

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band: 44 (1953)
Heft: 26

Artikel: Über ein linear anzeigendes statisches Voltmeter
Autor: Greinacher, H.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1059985>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Einzelne Länder, vorab die Vereinigten Staaten, aber auch Kanada, England, Frankreich und Norwegen besitzen bereits Reaktoren. In England wird die Wärme ausgenutzt, in den Vereinigten Staaten wird sogar schon über eine Dampf-Turbogruppe elektrische Energie erzeugt. Andere Länder bereiten solche Anlagen vor. Die Schweiz mit ihren beschränkten Wasserkraften und ihrer Armut an Bodenschätzen besitzt keine Uranvorkommen. Dagegen kann sie anderen Staaten, die mit Uran dotiert sind, etwas anderes bieten, was hier besonders wertvoll ist: die tüchtige, gut geschulte Arbeitskraft ihrer Forscher, Ingenieure, Techniker und Arbeiter und den Austausch der Erfahrungen, die sie in eigenen Versuchsanlagen gewinnen wird.

Die Studienkommission für Atomforschung (SKA) hat den Plan gefasst, einen Versuchsreaktor zu erstellen und zu betreiben. Nur so kann unser Land den Vorsprung anderer Länder in der Technik der Atomenergie nicht noch grösser werden lassen, sondern allmählich einholen. Nur so können wir vermeiden, dass eines Tages unsere Elektrizitätsversorgung in die Abhängigkeit von grossen, ausländischen Atomkraftwerken gerät.

Dieser erste schweizerische Versuchsreaktor ist für eine Wärmeleistung von etwa 10 000 kW vorgesehen, die Möglichkeit einer späteren, teilweisen

Ausnutzung der Wärme zur Elektrizitätserzeugung ist gewahrt. Die Kosten dieser Anlage sind auf 20 Millionen Franken geschätzt. Eine von *Lalive d'Epinay*, Oberingenieur und Mitglied der industriellen Arbeitsgruppe, verfasste Beschreibung ist im Bulletin SEV 1953, Nr. 25, veröffentlicht worden.

Vor einigen Wochen hat Dr. *Walter Boveri* der Öffentlichkeit einen konkreten Vorschlag unterbreitet, wie die Finanzierung dieses Unternehmens auf breiter, nationaler Grundlage gesichert werden kann. Die schweizerischen Elektrizitätswerke haben allen Anlass, sich zum Appell von Dr. Boveri positiv einzustellen und in der Organisation des Versuchsreaktors den angebotenen Platz neben der Industrie und verschiedenen Institutionen einzunehmen, der ihrem Gewicht in der schweizerischen Energiewirtschaft und den bedeutenden Beiträgen entspricht, die sie in Zukunft in der Elektrizitätsversorgung noch werden investieren müssen. Hier gilt es, den Blick auf ein noch fernes, aber grosses Ziel zu richten und über den wichtigsten Schritt, den ersten, in diese verheissungsvolle Richtung rechtzeitig Beschluss zu fassen.

Adresse des Autors:

H. Niesz, Dr. h. c. Ing., Direktionspräsident der Motor-Columbus AG., Baden.

Über ein linear anzeigendes statisches Voltmeter

Von H. Greinacher, Bern

621.317.725

Das seinerzeit im Bulletin SEV¹⁾ beschriebene Flüssigkeits-Voltmeter besitzt, wie alle quadratisch anzeigenden Instrumente, eine geringe Anfangsempfindlichkeit. Durch Zuhilfenahme der Kapillarkräfte lässt sich diese aber vergrössern und durch passende Profilierung der Elektroden konstant machen. Es wird die Kurve für die erforderliche Krümmung der Fläche, die zu einer linearen Anzeige führt, berechnet.

Comme d'autres voltmètres «statiques» le voltmètre à liquide, publié antérieurement au Bulletin ASE¹⁾, est un instrument à déviation quadratique, et par conséquent la déviation initiale n'est que petite. En employant des forces capillaires on arrive cependant à augmenter considérablement cette sensibilité. On n'a qu'à remplacer les électrodes planes par d'autres qui sont courbées d'une façon convenable. On peut calculer la courbe qu'on nécessite pour obtenir une fonction linéaire de l'instrument.

Im Jahre 1949 wurde im Bulletin SEV über ein neues statisches Voltmeter berichtet¹⁾, das auf der Wirkung der Maxwell'schen Spannungen in Dielektrika beruht. Im Prinzip besteht dieses aus einem Töpfchen mit isolierender Flüssigkeit, in die man 2 Kondensatorplättchen eintaucht (Fig. 1). Legt man an die Plättchen Spannung an, so hebt sich der Flüssigkeitsmeniskus um eine bestimmte Höhe h . Infolge der Kapillarität der Flüssigkeit liegt A etwas über dem äusseren Niveau. Dies hat den grossen Vorteil, dass der Meniskus ohne Schwierigkeit anvisiert, bzw. projiziert werden kann. Der Kapillarzug ist bei B eben so gross wie bei A , da der Plattenabstand derselbe ist. Die Hebung der Flüssigkeit geht also

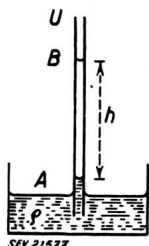


Fig. 1

Prinzip des statischen Voltmeters

auf alleinige Rechnung der elektrostatischen Kräfte, die auf die Flüssigkeit wirken, bzw. sie gibt ein Mass für die angelegte Spannung. Die

Wirkung beruht somit nicht auf Elektrokapillarität, wie hier noch besonders erwähnt sei, da das neue Elektrometer gelegentlich mit dem Kapillarelektrometer (nach *Lippmann*) in Parallele gestellt worden ist.

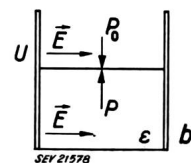
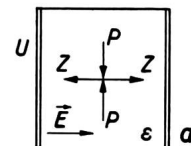


Fig. 2

Maxwell'sche Spannungen

a im homogenen Feld; b an der Grenze zweier Medien

mentes einzugehen. Nach *Maxwell* besteht längs des Feldes E (Fig. 2a) ein Zug Z und quer dazu ein Druck P . In einem einheitlichen Medium heben sich diese Kräfte auf. Sie haben den Betrag $P = Z = \frac{\epsilon E^2}{8\pi}$ (elektrostatisch). An der Trennungsfläche zweier Medien (Fig. 2b) wirken aber die verschiedenen Drucke $P = \frac{\epsilon E^2}{8\pi}$ und $P_0 = \frac{E^2}{8\pi}$. Der resultierende

¹⁾ Greinacher, H.: Über ein neues statisches Voltmeter. Bull. SEV Bd. 40(1949), Nr. 21, S. 816...817.

mechanische Druck ist also $P - P_0 = p = \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} E^2$.

Diesem wird beim Voltmeter durch den hydrostatischen Druck der gehobenen Flüssigkeitssäule das Gleichgewicht gehalten. Es ist also mit ρ als Dichte, h als Steighöhe und g als Fallbeschleunigung:

$$p = \rho h g = \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} E^2 \quad (1)$$

$$\text{oder, da } E = \frac{U}{l} \quad U = l \sqrt{\frac{8\pi p}{\varepsilon - 1}} \quad (2)$$

Wie bei allen statischen Voltmetern bzw. Elektrometern, die ohne Hilfsladung arbeiten, geht die Bewegung des Mess-Systems (hier der Flüssigkeit) quadratisch mit der Spannung. Die Instrumente sind also ohne weiteres zur Messung von Gleich- und Wechselspannung geeignet. Handelt es sich um die Messung von Hochfrequenzspannungen, kommt allerdings die Bedingung einer genügend kleinen Kapazität des Instrumentes hinzu. Das Voltmeter, das in der früheren Arbeit beschrieben und abgebildet ist, erfüllt diese Bedingung weitgehend, da die Kapazität zu nur 3 pF bestimmt wurde. Die Einstellung erfolgt rasch (aperiodisch), so dass auch Spannungsschwankungen gut verfolgt werden können. Das Instrument ist unempfindlich gegen Erschütterungen, und auch nach Funkenübergängen erwies es sich als unverändert. In der bisherigen Ausführungsform, d. h. bei einem Plattenabstand von 1 mm und einer Flüssigkeit mit $\varepsilon = 2$ geht der Messbereich bis 3000 V. Bei der Maximalspannung beträgt die Hebung des Meniskus 4...5 mm. Dem quadratischen Verlauf entsprechend ist die Empfindlichkeit bei kleinen Spannungen gering. Es besteht aber, wie schon seinerzeit erwähnt, die Möglichkeit, durch passende Gestalt der Kondensatorplättchen einen linearen Anstieg der Flüssigkeit und damit eine gleichmässige Empfindlichkeit über den ganzen Bereich zu erhalten.

Dies lässt sich in der Tat erreichen, wenn man die Abhängigkeit der kapillaren Steighöhe vom Plattenabstand benützt. Wie im folgenden gezeigt sei, lässt sich unter vereinfachenden Bedingungen sogar die Kurve berechnen, nach der die Kondensatorplättchen gekrümmt werden müssen (eines kann auch eben bleiben), damit Steighöhe und Spannung einander proportional gehen. Davon unberührt bleibt der Umstand, dass das Voltmeter sowohl für Gleich- wie für Wechselspannung benützt werden kann. Die beiden Voraussetzungen für die Berechnung des Profils sind folgende:

Das Feld sei an jeder Stelle $E = \frac{U}{l}$

l Abstand der Platten an der betreffenden Stelle

Der Kapillarzug sei $p' = \frac{2\alpha}{l}$

α Kapillarkonstante

Während nun im Falle ebener Plättchen die Kapillarwirkung nicht in Betracht fällt, da sie an den Stellen A und B gleich ist und damit bei der Differenzbildung herausfällt, spielt sie bei variablem l

eine wesentliche Rolle. Man wird jetzt nicht nur die Hebung der Flüssigkeit im elektrischen Feld in Rechnung setzen, sondern den gesamten Flüssigkeitsdruck bezogen auf das äussere Niveau (p_s). Bei angelegter Spannung halten sich die 3 Drucke das Gleichgewicht:

der hydrostatische $p_s = h_s \rho g$

(wobei h_s vom äusseren Niveau an zu rechnen ist)

der elektrische $p = \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} E^2$

und der kapillare $p' = \frac{2\alpha}{l}$

Es ist somit zu setzen $p_s = p + p'$

$$\text{oder} \quad p_s = \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} \cdot \frac{U^2}{l^2} + \frac{2\alpha}{l} \quad (3)$$

Zu berechnen ist die Hebung h der Flüssigkeit bei Anlegen der Spannung U . Bezeichnen wir den Plattenabstand in der Null-Lage des Meniskus, also bei ungeladenem Zustande, mit l_0 und den dann vorhandenen Kapillarzug mit p_0' , so wäre $p_s - p_0'$ anzugeben. Da $p_0' = \frac{2\alpha}{l_0}$, so erhält man hierfür:

$$p_s - p_0' = \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} \cdot \frac{U^2}{l^2} + \frac{2\alpha}{l} - \frac{2\alpha}{l_0} \quad (4)$$

Verlangt man, dass wie bisher die Hebung $p_s - p_0'$ proportional U^2 verläuft, so muss offenbar $l = l_0$ gewählt werden. Es kann aber auch die Bedingung gestellt werden, dass $p_s - p_0'$ proportional U verläuft, d. h., dass

$$p_s - p_0' = \rho g h = \lambda U$$

Wir erhalten dann die Beziehung

$$p_s - p_0' = \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} \cdot \frac{(p_s - p_0')^2}{\lambda^2 l^2} + \frac{2\alpha}{l} - \frac{2\alpha}{l_0} \quad (5)$$

Hieraus ist nun l in Abhängigkeit von $p_s - p_0'$ d. h. von der Höhe h zu berechnen. Benützt man die Abkürzungen $p_s - p_0' = x$ und $\frac{\varepsilon - 1}{8\pi \lambda^2 \alpha^2} = a$, so findet man aus der sich ergebenden quadratischen Gleichung

$$l = \frac{\alpha a^2 x^2}{\sqrt{1 + a x^2 \left(x + \frac{2\alpha}{l_0}\right)} - 1} \quad (6)$$

Für $x = 0$, d. h. den spannungslosen Zustand, ergibt sich als Grenzwert $l = l_0$, wie es sein muss. l_0 kann daher beliebig gewählt werden. Da der Verlauf der Kurve nicht ohne weiteres aus dem Ausdruck (6) zu ersehen ist, sei dieser unter Annahme einfacher Zahlenwerte für α , a und l_0 graphisch dargestellt. Wählt man $\alpha = a = l_0 = 1$, so erhält man die in Fig. 3 dargestellte Kurve. Für die Anfangsneigung

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{dl}{dx}$ ergibt sich

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{dl}{dx} = -\frac{l_0^2}{2\alpha} \quad (7)$$

Die Platten nähern sich bis zu einem Minimalwert, um dann auseinander zu treten. Die Kapillarität wird hier also aktiv zur Vergrößerung der Empfindlichkeit bei kleinen Spannungen herangezogen, indem man sie durch nach oben zunehmende Verkleinerung des Plattenabstandes anwachsen lässt.

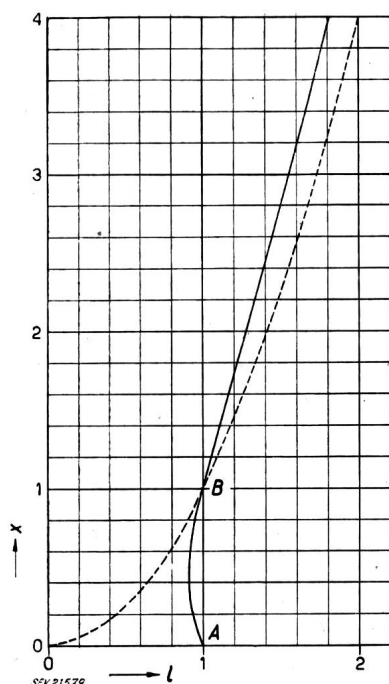


Fig. 3
Elektrodenprofil für
lineare Anzeige des
Voltmeters
ausgezogene Kurve:
mit Kapillarkraft
gestrichelte Kurve:
ohne Kapillarkraft

Man kann zeigen, dass sich ohne Kapillarkraft dieses Resultat nicht erreichen lässt. Wohl liesse sich auch in diesem Falle durch Profilierung der Platten die funktionelle Abhängigkeit $l = f(x)$ im gewünschten Sinne abändern. Es ergibt sich aber dann die physikalisch unzulässige Bedingung, dass für $x = 0$ auch $l = 0$ sein müsste. Man hätte nämlich, wenn man in (1) einsetzt $p = \lambda U$:

$$p = \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} \left(\frac{p}{\lambda l} \right)^2$$

oder

$$p = \frac{8\pi\lambda^2}{\varepsilon - 1} l^2$$

d. h., da $\frac{\varepsilon - 1}{8\pi\lambda^2} = a\alpha^2$ ergibt sich

$$l = \alpha \sqrt{ax} \quad (8)$$

Dieser rein parabelförmige Verlauf ist in Fig. 3 gestrichelt eingezeichnet. In diese Parabel geht übrigens auch die Kurve nach (6) für grosse x über.

Es versteht sich, dass statt des einen Plättchens auch beide profiliert werden können. Man hat einfach in Fig. 3 $l/2$ sowohl nach links wie nach rechts aufzutragen. Es ergibt dies den Vorteil, dass der Flüssigkeitsmeniskus stets in der Mitte des Gesichtsfeldes bleibt.

Den Proportionalitätsfaktor λ wird man so wählen, dass der Messbereich gerade so gross ausfällt, wie bei quadratischem Anstieg d. h. bei ebenen Kondensatorplättchen. Bezeichnet man die messbare Maximalspannung mit U' , so wäre zu setzen:

einerseits

$$p_s - p_0' = \lambda U'$$

$$\text{und andererseits} \quad p_s - p_0' = \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} \frac{U'^2}{l'^2}$$

wo l' den Abstand der ebenen Plättchen bedeutet. Hieraus folgt:

$$\lambda = \frac{\varepsilon - 1}{8\pi l'^2} U' \quad (9)$$

Zweckmässigerweise wird man den Anfangsabstand l_0 bei linearem Verlauf gleich dem Plattenabstand l' bei quadratischer Funktion wählen. In diesem Falle wird nur der Bereich A...B (Fig. 3) benutzt, d. h. bis zu dem Punkt, wo der Abstand l wieder gleich l_0 geworden ist. Denn dies entspricht der Bedingung, dass sowohl bei quadratischem wie linearem Verlauf bei gleicher Maximalspannung auch gleiche Hebung vorhanden ist. Legt man die Ausführung des seinerzeit beschriebenen Modells zu Grunde mit $l' = 0,1$ cm und mit $U' = 3000$ V (10 elektrostatische Einheiten) und nimmt man die Kapillarkonstante mit $\alpha = 30$ dyn/cm an, so wären folgende Werte anzusetzen: $\lambda = 40$ und $a = 2,8 \cdot 10^{-8}$.

Die Anfangsneigung des Profils $\text{tg } \varphi = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{dl}{dh}$ ergibt sich aus (7). Da $x = \rho g h$, erhält man:

$$\text{tg } \varphi = - \frac{l_0^2 \rho g}{2\alpha} \quad (10)$$

Setzt man die Zahlenwerte $l_0 = 0,1$ cm, $\alpha = 30$ dyn/cm und $\rho = 0,9$ g/cm ein, so findet man:

$$\text{tg } \varphi = 0,149 \text{ oder } \varphi = 8\frac{1}{2}^\circ$$

Es lässt sich zeigen, dass der durch (10) bestimmte Winkel eine einfache Bedeutung besitzt. Es ist nämlich ein Grenzwinkel, dadurch charakterisiert, dass bei Überschreitung desselben die Flüssigkeit infolge der Kapillarität *von selbst* über die Nullstellung hinaus steigen würde. Unter Verwendung dieses Grenzwinkels erreicht man es also, dass schon mit kleinsten äusseren Kräften eine Hebung erzielt wird. Auf diese Weise wird die ungenügende Kraftwirkung kleiner Spannungen unterstützt, d. h. die für gewöhnlich geringe Anfangsempfindlichkeit des Instruments vergrößert. Weiterhin wird dann durch passende Krümmung der Oberfläche gemäss Fig. 3 dafür gesorgt, dass die Empfindlichkeit über den ganzen Messbereich konstant bleibt und sich so ein linearer Anstieg ergibt.

Man hat allerdings darauf zu achten, dass sich der Meniskus in der vorgeschriebenen Nullstellung befindet, während andererseits die Null-Lage bei ebenen Plättchen beliebig gewählt werden kann. Die Nullstellung des Niveaus lässt sich aber unschwer einstellen, indem man einen Gegenstand, z. B. einen Stift mehr oder weniger tief in die Flüssigkeit eintaucht. Im übrigen ist zu erwarten, dass auch das linear anzeigende Voltmeter, bei dem *zusätzlich* die Kapillarkräfte verwendet werden, ebenso einwandfrei arbeitet, wie das quadratisch anzeigende Instrument. Indessen bleibt noch zu prüfen, welchen Einfluss auf die Empfindlichkeit etwa die Temperaturabhängigkeit der Kapillarkonstanten besitzt.

Adresse des Autors:

Prof. Dr. H. Greinacher, Physikalisches Institut der Universität Bern, Bern.