitzströme an Holzstangenleitungen ohne künstliche Erdung abfliessen müssen, mag aber  $R_e$  oft Werte von 500 Ohm erreichen. Damit sind bereits bei 40 kA Blitzstrom Erdungsspannungen von zwei Millionen Volt verbunden, so dass insbesondere bei kleinen Ableitern  $k = \frac{i_{sb} R_e}{u_p}$  gross wird und der Ableiterstrom mehr als  $\frac{1}{4}$  des Blitzstroms erreichen kann. In diesem Falle gibt die Rechnung ein viel zu schlimmes Bild, weil jetzt der Ableiter die vom Blitz betroffene Masterdung bereits spürbar entlastet.

Für den Fall langdauernder und naher Blitzeinschläge, insbesondere mit schlechter Erdung  $R_e$  bei der Einschlagstelle ( $R_e > 10 \Omega$ ) ist somit eine genauere Rechnung erforderlich. Sie wird unter D<sub>2</sub> gegeben.

## D 2. Genaue quasistationäre Berechnung des Ableiterstroms infolge naher Blitzeinschläge in die Freileitung.

Die speziellen Voraussetzungen unter D<sub>1</sub> werden hier fallen gelassen; lediglich die allgemeinen Voraussetzungen unter B bleiben bestehen.

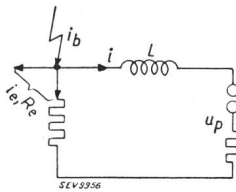


Fig. 7.

Ersatzschema zu Fig. 1 für die quasistationäre Betrachtung, wie Fig. 6, aber für beliebig nahen Blitzeinschlag.

$i$  Ableiterstrom,  $i_e$  Strom zur Erdung  $R_e$  und in die abgewendete Leitungsseite.  
 $i_b$  Blitzstrom.

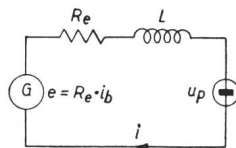


Fig. 8.

Ersatzschema zu Fig. 7.

$G$  Ersatzspannungsquelle mit der EMK  $e$ .

Das Schema ist zunächst dasjenige nach Fig. 7, das, wie gezeigt wird, durch Fig. 8 ersetzt werden kann. Gemäss Fig. 7 ist:

$$\begin{aligned} i_b &= i_e + i = f(t) \\ i_e R_e &= L \frac{di}{dt} + u_p = (f(t) - i) R_e \\ L \frac{di}{dt} + R_e \cdot i &= R_e f(t) - u_p \end{aligned} \quad (25)$$

Für  $i$  gilt somit das Ersatzschema nach Fig. 8, mit der Spannung  $u_e = R_e \cdot f(t)$ , die dem Spannungsabfall des gesamten Blitzstroms in der Erdung  $R_e$  entspricht, als EMK. Der Rechnungsgang ist komplizierter, aber durchaus analog demjenigen unter D<sub>1</sub>. Er soll deshalb hier nicht explizit angeführt werden, sondern lediglich dessen Resultate. Zu diesem Zweck sind in der Tabelle III, mit Erläuterungsfigur 9,

## Formelzeichen für Tabelle IV

Tabelle III.

| 1. Leitungskonstanten                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $R, R_e$                                                                                           | Ohmscher Widerstand allgemein, Erdungswiderstand.                                                                                                                                                                                                                     |
| $L, C$                                                                                             | Induktivität und Kapazität der ganzen Leitung.                                                                                                                                                                                                                        |
| $l, c$                                                                                             | Induktivität und Kapazität pro Längeneinheit.                                                                                                                                                                                                                         |
| $Z$                                                                                                | Wellenwiderstand.                                                                                                                                                                                                                                                     |
| $D$                                                                                                | Distanz des Blitzeinschlages vom Ableiter.                                                                                                                                                                                                                            |
| $\beta = \frac{R_e}{L}$                                                                            | rez. Zeitkonstante der Leitung mit der Erdung.                                                                                                                                                                                                                        |
| $\gamma = \frac{\beta}{\alpha}$                                                                    | rez. relative Zeitkonstante der Leitung mit der Erdung.                                                                                                                                                                                                               |
| 2. Blitzstrom- und Wellenkonstanten                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| $v$                                                                                                | Wellengeschwindigkeit.                                                                                                                                                                                                                                                |
| $T = \frac{1}{\alpha}$                                                                             | Zeitkonstante des Blitzstromes.                                                                                                                                                                                                                                       |
| $T_b$                                                                                              | Halbwertdauer des Blitzstromes, $T_b = T \cdot \ln 2 = 0,693 T$ .                                                                                                                                                                                                     |
| $T_L; \tau_L = \frac{T_L}{T}$                                                                      | Wellenlaufzeit und relative Wellenlaufzeit.                                                                                                                                                                                                                           |
| 3. Ströme und Spannungen                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| $u, u_s$                                                                                           | Momentan- und Scheitelwert der Spannung allgemein.                                                                                                                                                                                                                    |
| $i, i_s$                                                                                           | Momentan- und Scheitelwert des Stromes allgemein.                                                                                                                                                                                                                     |
| $u_b, u_e, u_p, u_w$<br>$i_b, i_e, i_p, i_w$                                                       | Momentanwerte der Spannung und des Stromes: des Blitzes, des Erdungswiderstandes, des Ableiters und der reinen, nicht aufgeschaukelten Welle.                                                                                                                         |
| $u_{sb}, u_{se}, u_p, u_{sw}$<br>$i_{sb}, i_{se}, i_s, i_{sw}$<br>$i_{sp1}, i_{sp2} \dots i_{spn}$ | Scheitelwerte wie oben.<br>Scheitelwerte des Stromes der einzelnen Wellenzüge im Ableiter (Fig. 9).<br>Maximaler Scheitelwert des Stromes der einzelnen Wellenzüge im Ableiter oder Scheitelwert der Ableiterstromkurve bei der quasistationären Berechnung (Fig. 9). |
| $i_{spn}$                                                                                          | Scheitelwerte des Stromes der einzelnen vor- und rücklaufenden Wellen.                                                                                                                                                                                                |
| $u_{v1} \dots u_{vn}; u_{r1} \dots u_{rn}$<br>$i_{v1} \dots i_{vn}; i_{r1} \dots i_{rn}$           | Scheitelwerte der Spannung und des Stromes der einzelnen vor- und rücklaufenden Wellen.                                                                                                                                                                               |
| $u_{sv1} \dots u_{svn}; u_{sr1} \dots u_{srn}$<br>$i_{sv1} \dots i_{svn}; i_{sr1} \dots i_{srn}$   | Scheitelwerte der Spannung und des Stromes der einzelnen vor- und rücklaufenden Wellen.                                                                                                                                                                               |
| $u_s = u_{sv1}$                                                                                    | Scheitelwert der Spannung des ersten Wellenzuges.                                                                                                                                                                                                                     |
| $k = \frac{u_s}{u_p}$                                                                              | Verhältnis des Scheitelwerts des Spannungsabfalls des Blitzstroms in der Erdung zur Restspannung des Ableiters.                                                                                                                                                       |
| $Q, Q_p, Q_w, Q_b$                                                                                 | Ladung allgemein, Ladung des Ableiters, bewegte Ladung der reinen, nicht aufgeschaukelten Welle, Ladung des Blitzes.                                                                                                                                                  |
| $A, A_p, A_w, A_b$                                                                                 | Arbeit allgemein, umgesetzte Arbeit im Ableiter, im Ableiter umgesetzte Energie infolge der reinen, nicht aufgeschaukelten Welle, infolge Durchgangs des vollen Blitzstromes.                                                                                         |
| $t; \tau = \frac{t}{T}$                                                                            | Zeit und relative Zeit, allgemein.                                                                                                                                                                                                                                    |
| $t_{hf}, t_{hr}, \tau_{hf}, \tau_{hr}$                                                             | Front-(Stirn-) und Rückenhalbwertzeit, absolut und relativ                                                                                                                                                                                                            |
| $T_h, \tau_h$                                                                                      | Halbwertdauer des Ableiterstromes, absolut und relativ                                                                                                                                                                                                                |
| $T_0, \tau_0$                                                                                      | Gesamtdauer des Ableiterstromes, absolut und relativ                                                                                                                                                                                                                  |

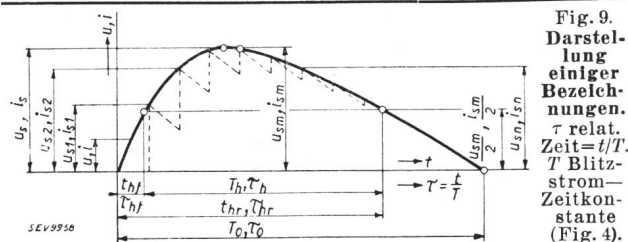


Fig. 9. Darstellung einiger Bezeichnungen.  
 $\tau$  relat. Zeit =  $t/T$ .  
 $T$  Blitzstrom-Zeitkonstante (Fig. 4).

zunächst alle, z. T. bereits benutzten Formelzeichen und Abkürzungen zusammengestellt, und in Tabelle IV alle sich ergebenden Formeln zur Berechnung der Ableiterbeanspruchung.

Alle Ströme, Ladungen usw. ergeben sich zunächst als Funktionen der Parameter  $\alpha = 1/T$ ,  $\beta = R_e/L$  und  $k = i_{sb} R_e/u_p$  (1., 3. und 5. Formelkolonne), d. h. als abhängig von Blitzstromdauer, Leitungs- und Erdungsdaten, und Ableiterdaten.

Nomogramm entwickeln lässt, nicht aber mit 3 Parametern ( $k$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ), was noch gezeigt werden wird (Fig. 18).

Das Vorgehen zur Bestimmung einer Ableiter-spannung bei beliebiger Blitzstromdauer (bzw. Zeitkonstante  $T$ ), beliebigem Abstand  $D$  des Einschlags vom Ableiter, beliebigem Masterdung  $R_e$  und beliebigem Ableiter bzw. Verhältnis des grössten Spannungsabfalls an der Blitzeinschlagstelle zur

Genaue quasistationäre Berechnung. Formelzusammenstellung mit verschiedenen Parametern

Tabelle IV.

| Grösse             | Allgemeiner Fall                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $\beta = \infty$ ( $D = 0$ )             |                                                         | $\beta = \alpha$                                                                                                                 |                                                                                                                                           |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                    | Parameter: $\alpha, \beta, k, t$                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Parameter: $\gamma, k, \tau$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Parameter: $\alpha, \beta, k, t$         | Parameter: $\gamma, k, \tau$                            | Parameter: $\alpha, \beta, k, t$                                                                                                 | Parameter: $\gamma, k, \tau$                                                                                                              |
|                    | (1)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | (2)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | (3)                                      | (4)                                                     | (5)                                                                                                                              | (6)                                                                                                                                       |
| $i/i_{sb}$         | $= \frac{\beta}{\alpha - \beta} \left[ \frac{\alpha}{\beta} \left( 1 - e^{-\beta t} \right) - \frac{1}{k} \left( 1 - e^{-\alpha t} \right) \right]$                                                                                                                                                                                      | $= \frac{\gamma}{1 - \gamma} \left[ \frac{\gamma}{\beta} \left( 1 - e^{-\beta \tau} \right) - \frac{1}{k} \left( 1 - e^{-\gamma \tau} \right) \right] = f(\gamma, k, \tau)$                                                                                                                                                                       | $= e^{-\alpha t} - \frac{1}{k}$          | $= e^{-\gamma \tau} - \frac{1}{k} = \varphi(\gamma, k)$ | $= e^{-\alpha t} \left( \alpha t + \frac{1}{k} \right) - \frac{1}{k}$                                                            | $= e^{-\gamma \tau} \left( \gamma \tau + \frac{1}{k} \right) - \frac{1}{k}$                                                               |
| $t_m$<br>$\tau_m$  | $t_m = \frac{1}{\alpha - \beta} \ln \frac{k\alpha}{\alpha + \beta(k-1)} = \frac{1}{\alpha - \beta} \ln f$                                                                                                                                                                                                                                | $\tau_m = \frac{1}{1 - \gamma} \ln \frac{k}{1 + \gamma(k-1)} = \frac{1}{1 - \gamma} \ln f$                                                                                                                                                                                                                                                        | $t_m = 0$                                | $\tau_m = 0$                                            | $t_m = \tau \frac{k-1}{k}$                                                                                                       | $\tau_m = \frac{k-1}{k} \tau$                                                                                                             |
| $i_s/i_{sb}$       | $= \frac{\beta}{\alpha - \beta} \left[ \frac{\alpha}{\beta} \left( 1 - e^{-\beta t} \right) - \frac{1}{k} \left( 1 - e^{-\alpha t} \right) \right] = \Phi_1(\alpha, \beta, k)$                                                                                                                                                           | $= \frac{\gamma}{1 - \gamma} \left[ \frac{\gamma}{\beta} \left( 1 - e^{-\beta \tau} \right) - \frac{1}{k} \left( 1 - e^{-\gamma \tau} \right) \right] = F_1(\gamma, k)$                                                                                                                                                                           | $= \frac{k-1}{k}$                        | $= \frac{k-1}{k}$                                       | $= e^{-\alpha t} \frac{k-1}{k} - \frac{1}{k}$                                                                                    | $= e^{-\gamma \tau} \frac{k-1}{k} - \frac{1}{k}$                                                                                          |
| $t_h$<br>$\tau_h$  | $\frac{\beta}{\alpha - \beta} e^{-\alpha t_h} \frac{\alpha + \beta(k-1)}{k(\alpha - \beta)} \cdot e^{-\beta t_h} + \frac{1}{2} \Phi_1(\alpha, \beta, k) + \frac{1}{k} = 0$                                                                                                                                                               | $\frac{\gamma}{1 - \gamma} e^{-\gamma \tau_h} \frac{1 + \gamma(k-1)}{k(1 - \gamma)} \cdot e^{-\beta \tau_h} + \frac{1}{2} F_1(\gamma, k) + \frac{1}{k} = 0$                                                                                                                                                                                       | $t_h = T \ln \frac{2k}{k+1}$             | $\tau_h = \ln \frac{2k}{k+1}$                           | $\left[ k e^{\frac{k-1}{k} \alpha t_h} + 1 \right] e^{-\alpha t_h} - 2k\alpha t_h - 2 = 0$                                       | $\left[ k e^{\frac{k-1}{k} \gamma \tau_h} + 1 \right] e^{-\gamma \tau_h} - 2k\gamma \tau_h - 2 = 0$                                       |
| $T_0$<br>$\tau_0$  | $k\beta e^{-\alpha T_0} \left[ \alpha + \beta(k-1) \right] e^{-\beta T_0} + \alpha - \beta = 0$                                                                                                                                                                                                                                          | $k\gamma e^{-\gamma \tau_0} \left[ 1 + \gamma(k-1) \right] e^{-\beta \tau_0} + 1 - \gamma = 0$                                                                                                                                                                                                                                                    | $t_0 = T \ln k$                          | $\tau_0 = \ln k$                                        | $e^{\alpha T_0} k\alpha T_0 - 1 = 0$                                                                                             | $e^{\gamma \tau_0} k\gamma \tau_0 - 1 = 0$                                                                                                |
| $Q$                | $= i_{sb} T \frac{1}{\alpha - \beta} \left[ \frac{\alpha}{\beta} \left( 1 - e^{-\beta T_0} \right) - \beta \left( 1 - e^{-\alpha T_0} \right) \right] - i_{sb} T \frac{1}{k} \left[ \frac{\alpha}{\beta} \left( 1 - e^{-\beta T_0} \right) - \beta \left( 1 - e^{-\alpha T_0} \right) \right] = i_{sb} T \cdot \Phi_2(\alpha, \beta, k)$ | $= i_{sb} T \left[ \frac{\gamma}{1 - \gamma} \left[ \frac{\gamma}{\beta} \left( 1 - e^{-\beta \tau_0} \right) - \beta \left( 1 - e^{-\gamma \tau_0} \right) \right] - \frac{1}{k} \left[ \frac{\gamma}{\beta} \left( 1 - e^{-\beta \tau_0} \right) - \beta \left( 1 - e^{-\gamma \tau_0} \right) \right] \right] = i_{sb} T \cdot F_2(\gamma, k)$ | $= i_{sb} T \frac{k - \ln k - 1}{k}$     | $= i_{sb} T \frac{k - \ln k - 1}{k}$                    | $= i_{sb} T \left[ 1 + \frac{1}{k} - \frac{\alpha T_0}{k} - e^{-\alpha T_0} \left( 1 + \frac{1}{k} + \alpha T_0 \right) \right]$ | $= i_{sb} T \left[ 1 + \frac{1}{k} - \frac{\gamma \tau_0}{k} - e^{-\gamma \tau_0} \left( 1 + \frac{1}{k} + \gamma \tau_0 \right) \right]$ |
| $A$                | $= Q \cdot u_p = i_{sb} T \cdot \Phi_2(\alpha, \beta, k) \cdot u_p$                                                                                                                                                                                                                                                                      | $= Q \cdot u_p = i_{sb} T \cdot F_2(\gamma, k) \cdot u_p$                                                                                                                                                                                                                                                                                         | $= Q \cdot u_p$                          | $= Q \cdot u_p$                                         | $= Q \cdot u_p$                                                                                                                  | $= Q \cdot u_p$                                                                                                                           |
| $Q/Q_b$<br>$A/A_b$ | $= \frac{Q}{i_{sb} T} = \Phi_2(\alpha, \beta, k)$                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $= \frac{Q}{i_{sb} T} = F_2(\gamma, k)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | $= \frac{k - \ln k - 1}{k}$              | $= \frac{k - \ln k - 1}{k}$                             | $= 1 + \frac{1}{k} - \frac{\alpha T_0}{k} - e^{-\alpha T_0} \left( 1 + \frac{1}{k} + \alpha T_0 \right)$                         | $= 1 + \frac{1}{k} - \frac{\gamma \tau_0}{k} - e^{-\gamma \tau_0} \left( 1 + \frac{1}{k} + \gamma \tau_0 \right)$                         |
| $i_s/i_{sw}$       | $= \frac{\Phi_1(\alpha, \beta, k)}{2 - 1/k} \cdot \frac{Z}{R_e}$                                                                                                                                                                                                                                                                         | $= \frac{F_1(\gamma, k)}{2 - 1/k} \cdot \frac{Z}{R_e}$                                                                                                                                                                                                                                                                                            | $= \frac{k-1}{2k-1} \cdot \frac{Z}{R_e}$ | $= \frac{k-1}{2k-1} \cdot \frac{Z}{R_e}$                | $= \frac{k e^{\frac{k-1}{k} \alpha T_0} - 1}{2k-1} \cdot \frac{Z}{R_e}$                                                          | $= \frac{k e^{\frac{k-1}{k} \gamma \tau_0} - 1}{2k-1} \cdot \frac{Z}{R_e}$                                                                |

SEV 9857

Die weitere Verarbeitung der Resultate ergab die Möglichkeit, durch Einführung einer relativen Zeit  $\tau = t/T$  die Zahl der Parameter von 3 auf 2 zu reduzieren, indem dann  $\alpha$  und  $\beta$  nur noch als Quotient  $\gamma = \beta/\alpha$  auftreten. So ergeben sich die 2., 4. und 6. Formelkolonne mit den Parametern  $k$  und  $\gamma$  und dem Argument  $\tau$ . In der Tabelle IV sind ferner noch 2 besondere Fälle erwähnt: Zunächst der Fall des direkten Einschlags in den Ableiter (Leitungslänge  $D = 0$ , d. h.  $\gamma = \beta = \infty$ ), und sodann der rechnerische zunächst unbestimmte Fall  $\alpha = \beta$ .

Die numerische Auswertung der in Tabelle IV enthaltenen Gleichungen liefert dann die Kurven-darstellungen Fig. 11...16 für die wichtigsten Grös-sen. Und zwar lassen sich entsprechend den ungeraden und geraden Formelkolonnen Kurven mit  $\beta$  oder  $\gamma$  als Abszisse und  $k$  als Parameter zeichnen. Die Kurven über  $\beta$  gelten jeweils nur für eine bestimmte Blitzstromdauer  $T = 1/\alpha$ , siehe Kurven Fig. 11...13, die für  $T = 35 \mu s$  gezeichnet sind. Die Kurven über  $\gamma$  (Fig. 14...16) dagegen gelten ganz allgemein, wie Tabelle IV zeigt. Dies ist von grosser Bedeutung, da sich mit 2 Parametern ( $k$  und  $\gamma$ ) ein ebenes

Ableiterrestspannung  $k = i_{sb} R_e/u_p$  ist somit das fol-gende:

Im Nomogramm Fig. 10 geht man vom bekann-ten Erdungswiderstand  $R_e$  (Ordinate) horizontal zur bekannten Einschlagentfernung  $D$  und liest un-ten den Wert  $\beta$  (Abszisse) ab, bzw. geht damit vertikal abwärts in die untere Geradenschar zur be-kannten Blitzstromdauer und von dort horizontal nach links zum Wert  $\gamma$  (Ordinate). Der Gang ist an Hand eines Beispiels mit  $R_e = 20 \text{ Ohm}$ ,  $D = 500 \text{ m}$ ,  $T = 70 \mu s$  strichliert angegeben. Ueber die- sem Wert  $\gamma$ , der natürlich auch gemäss seiner De- finition gerechnet werden könnte, folgen dann aus den Tabellen oder Kurven Fig. 14...16 alle inter-essierenden Beanspruchungen des Ableiters, wie Stromscheitelwert  $i_s/i_{sb}$ , Halbwertdauer  $\tau_h = T_h/T$ , Gesamtdauer  $\tau_0 = T_0/T$ , Ladung  $Q/Q_b$  und Energie  $A/A_b$ , wobei der Index  $b$  stets auf den Blitz Bezug hat, womit ein Vergleich mit den Blitzstromdaten sofort gegeben ist.

Als Beispiel der Stromform  $i/i_{sb}$  im Ableiter sind in Fig. 17 einige gerechnete Fälle dargestellt (For- mel Zeile 1 der Tabelle IV). Für Ableiter mit relativ kleiner Restspannung gelten z. B. die 4

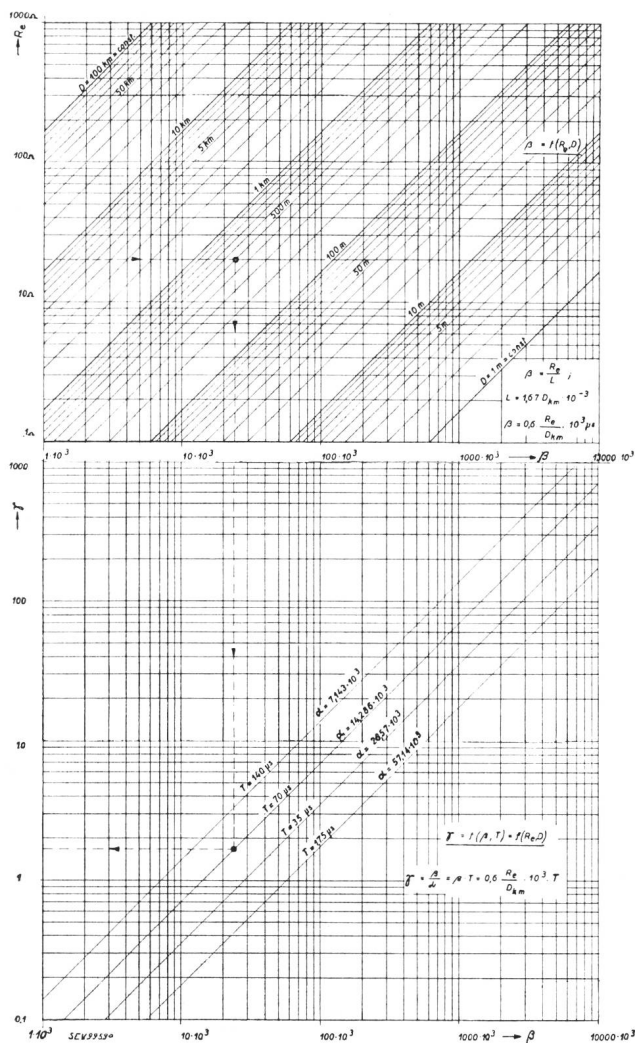


Fig. 10.

## Nomogramm

zur Entnahme der Werte  $\beta$  und  $\gamma$  aus den gegebenen Werten des Erdungswiderstands  $R_e$  beim Blitzeinschlag (in  $\Omega$ ), der Entfernung  $D$  zwischen Blitzeinschlag und Ableiter (in km) und der Blitzstromzeitkonstanten  $T$  (in  $\mu s$ ).

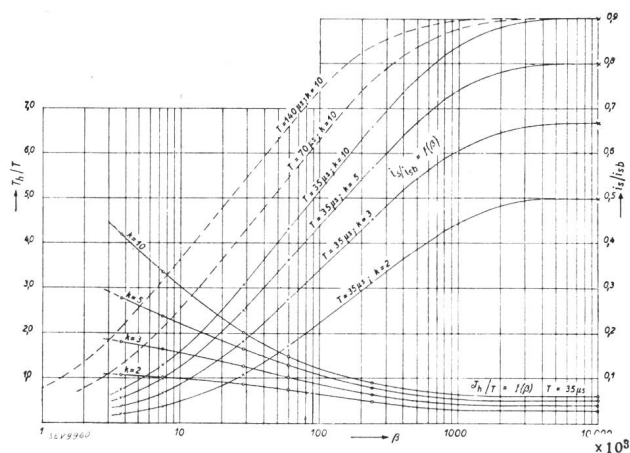


Fig. 11.

## Kurvendarstellungen

a) des relativen Ableiterstrom-Maximums  $i_s/i_{sb}$   
 b) der relativen Ableiterstrom-Halbwertdauer  $T_h/T$ .  
 Beide Werte sind als Funktion von  $\beta = R_e/L$  aufgetragen, für einige Werte von  $k = u_s/u_p$  bei  $T = 35 \mu s$  mit einer Ergänzung für  $T = 70$  und  $140 \mu s$  bei  $k = 10$ .

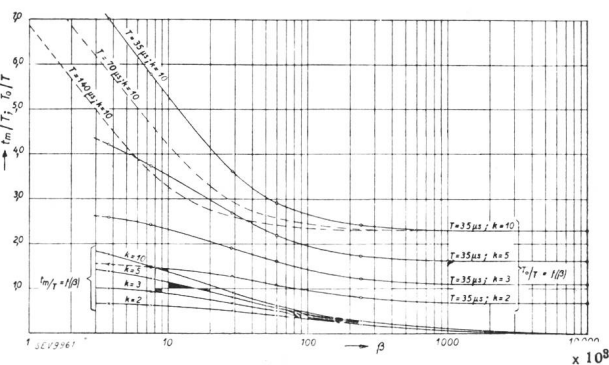


Fig. 12.

## Kurvendarstellungen

a) des relativen Zeitpunktes des Ableiterstrommaximums  $t_m/T$   
 b) der relativen Gesamtdauer des Ableiterstromes  $T_0/T$ .  
 Beide Werte sind als Funktion von  $\beta = R_e/L$  aufgetragen für einige Werte von  $k = u_s/u_p$  bei  $T = 35 \mu s$ , mit einer Ergänzung für  $T = 70$  und  $140 \mu s$  bei  $k = 10$ .

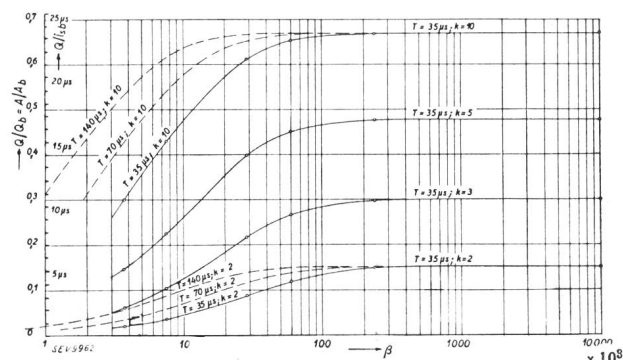


Fig. 13.

## Kurvendarstellungen

a) der relativen Ableiterladung  $Q/Q_b$  und der relativen Ableiterenergie  $A/A_b$   
 b) der Dauer  $Q/i_{sb}$  eines exponentiell abfallenden Stromes mit Blitzstromscheitelwert  $i_{sb}$ , in der dieser die wahre Ableiterladung  $Q$  liefern würde.  
 Beide Werte sind als Funktion von  $\beta = R_e/L$  aufgetragen für  $T = 35, 70$  und  $140 \mu s$  bei  $k = 2$  und  $k = 10$ .

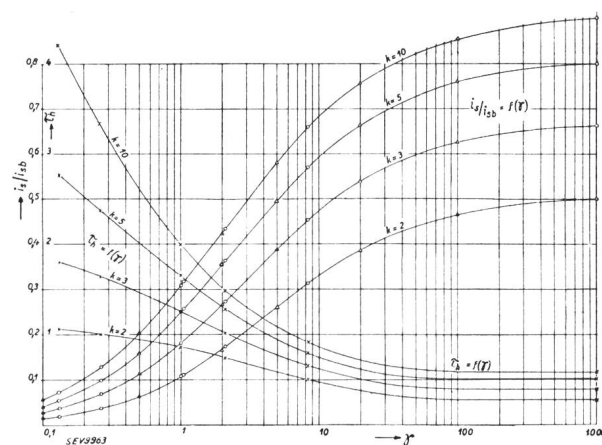


Fig. 14.

## Kurvendarstellungen

a) des relativen Ableiterstrommaximums  $i_s/i_{sb}$   
 b) der relativen Ableiterstrom-Halbwertdauer  $T_h/T$ .  
 Beide Werte sind als Funktion von  $\gamma = \beta \cdot T$  für 4 Werte von  $k = u_s/u_p$  aufgetragen.  
 o berechnete Werte.  
 Δ aus Fig. 18 abgelesene Werte.

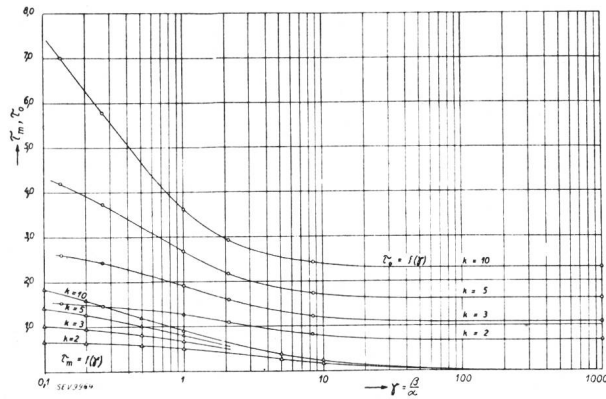


Fig. 15.

## Kurvendarstellungen

- a) des relativen Zeitpunkts des Ableiterstrommaximums  $\tau_m$ .  
 b) der relativen Gesamtdauer des Ableiterstroms  $\tau_0$ .  
 Beide Werte sind als Funktion von  $\gamma = \beta T$  für 4 Werte von  $k = u_s/u_p$  aufgetragen.

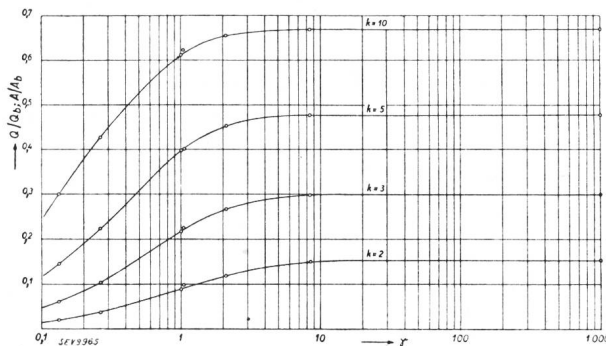


Fig. 16.

## Kurvendarstellungen

- der relativen Ableiterladung  $Q/Q_b$  oder der relativen Ableiterenergie  $A/A_b$ .  
 Beide Werte sind als Funktion von  $\gamma = \beta T$  für 4 Werte von  $k = u_s/u_p$  aufgetragen.

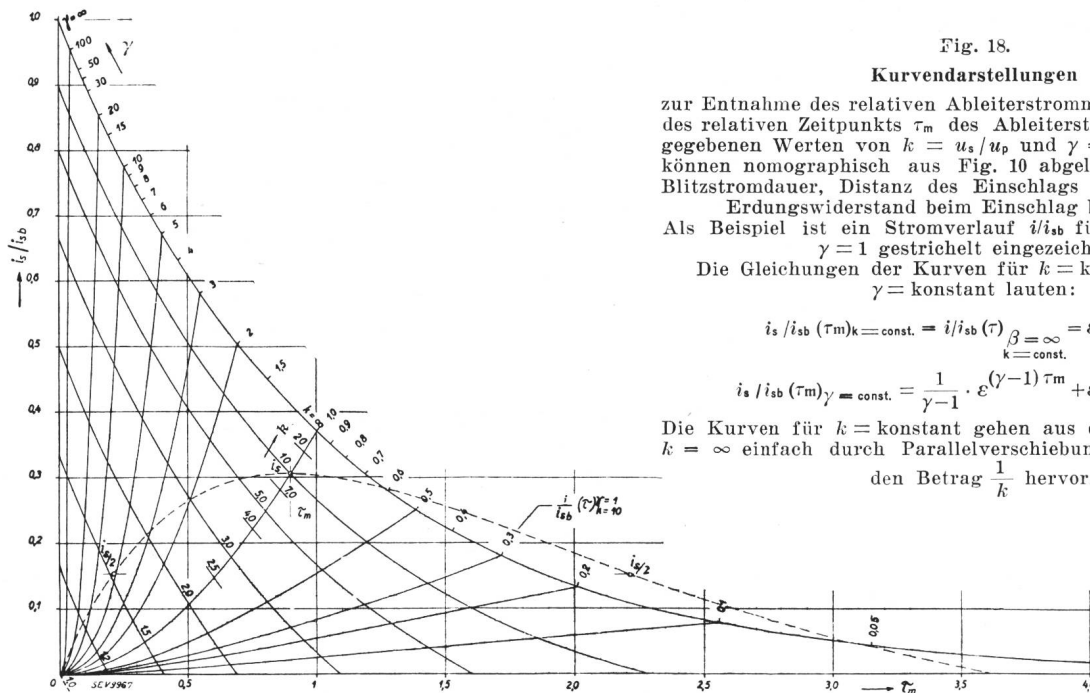


Fig. 18.

## Kurvendarstellungen

zur Entnahme des relativen Ableiterstrommaximums  $i_s/i_{sb}$  und des relativen Zeitpunkts  $\tau_m$  des Ableiterstrommaximums, aus gegebenen Werten von  $k = u_s/u_p$  und  $\gamma = \beta T$ . Die Werte  $\gamma$  können nomographisch aus Fig. 10 abgelesen werden, wenn Blitzstromdauer, Distanz des Einschlags vom Ableiter und Erdungswiderstand beim Einschlag bekannt sind.

Als Beispiel ist ein Stromverlauf  $i/i_{sb}$  für den Fall  $k = 10$ ,  $\gamma = 1$  gestrichelt eingezeichnet.

Die Gleichungen der Kurven für  $k = \text{konstant}$  und für  $\gamma = \text{konstant}$  lauten:

$$i_s/i_{sb}(\tau_m)_{k=\text{const.}} = i_s/i_{sb}(\tau)_{\beta=\infty} = e^{-\tau} - \frac{1}{k}$$

$$i_s/i_{sb}(\tau_m)_{\gamma=\text{const.}} = \frac{1}{\gamma-1} \cdot e^{(\gamma-1)\tau_m} + e^{-\tau_m} - \frac{\gamma}{\gamma-1}$$

Die Kurven für  $k = \text{konstant}$  gehen aus der obersten Kurve  $k = \infty$  einfach durch Parallelverschiebung nach unten um den Betrag  $\frac{1}{k}$  hervor.

Kurven mit  $k = 10$ , wobei  $\beta = 3,75; 30; 240$  und  $\infty$  gewählt wurde. Der Stromverlauf wird mit höherem  $\beta$ , d. h. mit kleinerem Abstand des Einschlags immer spitziger und damit dem Blitzstromverlauf ähnlicher. Bemerkenswert ist nun, dass die Scheitelwerte  $i_s/i_{sb}$  aller bei verschiedenen  $\beta$  erhaltenen Stromkurven  $i/i_{sb}$  auf einer bestimmten Kurve liegen, die sich als Zusammenhang  $i_s/i_{sb}$  und  $\tau_m$  bzw.  $t_m$  berechnen lässt. Sie gilt für einen festen Wert von  $k$  ( $k = 10$ ).

Für einen zweiten Wert von  $k$ , z. B.  $k = 2$ , sind ebenfalls 4 Stromkurven  $i/i_{sb}$  gezeichnet mit ver-

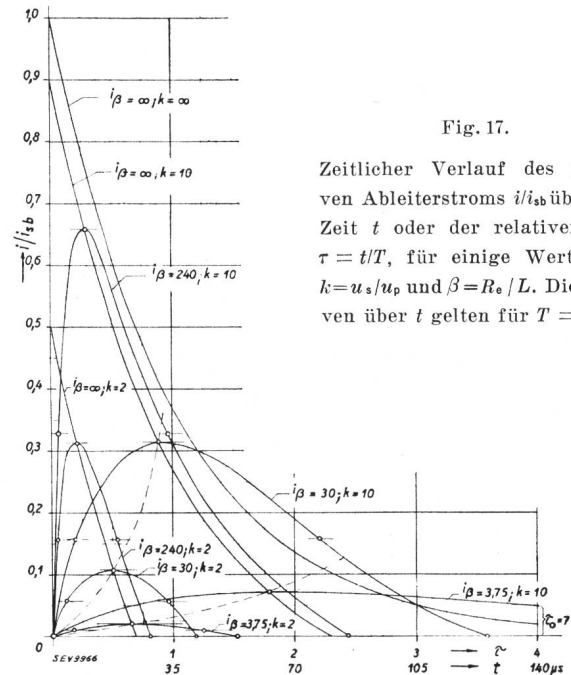


Fig. 17.

Zeitlicher Verlauf des relativen Ableiterstroms  $i/i_{sb}$  über der Zeit  $t$  oder der relativen Zeit  $\tau = t/T$ , für einige Werte von  $k = u_s/u_p$  und  $\beta = R_o/L$ . Die Kurven über  $t$  gelten für  $T = 35 \mu s$

schiedenen Werten  $\beta$ , nämlich  $\beta = 3,75; 30; 240$  und  $\infty$ . Auch die Scheitelwerte  $i_s/i_{sb}$  dieser 4 Stromkurven  $i/i_{sb}$  liegen auf einer Kurve, die sich darstellt als Zusammenhang  $i_s/i_{sb} = f(\tau_m \text{ bzw. } t_m)$ , wobei  $k = 2$  und  $\beta$  variabel ist.

Auf einem weitem Kurvenblatt (Fig. 18) sind nun alle solchen Kurven  $i_s/i_{sb}$  über  $\tau_m$  (d. h. die Verbindungskurven der Maxima in Fig. 17) für die verschiedensten festen  $k$ -Werte dargestellt. Dabei variiert längs jeder Kurve ausschliesslich  $\gamma = \beta/\alpha$ . Jeder Kurvenpunkt gibt zu bekannten  $k$ - und  $\gamma$ -Werten den Zeitpunkt ( $\tau_m$ ) und das Ableiterstrommaximum ( $i_s/i_{sb}$ ) an. Nun lässt sich natürlich auch  $\gamma$  festhalten und  $k$  variieren. So definieren wir eine weitere Kurvenschar, die ebenfalls den Scheitelwert  $i_s/i_{sb}$  des Ableiterstroms und den zugehörigen Zeitpunkt  $\tau_m$  erkennen lässt, nur ist jetzt längs einer solchen Kurve  $\gamma$  konstant und  $k$  variiert. Dies sind die vom Nullpunkt aus ansteigenden Kurven. Beide Scharen ( $\gamma = \text{konst.}, k = \text{variabel}$  und  $k = \text{konst.}, \gamma = \text{variabel}$ ) bilden ein schiefwinkliges, krummliniges Koordinatennetz, aus dem nun rückwärts die rechtwinkligen Koordinaten  $i_s/i_{sb}$  und  $\tau_m$  abgelesen werden können. Fig. 18 bildet somit eine Art Nomogramm für  $i_s/i_{sb}$  und  $\tau_m$ , das sofort für gegebene Blitz- und Leitungsdaten ( $\gamma = \beta/\alpha = \frac{R_e}{L} \cdot T$ ), so-

wie Ableiterdaten ( $k = \frac{i_{sb} R_e}{u_p}$ ) die Beanspruchung des Ableiters abzulesen gestattet. Wie  $\gamma$  mit bekannten Leitungs- und Blitzdaten ohne Rechnung aus Fig. 10 abgelesen werden kann, wurde bereits gesagt.

Damit ist die quasistationäre Aufgabe restlos gelöst. Zwei Beispiele mögen dies erläutern:

a) Gegeben sei:

Der resultierende, bei Stoss wirksame Erdungswiderstand  $R_e = 20 \text{ Ohm}$ , die Distanz des Blitzeinschlages vom Ableiter  $D = 500 \text{ m}$ , die Zeitkonstante des Blitzstroms  $T = 70 \text{ } \mu\text{s}$  (seine Halbwertszeit  $T_h = 50 \text{ } \mu\text{s}$ ).

Dann ergibt sich aus Fig. 10 (oder durch Rechnung)  $\gamma = 1,68$ . Ferner sei die Ableiterrestspannung  $u_p = 50 \text{ kV}$ , der Blitzstrom-Scheitelwert  $i_{sb} = 25\,000 \text{ A}$ .

$$\text{Dann ergibt sich } k = \frac{i_{sb} R_e}{u_p} = \frac{500}{50} = 10.$$

Mit den Werten von  $k = 10$  und  $\gamma = 1,68$  ergibt sich aus Fig. 18 sofort ein relativer Ableiterstrom-Scheitelwert von  $i_s/i_{sb} = 0,39$  und ein relatives Zeitmoment des Strommaximums  $\tau_m = 0,71$ .

Die absoluten Werte sind somit

$$i_s = 0,39 \cdot 25\,000 = 9750 \text{ A}, \\ \tau_m = 0,71 \cdot 70 = 50 \text{ } \mu\text{s}.$$

Ferner ist aus Fig. 14:

$$\text{somit } T_h = \tau_h \cdot T = 113 \text{ } \mu\text{s}.$$

b) Die Blitz- und Leitungsdaten seien dieselben, dagegen habe der Ableiter eine Restspannung von 167 kV (Ableiter für 45 kV Nennspannung statt eines solchen von 10 kV Nennspannung), somit  $k = \frac{500}{167} = 3$ .

Mit  $\gamma = 1,68$  und  $k = 3$  ergeben Fig. 18 und 14:

$$\left. \begin{array}{l} i_s/i_{sb} = 0,24 \\ \tau_m = 0,565 \\ \tau_h = 1,09 \end{array} \right\} \text{ somit } \left\{ \begin{array}{l} i_s = 6000 \text{ A} \\ t_m = 39,5 \text{ } \mu\text{s} \\ T_h = 76 \text{ } \mu\text{s} \end{array} \right.$$

## E. Folgerungen der theoretischen Betrachtungen

Das Nomogramm Fig. 18 zeigt deutlich die Variationsmöglichkeiten des Ableiterstroms bis zur oberen Grenze, die durch die Exponentialkurve ( $k \rightarrow \infty$ ) des Blitzstroms gegeben wird.

Die über den Ableiter verschobene Ladung ist direkt ersichtlich aus Fig. 16. Für jeden Wert  $k$  existiert ein oberer Grenzwert der Ladung, der dem Fall des direkten Blitzschlags in den der Erdung  $R_e$  parallel geschalteten Ableiter ( $D = 0$ ) entspricht; für  $k \rightarrow \infty$  (Ableiter mit Restspannung 0) wird  $Q/Q_b = 1$  werden.

Im obigen Beispiel fliessen bei a) ca. 65 %/0, bei b) ca. 25 %/0 der Blitzladung  $i_{sb} \cdot T$  über den Ableiter. In beiden Fällen gäbe somit die allzu sehr vereinfachte Rechnung unter D1 ein falsches Bild. Die Ladung  $Q$  gibt ein Mass für die Belastung eines Ableiterquerschnitts. Die Energie  $A$  ist die mit  $u_p$  multiplizierte Ladung. Da die Restspannung  $u_p$  im allgemeinen proportional mit der Ableiterlänge wächst, gibt  $A$  bei Bezug auf das Ableitervolumen dasselbe Beanspruchungsbild wie  $Q$  bei Bezug auf den Ableiterquerschnitt.

Die Beispiele a) und b) zeigen somit, dass ein 10-kV-Ableiter unter sonst gleichen Umständen höher beansprucht wird als ein 45-kV-Ableiter.

An Holzstangenleitungen, deren Ueberschlags- und Erdungsspannung von der Höhe der Betriebsspannung nicht abhängen, gilt dies in schwächerem Mass auch bezüglich der reinen Wellenbeanspruchung (Fig. 1). Nur falls die mögliche Wellenhöhe mit steigender Betriebsspannung wächst, was bei Eisenmastleitungen u. U. zutreffen kann (falls nämlich auch die Leitungserdungen bei höherer Betriebsspannung schlechter sind als bei kleiner Betriebsspannung) wäre eine Zuordnung von Ableiterklassen im Sinn steigender Stossbeanspruchung bei steigender Nennspannung (Betriebsspannung) begründet. Im allgemeinen sind dagegen Ableiter kleiner Nennspannung an Holzstangenleitungen durch Stoss höher beansprucht als solche höherer Nennspannung (Betriebsspannung).

Während die unter D2 gegebene quasistationäre Lösung den Grenzfall des sehr nahen, d. h. direkten Blitzeinschlages in den der Erdung  $R_e$  parallelen Ableiter sofort und genau ergibt, ist der andere Grenzfall der über eine sehr lange Leitung zulaufenden Blitz-Welle quasistationär nicht erfassbar, sondern muss wellenartig behandelt werden (Fig. 1 und Fig. 5). Denn die Vernachlässigung der Leitungskapazität (Voraussetzung der quasistationären Behandlung) ergibt dann zu kleinen Ab-

leiterstrom, weil ein Teil der Blitzladung die Möglichkeit erhält, sich in der Leitungskapazität zu speichern, bevor sie über die grosse Leitungsinduktivität zum Ableiter fliesst.

Die Grenze der Gültigkeit der quasistationären Betrachtung kann dadurch bestimmt werden, dass bis zum Erreichen des Stromscheitelwertes mehrere Stufen aus je einem Wellen-Hin- und -Rücklauf verstreichen müssen ( $n \gg 1$ ). Die Diskussion dieser Bedingung würde jedoch hier zu weit führen.

Die vorliegende theoretische Betrachtung zeigt, dass dem Aufschaukeln des Ableiterstroms bei Blitzeinschlägen praktisch in sehr vielen Fällen, wo Ableiter ansprechen, Bedeutung zukommt. Die Ab-

leiterbeanspruchung durch Stoss lässt sich an Hand der gegebenen Kurven in jedem Fall leicht ermitteln, sofern nur Höhe und Dauer des Blitzstroms bekannt sind. Die weitere direkte oszillographische Erforschung von Blitzströmen wäre dazu wünschenswert. Für die Prüfung von Ableitern ergeben sich aus der Betrachtung wertvolle Anhaltspunkte bezüglich der anzuwendenden Höhe, Steilheit und Dauer bzw. der Ladung des Stosses im Ableiter.

Bei der sehr zeitraubenden und mühseligen numerischen Auswertung und der übersichtlichen Darstellung der Resultate des Abschnitts D2 hat Herr J. Giaro tatkräftig und initiativ mitgeholfen, wofür ihm auch hier herzlich gedankt sei.

## Hochfrequenztechnik und Radiowesen — Haute fréquence et radiocommunications

### Echoversuche auf Ultrakurzwellen

(Nach L. Harang und W. Stoffregen, «Hochfrequenztechnik und Elektroakustik», Bd. 55, 1940, Heft 4, S. 105.)

621.396.826

Es ist bekannt, dass die Zahl der Ionen oder Elektronen im  $\text{cm}^3$ , die sogenannte Trägerdichte  $N$ , mit der Höhe über der Erde ändert, und zwar derart, dass man von einer  $E$ - und einer  $F$ -Schicht der Ionosphäre sprechen kann (vgl. Fig. 1).

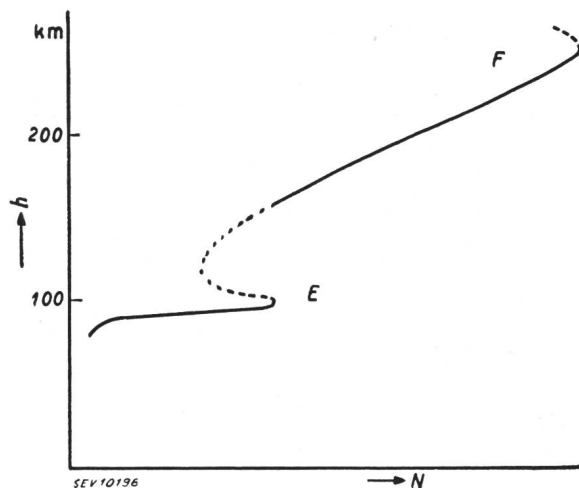


Fig. 1.

Verlauf der wirksamen Trägerdichte  $N$  mit der Höhe  $h$  über der Erde an einem Wintertag.

Der Verlauf der Kurve  $N = F(h)$  ändert mit der Tages- und Jahreszeit; so kann man im Sommer eine  $E_1$ - und  $E_2$ - sowie eine  $F_1$ - und  $F_2$ -Schicht unterscheiden. Gewisse Beobachtungen deuteten nun darauf hin, dass bei bedeutenden erdmagnetischen Störungen und Nordlichtern im untern Teil der Ionosphäre — etwa an der untern Grenze der  $E$ -Schicht — eine starke Ionisation auftritt. Hauptsächlich dem Nachweis dieser Schicht dienten die von L. Harang und W. Stoffregen im Nordlichtobservatorium in Tromsø angestellten Versuche.

Für experimentelle Messungen der Ionosphäre wird meist die «Echomethode» verwendet: Ein kurzzeitiger Impuls einer elektromagnetischen Welle wird derart abgestrahlt, dass er senkrecht in die Ionosphäre eintritt; misst man dann die Zeit, die bis zum Empfang des Echos des Signals vergeht, so kann man (da das Signal sich angenähert mit Lichtgeschwindigkeit fortpflanzt) auf die Höhe, in der die Reflexion erfolgte, schliessen. Diese erfolgt an einer Stelle, an der der Brechungsindex  $\mu$  des ionisierten Gases zu Null wird. Nach Eccles ist

$$\mu^2 = 1 - \frac{4 \pi N e^2}{m (\omega^2 + \nu^2)} \quad (1)$$

wo  $\nu$  die Stosszahl (Zahl der sekundlichen Zusammenstösse),  $N$  die Trägerdichte,  $e$  die Elementarladung,  $m$  die Masse des Elektrons,  $\omega$  die Kreisfrequenz der einfallenden Welle bedeutet.

Somit kann die Trägerdichte der reflektierenden Schicht berechnet werden. Man sieht auch ein, dass man  $\omega$  so weit steigern kann, dass selbst an der Stelle grösster Ionisation der Brechungsindex  $\mu$  nicht mehr zu Null wird, also keine Reflexion mehr stattfindet. Normalerweise ist dies schon für Frequenzen grösser als etwa 15 MHz der Fall. Ein Echo kann aber auch dann ausbleiben, wenn aus irgendwelchen Gründen der Absorptionskoeffizient

$$k = \frac{\nu}{2 \mu c} \cdot \frac{4 \pi N e^2}{m (\omega^2 + \nu^2)} \quad (2)$$

zu gross wird ( $c$  = Lichtgeschwindigkeit).

Es hatte sich nun gezeigt, dass bei starken erdmagnetischen Störungen die Echos der zur Erforschung der  $E$ - und  $F$ -Schichten verwendeten Wellen (Frequenzen von 1...15 MHz) ausblieben. Man erklärte dies durch die Hypothese, dass unterhalb der  $E$ -Schicht eine starke Ionisation auftritt; dort ist aber der Druck und damit die Stosszahl  $\nu$  bereits erheblich grösser als in der  $E$ - oder gar  $F$ -Schicht, was ein starkes Anwachsen des Absorptionskoeffizienten zur Folge hat. Es war der Grundgedanke der beschriebenen Experimente, zu untersuchen, ob durch Verwendung von Ultrakurzwellen (die normalerweise sämtliche Schichten durchdringen, ohne reflektiert zu werden) ein Nachweis für die Existenz dieser Schicht zu erbringen wäre; Gleichung (2) zeigt nämlich, dass für Ultrakurzwellen der Absorptionskoeffizient erheblich kleiner sein muss als bei normalerweise verwendeten Frequenzen, so dass — genügend grosse Maximalionisation vorausgesetzt — eine Reflexion festgestellt werden müsste.

Der für diese Versuche verwendete Ultrakurzwellensender ( $\lambda = 7,3$  m) arbeitete auf einen mit Reflektor versehenen Dipol; die Impulsbreite konnte von  $1 \cdot 10^{-5}$ ... $2 \cdot 10^{-5}$  s variiert werden. Die Impulsleistung in der Sendeanenne betrug 4 kW. Bei der Konstruktion des Empfängers musste auf geringes Elektronenrauschen in den Röhren geachtet werden, sowie auch darauf, dass alle Stufen stark gedämpft waren, um eine möglichst geringe Verzerrung der Echoimpulse zu erhalten.

Bei den Beobachtungen zeigte es sich, dass erwartungsgemäss bei normalen oder schwach gestörten Verhältnissen ein Echo bei Verwendung der 7,3-m-Welle nicht auftrat. Am 16. Dezember 1938 wurden erstmals Echos auf 7,3 m Wellenlänge beobachtet, und zwar während eines sehr starken erdmagnetischen Sturmes, der von einem starken Nordlicht begleitet war. Die Echos, die überhaupt nur während des Höhepunktes der Störung auftraten, kamen sehr unregelmässig, und zwar aus einer Höhe von 400...800 km über der Erde; ihre Amplituden waren klein und schwankend. Da die gleichzeitigen Messungen der Ionosphäre mit Frequenzen von