Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band: 57 (1966)
Heft: 23

Artikel: Modelltheorie und Modellmessung
Autor: Schwab, F.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-916654

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 17.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

mechanischen Eigenschaften. Dadurch ist es zwar möglich, einen fortgeschrittenen Zerfall zu entdecken, für eine eingehende Erforschung der Alterungsursachen und zum Erkennen der Strukturveränderungen eines Dielektrikums ist diese Methode jedoch zu wenig differenziert.

Zu diesem Zweck bedient man sich physikalischchemischer Methoden, unter denen die nachfolgenden als die wichtigsten Verfahren bezeichnet werden können, die zu den schlüssigsten Resultaten führen [u. a. 18; 19; 20]:

a) Die Messung des Polymerisationsgrades (DP): Diese Methode wird angewandt, um den Zerfall durch Bruch der Molekülketten z. B. unter der thermischen Einwirkung ohne Sauerstoffzutritt zu beurteilen.

b) Die Messung des Kupferindex: Diese Methode erlaubt eine indirekte Messung der Kettenlänge und die Feststellung von Keton-Gruppen (C = O) oder Aldehyd-Gruppen $\left(\begin{matrix}-C=O\\ |\\ H\end{matrix}\right)$.

c) Analyse der Carboxyl-Gruppen (COOH): Diese chemische oder spektrographische (Infrarot-) Methode eignet sich für das Studium der Oxydation der Zellulose, die unter der Einwirkung der Temperatur und in Anwesenheit oxydierender Körper, wie z. B. der Zersetzungsprodukte des Imprägniermittels, vor sich geht. Die IR-Spektographie erlaubt, die Veränderung der Papierstruktur im Verlaufe der Alterung zu verfolgen. Eine Analyse der anorganischen Verunreinigungen, die den durch thermische und elektrische Beanspruchungen in Mitleidenschaft gezogenen Zellulosefasern anhaften, kann evtl. die Abklärung der Ursachen der stattgefundenen beschleunigten Alterung des Papieres erlauben. Ionen von Mineralien können tatsächlich eine deutliche Wirkung auf die dielektrischen Verluste (Na u. a.), auf die elektrische Durchschlagsfestigkeit (Fe, Cu) und auf den Wassergehalt (Ca, Mg) haben.

Es ist ein weites Forschungsgebiet, das konsultiert werden muss, wenn man den Alterungsvorgängen im Kondensator-Dielektrikum nachgehen und sie deuten will.

Literatur

[1] *Z. Krasucki, H. F. Church* et *C. G. Garton:* Facteurs déterminant la durée de vie utile de condensateurs de puissance. CIGRE-Rapport No. 138, 1962.

[2] *Y. S. Pintal:* Ionisationscharakteristiken und Alterung des Papier-Öl-Dielektrikums von Kondensatoren. Elektrotechnika 36(1965)1, S. 58...60, ref. in: Bull. SEV 56(1965)14, S. 567...568.

[3] *I. F. Peresselenzew:* Der Einfluss der Vakuum-Wärme-Behandlung auf die elektrischen Eigenschaften von Leistungs-Kondensatoren mit Papierdielektrikum. Elektrotechnika 35(1964)6, S. 48...50, ref. in: Bull. SEV 55(1964)20, S. 1033...1034.

[4] *G. S. Kuischinskij* und *O. O. Tapupere:* Registrierung der Ionisationscharakteristiken von Isolationen. Elektritschestwo –(1960)11, S. 42...48, ref. in: Bull. SEV 52(1961)12, S. 461...462.

[5] *S. A. Clarke* and *E. H. Reynolds:* The Influence of the Constitution of Oils upon their Gassing under Electric Stress. Dielectrics 1(1963)1, S. 26...44.

[6] *A. Nosseir* and *R. Lawrence:* Effects of the Constituents of Insulating Oils on their Gassing Properties and Breadown Strength. Nature (London) 206(1965)–, S. 85...86.

[7] *M. J. Coquillion:* Contrôle des isolants liquides par les mesures de résistivité et de pertes diélectriques. Rev. gén. Electr. 73(1964)12, S. 603...614.

[8] *H. F. Church* et *Z. Krasucki:* Vieillissement des condensateurs de puissance. Rapport CIGRE No. 112, 1966.

[9] *J. A. Kok:* Der elektrische Durchschlag in flüssigen Isolierstoffen. Philips Technische Bibliothek. N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken Eindhoven 1963, ref. in: Bull. SEV 54(1963)19, S. 813.

[10] *P. Gaussens* et al.: Le comportement des condensateurs sous l'influence des contraintes thermiques. CIGRE-Rapport No. 160, 1962.

[11] *R. Fournié:* Contribution à l'étude du vieillissement des condensateurs de puissance sous l'influence de contraintes thermiques et électriques. CIGRE-Rapport No. 145, Annexe 1, 1966.

[12] *F. H. Kreuger:* Discharge Detection in High Voltage Equipment. Temple Press London 1964.

[13] *K. A. Sajzew* und *A. A. Scharlot:* Automatische Registrierung von Teilentladungen in der elektrischen Isolation. Elektotechnika 37(1966)6, S. 51...54, ref. in: Bull. SEV 57(1966)19.

[14] *W. T. Renne* und *G. P. Ssoja:* Untersuchung der Wärmebeständigkeit von Kondensator-Papier. Elektritschestwo –(1964)9, S. 76...80, ref. in: Bull. SEV 56(1965)5, S. 170...171.

[15] *K. Potthoff:* Zum Langzeitverhalten elektrischer Isolierstoffe bei thermischer Beanspruchung. ETZ-A 85(1964)15, S. 449...454.

[16] *N. W. Edgerton:* The Philosophy of Thermal Aging Tests of Materials. AIEE-Conference Paper CP 63-415, Winter General Meeting, New York 1963.

[17] *D. A. MacLean:* Paper Capacitors Containing Chlorinated Impregnants. Benefits of Controlled Oxidation of the Paper. Industrial and Engineering Chemistry 39(1947)11, S. 1457...1461.

[18] *R. Fournié, Y. Le Gall* et *C. Roulet:* Etude de la dégradation des papiers de condensateurs sous l'influence de contraintes thermiques et électriques par spectrographie infrarouge. Bull. Soc. franç. Electr. 8/5(1964)53, S. 321...331.

[19] *R. Fournié, Y. Le Gall* et *C. Roulet:* Etude de la dégradation des papiers pour condensateurs par spectrographie infrarouge. Bull. Association Technique de l'Industrie Papetière 19(1965)2, S. 106...109.

[20] *R. F. Schwenker* and *L. R. Beck:* Study of the Pyrolytic Decomposition of Cellulose by Gas Chromatography. J. Polymer Science Part C –(1963)2, S. 331...340.

Adresse des Autors:
Dipl.-Ing. *G. v. Boletzky*, Leiter der Abteilung Kondensatoren der Emil Haefely & Cie. AG, 4000 Basel 28.

Modelltheorie und Modellmessung

Von *F. Schwab*, Zürich

621.7.072

Nach einem kurzen Überblick über die Modelltheorie wird auf die Bedeutung der Proportionalitätsfaktoren für die Modellherstellung hingewiesen. Dann werden die Modell-, Sonden- und Isoliermaterialien, die Elektrolyte und Diaphragmen, die im elektrolytischen Trog zur Anwendung gelangen, diskutiert. Zudem werden praktische Betrachtungen über die Modellmessung im elektrolytischen Trog bei stationären und dynamischen Vorgängen angestellt.

Après un bref aperçu de la théorie du modèle, l'auteur démontre l'importance des facteurs proportionnels au point de vue de l'exécution des maquettes. Il discute ensuite des matériaux servant aux maquettes, aux sondes, les matériaux isolants, les électrolytes et diaphragmes utilisés dans les cuves électrolytiques. L'auteur présente également des considérations pratiques au sujet des mesures sur maquettes dans la cuve électrolytique lors de réactions stationnaires et dynamiques.

1. Einleitung

Unter Modellen versteht man Nachbildungen von elektrischen Apparaten oder Schaltungen mit kleineren Abmessungen, die die gleichen elektrischen Eigenschaften aufweisen wie das entsprechende Objekt in Originalgrösse. Die Entwicklungsarbeiten an Modellen werden viel einfacher und wirtschaftlicher, als wenn die Versuche an Objekten in Originalgrösse, die heute meistens hohe Spannungen, grosse Ströme und Leistungen haben, ausgeführt werden müssen. Die Ähnlichkeitsgesetze, die bei der Transformation vom Original zum Modell eingehalten werden müssen, sind zusammengefasst unter dem Ausdruck Modelltheorie.

2. Gesetze der Modelltheorie

Unter der Annahme, dass das Modell geometrisch ähnlich dem Original ist, wird auch die räumliche Verteilung der elektromagnetischen Eigenschaften, d. h. die relative Dielektrizitätskonstante ε_r, die relative Permeabilitätskonstante μ_r, und die elektrische Leitfähigkeit γ ähnlich. Somit müssen als Grundbedingung in isotropen Medien die Maxwellschen Gleichungen für das Modell genau so stimmen wie für das Original. Im Allgemeinen werden aber die Zeitmaßstäbe des Modells verschieden denen des Originals sein.

Die Maxwellschen Gleichungen für das Original (Index O), deren Differentiation nach den Originalkoordinaten ausge-

führt ist, lauten:

$$\mathrm{rot}_O E_O + \mu_{rO}\,\mu_0 \frac{\partial H_O}{\partial t_O} = 0 \tag{1}$$

$$\mathrm{rot}_O H_O - \varepsilon_{rO}\,\varepsilon_0 \frac{\partial E_O}{\partial t_O} = \gamma_O E_O \tag{2}$$

Dieselben Maxwellschen Gleichungen gelten auch für das Modell (Index M):

$$\mathrm{rot}_M E_M + \mu_{rM}\,\mu_0 \frac{\partial H_M}{\partial t_M} = 0 \tag{3}$$

$$\mathrm{rot}_M H_M - \varepsilon_{rM}\,\varepsilon_0 \frac{\partial E_M}{\partial t_M} = \gamma_M E_M \tag{4}$$

Damit Ähnlichkeitsgesetze und Proportionalitätsfaktoren zwischen Modell und Original aufgestellt werden können, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein: Das Modell muss dem Original geometrisch ähnlich sein, und die Anfangs- und Randbedingungen des Modells müssen denen des Originals entsprechen. In diesem Fall kann man die folgenden Proportionalitätsgleichungen mit den entsprechenden Proportionalitätsfaktoren aufstellen:

l_M	$= k_l\, l_O$	für die geometrischen Dimensionen
E_M	$= k_E\, E_O$	für die elektrische Feldstärke
H_M	$= k_H\, H_O$	für die magnetische Feldstärke
t_M	$= k_t\, t_O$	für die Zeit
μ_M	$= k_\mu\, \mu_O$	für die Permeabilität
ε_M	$= k_\varepsilon\, \varepsilon_O$	für die Dielektrizität
γ_M	$= k_\gamma\, \gamma_O$	für die Leitfähigkeit

Setzt man nun in die Maxwellschen Gleichungen (3) und (4) des Modells die obigen Werte ein, so bekommt man:

$$\frac{k_E}{k_l}\,\mathrm{rot}_O E_O + \frac{k_\mu\, k_H}{k_t}\,\mu_{rO}\,\mu_0 \frac{\partial H_O}{\partial t_O} = 0$$

$$\frac{k_H}{k_l}\,\mathrm{rot}_O H_O - \frac{k_\varepsilon\, k_E}{k_t}\,\varepsilon_{rO}\,\varepsilon_0 \frac{\partial E_O}{\partial t_O} = k_\gamma\, k_E\, \gamma_O E_O$$

Diese zwei Gleichungen enthalten somit nur noch Originalgrössen, welche auch den Gl. (1) und (2) genügen. Alle vier Gleichungen werden identisch erfüllt, wenn zwischen den Proportionalitätsfaktoren folgende Beziehungen gelten, wie sich aus der Substraktion von Gl. (1) und (2) von (3) und (4) ergibt [1] [1]):

$$\frac{k_E}{k_l} - \frac{k_\mu\, k_H}{k_t} = 0$$

$$\frac{k_H}{k_l} - \frac{k_\varepsilon\, k_E}{k_t} = 0$$

$$\frac{k_H}{k_l} = k_\gamma\, k_E$$

Durch Umformen entsteht das Gleichungssystem:

$$\frac{k_l\, k_\mu\, k_H}{k_E\, k_t} = 1 \tag{5}$$

$$\frac{k_l\, k_\varepsilon\, k_E}{k_H\, k_t} = 1 \tag{6}$$

$$\frac{k_l\, k_\gamma\, k_E}{k_H} = 1 \tag{7}$$

Durch Gleichsetzen der Beziehungen (5) und (6) bekommt man:

$$k_\mu\, k_H{}^2 = k\varepsilon\, k_E{}^2$$

d. h. die Proportionalitätsfaktoren der magnetischen und der elektrischen Feldstärke müssen sich zu einander verhalten wie die Wurzel der Proportionalitätsfaktoren von ε zu μ:

$$\frac{k_H}{k_E} = \sqrt{\frac{k_\varepsilon}{k_\mu}}$$

Da bei allen nicht ferromagnetischen Stoffen die relative Permeabilität μ_r praktisch gleich Eins ist, wird auch der Proportionalitätsfaktor k_μ in den meisten Fällen als $k_\mu = 1$ gesetzt werden müssen, so dass nur noch die Dielektrizitätskonstante ε variiert werden kann.

Durch Multiplizieren der Gl. (5) und (6) miteinander erhält man:

$$k_t = k_l \sqrt{k_\varepsilon\, k_\mu} \tag{8}$$

Durch Gleichsetzen der Gl. (6) und (7) ergibt sich:

$$k_t = \frac{k_\varepsilon}{k_\gamma}$$

und wenn man k_t in Gl. (8) einsetzt, erhält man

$$k_\gamma = \frac{1}{k_l} \sqrt{\frac{k_\varepsilon}{k_\mu}} \tag{9}$$

Daraus ersieht man, dass nach der Wahl des Längenmaßstabes k_l die Faktoren k_γ, k_ε und k_μ nicht mehr frei gewählt werden können. Zudem zeigt das, dass man das Modell nicht aus demselben Material herstellen darf wie das Original, da sonst mit $k_\gamma = k_\varepsilon = k_\mu = 1$ ebenfalls $k_l = k_t = 1$ wird, das heisst, das Modell wird identisch dem Original.

Verwendet man für das Modell das gleiche dielektrische und magnetische Material wie im Original, also $k_\varepsilon = k_\mu = 1$, was in der Regel der Fall ist, so zeigen die Gl. (8) und (9) mit $k_t = k_l$ und $k_\gamma = 1/k_l$, dass die Zeitverhältnisse des Modells proportional, die Leitfähigkeit reziprok mit dem Längenmassstab ändern. So muss zum Beispiel die Frontdauer T_F und die Zeit bis zum Rückenhalbwert T_H eines Stosses im Modell um k_l verkleinert werden. Wenn man dieselben Oszillogramme am Modell wie beim Original erhalten will, muss man die Zeitablenkung des Kathodenstrahl-Oszillographen somit k_l-mal schneller wählen als im Original. Hier zeigt sich eine Grenze in der Modellnachbildung, da sehr steile Frontanstiege mit sehr verkleinerten Modellen nicht mehr erreicht werden können. Die spezifische Leitfähigkeit γ muss im Modell k_l-mal grösser sein als die der elektrischen Leiter im Original, was mit flüssigen Elektrolyten ohne weiteres, bei festen Leitern hingegen nur sehr beschränkt möglich ist.

Um ein getreues, dem Original entsprechendes Modell herzustellen hat man, je nachdem, ob das Problem ein-, zwei- oder dreidimensional ist, verschiedene Möglichkeiten: Den elektrolytischen Trog, das Widerstandspapier, die Gummimembrane, das Widerstandsnetz oder das Analogiemodell.

3. Der elektrolytische Trog

Am universellsten verwendbar ist der elektrolytische Trog; er löst dreidimensionale Probleme mit guter Genauigkeit und ist relativ billig herzustellen.

Der Einsatz des elektrolytischen Troges lohnt sich vor allem zur Ausmessung von elektrischen Strömungsfeldern, räumlichen elektrostatischen Feldern und magnetischen Feldern. Wirbelfreie Potentialfelder lassen sich am einfachsten und genauesten experimentell ausmessen, wenn man sie als stationäre, elektrische Strömung in einem Ohmschen Widerstand darstellt. Das elektrostatische Feld ist ebenfalls als Spezialfall einer «erstarrten Strömung» nachbildbar, sofern auf strenge Proportionalität zwischen der Leitfähigkeit γ des Modells und der

[1]) Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

Dielektrizitätskonstante ε des abzubildenden, statischen Raumgebietes (Original), so wie auf Einhaltung der gleichen Randbedingungen geachtet wird. Falls im Original verschiedene ε-Werte nebeneinander vorkommen, kann man diese im Modell durch proportionale γ-Werte nachbilden, indem man Gelatinen mit der entsprechenden Leitfähigkeit herstellt und an den durch das Original bestimmten Orten im Trog einbaut, oder mit Hilfe von Membranen Elektrolyte verschiedener Leitfähigkeit voneinander trennt.

Der elektrolytische Trog besteht normalerweise aus einem aus gut leitendem Material hergestellten Behälter beliebiger Form, in dem sich der Elektrolyt befindet. Am universellsten wählt man die Länge des Troges gleich der Breite, und die Höhe etwas grösser als die halbe Länge, was angenähert einer Halbkugel entspricht. Falls die Trogform nicht der Ausdehnung des zu messenden, räumlichen Feldes gleicht, wird dasselbe mit Metallfolien oder Metallnetzen im Trog genau nachgebildet. Der Trog wird möglichst direkt mit der Erde verbunden, da an seinen oberen Rändern die Einrichtungen für die Mess-Sondenverschiebung befestigt sind.

Den Elektrolyten wählt man nach der gewünschten, nach dem Original berechneten Leitfähigkeit, die man zwischen 3000 Ωm und 0,013 Ωm wählen kann. Tabelle I gibt einige der gebräuchlichsten Elektrolyten an. Bei den meisten Substanzen kann man zudem Zwischenwerte durch Variieren der Konzentration der Lösung erreichen. Die in Tabelle I angegebenen Gewichtsprozente entsprechen der optimalen Lösung zur Erreichung der grössten Leitfähigkeit bei einer Temperatur von 18 °C [2].

Angaben der gebräuchlichen Elektrolyten

Tabelle I

Substanz	P %	γ 1/Ωcm	ϱ Ωm
Tridestilliertes Wasser	—	0,0000033	3000
Leitungswasser	—	0,00025	40
CH_2O_2 (Ameisensäure)	32	0,01	1
$Cu\,SO_4$ (Kupfersulfat)	34	0,048	0,208
Na_2CO_3 (Soda)	15	0,0836	0,12
NaCl (Salzwasser)	26,4	0,2156	0,05
KI (Kaliumjodid)	50	0,392	0,0255
NH_4Cl (Amonchlorid)	25	0,403	0,0248
KOH (Kaliumhydroxyd)	29,4	0,544	0,0184
H_2SO_4 (Schwefelsäure)	30	0,7398	0,0135

P Gewichtsprozente des wasserfreien Elektrolyten in 100 Teilen der Lösung.
γ Leitfähigkeit in $(\Omega cm)^{-1}$ bei 18 °C.
$\varrho = 1/\gamma$ spezifischer Widerstand in Ωm.

Die Modell- und Gegenelektrodenmaterialien benötigen ebenfalls eine sorgfältige Auswahl. Besonders wenn man mit Gleichspannung arbeitet, kann im elektrolytischen Trog eine Elektrolyse entstehen. Das bedingt, dass man chemisch sehr beständige Metalle verwendet. Kupfer und Aluminium zum Beispiel zeigen schon nach kurzer Zeit Änderungen im Übergangswiderstand, der erst nach Wochen einigermassen zum Stehen kommt. Legt man später neuerdings Gleichspannung an, schreitet die Übergangswiderstandsänderung von Neuem fort. Damit keine galvanischen Ströme auftreten, sollte zudem darauf geachtet werden, dass für alle Elektroden dasselbe Metall verwendet wird. Sehr beständig verhält sich Chrom, Chrom-Nickel-Stahl, Silber und Gold in allen Elektrolyten inklusive Schwefelsäure. Es empfiehlt sich somit, die Modelle aus Messing herzustellen und diese danach dick zu verchromen, zu versilbern oder zu vergolden. Als Material für den elektrolytischen Trog und die Gegenelektrodenplatten oder Gitter verwendet man ebenfalls mit Vorteil Chrom-Nickel-Stahl, da ausgedehnte versilberte oder vergoldete Elektroden teuer sind.

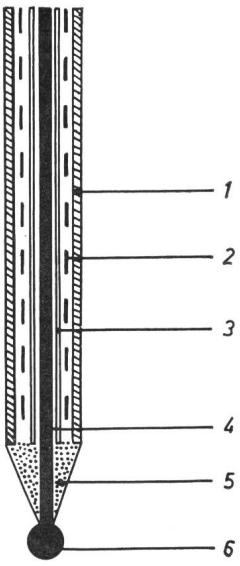

Fig. 1
Meßsonde
1 Glasrohr; *2* geerdete Abschirmung; *3* Isolation; *4* Kupferlitze (Messleitung); *5* Araldit (Vergussmasse); *6* Messkugel

Die Isoliermaterialien, die mit dem Elektrolyten in Berührung kommen, müssen ebenfalls sehr beständig sein. Vor allem sollten keine Chlor-Verbindungen wie PVC verwendet werden, da das Chlor unter der Einwirkung des Stromdurchganges zum Teil frei wird und als sehr aggressives Gas die Elektroden zerstören kann. Gut bewährt hat sich Plexiglas und Polyaethylen. Glas und Porzellan wären natürlich die besten Isolatoren, können aber wegen ihrer Sprödheit nur als Träger oder als Verstrebung verwendet werden.

Als Sonden kommen isolierte und abgeschirmte Drähte mit einer Silberspitze oder einer Chrom-Kugel am Ende in Frage (Fig. 1). Einzig die Chrom-Kugel, die etwa einen Durchmesser von 1 mm aufweist, kommt mit dem Elektrolyten in Berührung. Die Abschirmung der Zuleitung ist nötig, damit sich beim Ändern der Eintauchtiefe der Sonde ihre Kapazität zur Gegenelektrode nicht ändert. Zur Isolation der Abschirmung und zur Erhöhung ihrer mechanischen Festigkeit, kann man die abgeschirmte Kupferlitze in ein Glasröhrchen stecken und mit Araldit vergiessen. Die Sonde muss so befestigt und geführt werden, dass sie im allgemeinen Fall nach allen drei Koordinaten bewegt werden kann und zudem der jeweilige Standort der Mess-Spitze bekannt ist. Dies wird mit drei Gewindewellen mit Kurbeln oder mit drei Schlitten auf Vierkantstäben erreicht, die je die x-, y- und z-Achse darstellen. Die Querschnitte dieser Achsen müssen so gross sein, dass keine Durchbiegung zu befürchten ist. Die Gewindewellen haben den Vorteil, dass man sie mit geeichten Umdrehungszählern koppeln kann, die den Standort der Sondenmesskugel auf allen drei Achsen direkt angeben. Für die Schlitten können Maßstäbe in die Vierkantstäbe eingraviert werden.

Damit die Messung möglichst genau wird, darf die Sondenmesskugel nicht zu gross sein, da sie sonst einen zu grossen Raum im Elektrolyten kurzschliesst. Wenn sie aber zu klein gewählt wird, steigt ihr Ausbreitungswiderstand hyperbolisch an. Es muss hier ein Kompromiss gemacht werden.

Der Ausbreitungswiderstand ist das Verhältnis des Potentials der Elektrode zum abfliessenden Strom:

$$R_e = \frac{V_e}{i_e}$$

Bei einer Kugel ist:

$$V_e = \frac{1}{4\pi\gamma} \int_r^\infty \frac{di}{r}$$

wobei r den Radius der Kugel, γ den Leitwert des Elektrolyten darstellt.

So wird für die Kugel:

$$R_e = \frac{\varrho}{4\pi r}$$

Um mehrschichtige Dielektrika nachzubilden, bestehen folgende Möglichkeiten: Man kann die Leitfähigkeit γ im Modell abstufen, indem man unter Verwendung eines einzigen Elektrolyten dessen Tiefe h ändert, so dass:

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{h_1}{h_2}$$

wird. Dies ist aber bei komplizierteren Modellen nicht immer möglich und bringt wegen den Randwirkungen und den ungenauen Übergängen eher ungenaue Resultate.

Eine zweite Methode besteht darin, dass man Gelatinen mit der entsprechenden Leitfähigkeit herstellt und sie an Stelle des flüssigen Elektrolyten im Trog einbaut.

Bessere Erfolge erzielt man, indem die Elektrolyte entweder durch isolierende Diaphragmen getrennt werden, die mit vielen separaten metallischen Reitern überbrückt sind, oder durch Verwendung poröser Diaphragmen. Als poröse Stoffe eignen sich vor allem pergamentähnliche Papiere. Die Schwierigkeit liegt in dem zu schliessenden Kompromiss zwischen der Diaphragmaleitfähigkeit und der Diffusionsgeschwindigkeit durch das Diaphragma der Elektrolyte auf beiden Seiten. Bei nicht zu grossen Konzentrationsunterschieden der so getrennten Elektrolyten kann man mehrere Stunden messen, ohne dass die Diffusion einen merklichen Fehler ergibt.

Die Arbeitsweise des elektrolytischen Troges ist nun folgende: Das Modell stellt im Normalfall die innere Elektrode dar, während die Trogwand oder die Platten und Netze der Gegenelektrode entsprechen, die im Extremfall auch den unendlich fernen Punkt darstellen kann. Je nach dem Zweck der Untersuchung speist man die innere Elektrode mit Gleich-, Wechsel- oder Stoss-Spannung. Gleichspannungsmessungen sind heikel, da im Elektrolyten Polarisationseffekte auftreten und die Elektrodenmetalle angegriffen werden. Daher sollten bei Gleichspannungsmessungen die Elektroden aus Reinkohle oder -Graphit hergestellt werden.

Am sichersten arbeitet man mit Wechselspannungen von einigen Hundert Hertz. Wenn der Skineffekt vernachlässigt werden kann, wird am einfachsten mit Industriefrequenz gearbeitet. Auf alle Fälle sollte man sich durch eine Stromspannungsmessung vergewissern, dass man sich noch im linearen Teil der *U-I*-Charakteristik befindet, d. h. dass noch keine Elektrolyse und keine Polarisation stattfindet.

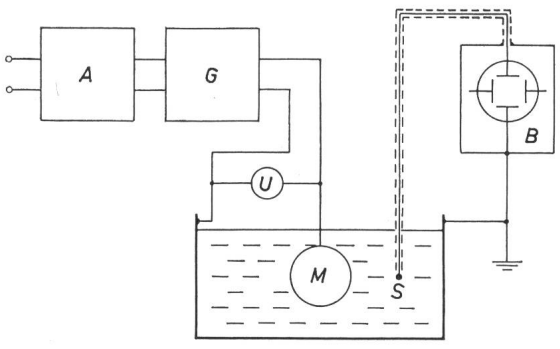

Fig. 2
Direkte Spannungsmessung
A Stabilisator; *B* Kathodenstrahloszillograph; *G* Frequenzgenerator; *U* 100-%-Spannung; *M* Modell; *S* Sonde

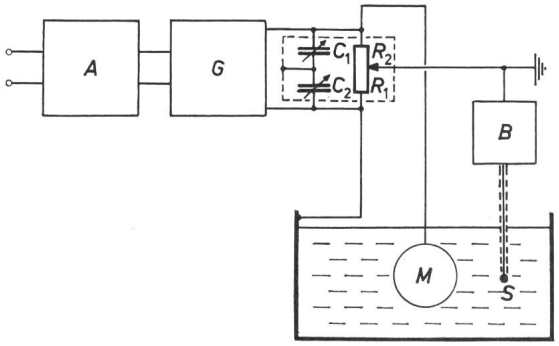

Fig. 3
Kompensationsmethode
A Stabilisator (bei sehr schlechtem Netz); *B* Nullinstrument; *G* Frequenzgenerator; *S* Sonde; *M* Modell; R_1, R_2 Abgleichwiderstände; C_1, C_2 Kompensationskapazitäten

Die Stoss-Spannung erzeugt man mit kleinen Niederspannungsstosskreisen, in denen an Stelle der Funkenstrecken prellfreie Quecksilberschalter eingebaut sind.

Je nach dem spezifischen Widerstand des Elektrolyten verwendet man Spannungen zwischen 20 und 100 V um lokale Erwärmungen zu verhindern. Fliesst nun durch den Elektrolyten ein Strom I, so ordnet sich jedem Punkt im elektrolytischen Trog eine dem Strom I proportionale Stromdichte J zu. Wenn k_1 wieder den Längenmaßstab zwischen Original und Modell darstellt, ist das Strömungsfeld durch Verkleinern aller Abmessungen im Modell um k_1 proportional verkleinert worden. Somit werden die Stromdichten und die elektrischen Feldstärken um k_1^2 vergrössert, die Spannungen hingegen um k_1 verkleinert. Die Proportionalität zwischen dem spezifischen Widerstand des Elektrolyten und der Spannungen und Feldstärken im Modell bleibt in jedem Fall bestehen.

Zur Ausmessung der Felder können zwei Methoden verwendet werden: Die direkte Spannungsmessung (Fig. 2) und die Kompensationsmethode (Fig. 3). In beiden Fällen wird eine stabilisierte Spannung zwischen der innern und der Gegenelektrode angelegt und die Spannungen der verschiedenen Messorte mit einer Sonde gemessen. Bei der ersten Methode wird die Spannung der Sonde mit einem hochohmigen Voltmeter direkt, am besten aber mit einem Kathodenstrahloszillographen (Fig. 2) abgelesen. Diese gemessenen Spannungen werden mit der am Modell angelegten 100-%-Spannung verglichen und die Differenzen am einfachsten in Prozenten angegeben, die dann den Prozenten im Original entsprechen.

Bei der Kompensationsmethode (Fig. 3) wird mittels einer Brückenschaltung dem Messort im elektrolytischen Trog eine Gegenspannung aufgedrückt, bis der Strom, der durch den Nullzweig der Brücke fliesst, verschwindet. Dann wird entweder diese Spannung gemessen oder das Verhältnis der Brükkenwiderstände, das zum Verschwinden des Nullzweigausgleichsstromes führte, abgelesen, wobei $R_1 + R_2 = 100\,\%$ entsprechen. Die im Modell gesuchte Spannung ist dann:

$$\frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\,100\,\%$$

Diese Methode ist grundsätzlich von Spannungsschwankungen unabhängig und benötigt keine genaue Stabilisierung.

Für einen genauen Abgleich ist es nötig, auch die Parallelkapazitäten zu den Trogwänden zu kompensieren. Dazu benützt man eine Kondensatordekade, die je nach den Phasenverhältnissen über den ersten oder den zweiten Zweig der Brückenpotentiometerdekade geschaltet wird, oder einfach

zwei Drehkondensatoren. Als Nullinstrument kann ein Kopfhörer, ein Vibrationsgalvanometer oder ein Kathodenstrahloszillograph verwendet werden. Die Methode ist am genauesten, wenn der Nullzweig geerdet wird. Dies hat den Nachteil, dass der elektrolytische Trog nicht geerdet werden kann, was eine gewisse Vorsicht während den Messungen bedingt.

Für die Ausmessung von Stossvorgängen kommt nur die direkte Spannungsmessung mit einem schnellen Kathodenstrahloszillographen in Frage [3].

4. Beispiele

1. Beispiel: Abbildung eines Blitzschlages in die Erde

Als erstes Beispiel sei die Abbildung eines Blitzschlages in die Erde dargestellt. Um das Abfliessen des Blitzstromes durch die Erde zu erhalten, wird zuerst die Aufladung der Erdoberfläche durch die Gewitterwolken ausgemessen. Die Wolke wird durch eine Metallkugel oder eine Metallplatte nachgebildet, die Erde als Metallebene oder Bergmodell dargestellt. Die statische Feldstärke E_L direkt über dem Erdboden vor dem Blitzeinschlag kann im elektrolytischen Trog ausgemessen werden, indem man die Meßsonde einige mm über der Gegenelektrode (Metallplatte, Bergmodell, Kegel usw.) parallel verschiebt und an verschiedenen Orten die Spannung U_S zwischen der Sonde und der Gegenelektrode bei immer gleich bleibendem Abstand d_S der Sondenmesskugel zur Gegenelektrode misst. Die jedem Messort entsprechende Feldstärke ist somit:

$$E_L = \frac{U_S}{d_S}$$

Aus dieser können die Kapazitäten, die die Wolke gegenüber der Erde aufladen muss, bestimmt werden nach:

$$\Delta Q = C \cdot \Delta U = \Delta A \cdot D$$

und somit wird

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta U} = \frac{D \cdot \Delta A}{\Delta U} = \frac{\varepsilon E_L \cdot \Delta A}{\Delta U}$$

ΔA entspricht der Fläche der Kreisringe, in die die Umgebung des Blitzeinschlages unterteilt wird und mit deren Grösse die Genauigkeit der Nachbildung bestimmt ist.

Mit diesen Kapazitäten C kann man nun der Erdoberfläche eines zweiten Modells die Ladung aufdrücken, indem alle diese

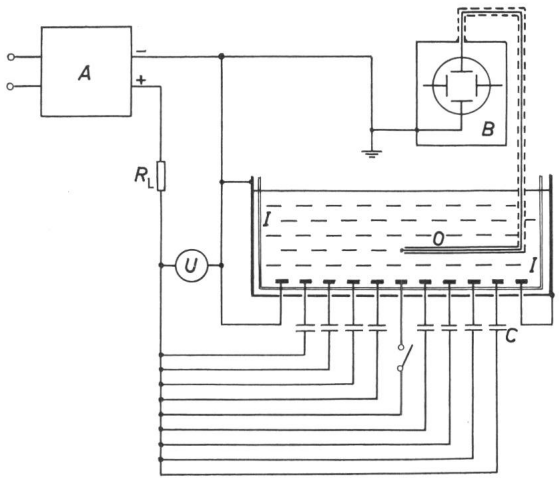

Fig. 4
Stossvorgang im elektrolytischen Trog
A stabilisiertes Netzgerät; *B* Kathodenstrahloszillograph; *O* Stollenmodell; *U* 100-%-Spannung; *I* Trogisolation; R_L Ladewiderstand; *C* Stosskondensatoren

Kondensatoren aus einer Gleichstromquelle (die im Original der Wolkenspannung entspricht) aufgeladen werden (Fig. 4). Beim Entladen dieser Kapazitäten über den Blitzkanal, im Modell eine Drahtverbindung mit einem Schalter, entsteht ein elektrisches Feld im Boden (Elektrolyten) gemäss:

$$E_B = \varrho J$$

Da das ϱ des Bodens und des Elektrolyten bekannt ist, kann somit J die Verteilung des abfliessenden Blitzstromes in die Erde, bestimmt werden.

2. Beispiel: Messungen an Erdungsmodellen

Das Erdungsmodell beliebiger Form wird maßstäblich nachgebildet und als gespiesene Elektrode im Zentrum des Troges befestigt [4]. Die Trogwand stellt den unendlich fernen Punkt dar, was relativ kleine Modelldimensionen zur Folge hat. Es hat sich gezeigt, dass der Abstand zwischen dem Erdungsmodell und dem entferntesten Messpunkt kleiner als der siebente Teil des Abstandes zwischen Modell- und Trogwand sein muss, damit die Randbedingungen auf wenige Prozent genau erfüllt sind und der «unendlich» ferne Punkt des Troges (Randbedingung) die Messung nicht verfälscht.

Der Begriff des Erdungswiderstandes ist, da er sich auf den Potentialbegriff stützt, ein lediglich statischer. Er gilt nur so lange, als die Wirbelströmung in der Umgebung der Erdung keine merkliche Rolle spielt. Bei Hochfrequenzströmen, die zur Erde geführt werden, tritt eine wirksame Erdungsimpedanz auf, die nur für einen bestimmten Pfad einen definierten Wert besitzt, und deren Ohmwert ein Mehrfaches des Erdungswiderstandes sein kann. Mit genauer Berechnung nach der Modelltheorie und mit Hochfrequenzspeisung des Erdungsmodells mit einem *RC*-Generator, kann diese Erdungsimpedanz für jede auftretende Frequenz im elektrolytischen Trog mit guter Genauigkeit gemessen werden. In vielen Fällen kann aber durch Rechnen der Eindringtiefe der Nachweis der Zulässigkeit der Verwendung von niederfrequentem Wechselstrom an Stelle von rasch veränderlichen Strömen erbracht werden [5].

Weitere Beispiele bilden die Spannungsverteilungen an Stoßspannungsteilern, Isolatorenketten, Durchführungen, in Transformatorenwicklungen, in Gebirgsstollen bei Blitzeinschlägen in die Gesteinsüberdeckung, in Stollen mit Geleisen, die an einer Kraftwerkerdung angeschlossen sind im Moment eines Erdkurzschlusses, Feldverzerrungen durch Erdseile und hohe Türme [6], usw.

5. Weitere Anwendungen

Genau so wie für elektrische Felder kann der elektrolytische Trog auch zur Ausmessung von magnetischen Feldern verwendet werden. Durch Abtasten der Spannung im Modell wird die Verteilung des magnetischen Flusses bestimmt, zum Beispiel an Magnettonköpfen, an Transformatoren, an Elektronenbeschleunigern der Kernphysik, usw.

Allgemein kann gesagt werden, dass mit dem elektrolytischen Trog alle Laplaceschen Differentialgleichungen im karthesischen Koordinatensystem der Form:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0$$

mit den zugehörigen Randbedingungen gelöst werden können.

Da im elektrolytischen Trog ohne weiteres mehrere Leitfähigkeiten nebeneinander verwendet werden können, gelingt

es, zum Teil sehr komplizierte Probleme auszumessen, die der Rechnung nicht oder nur sehr schwer zugänglich sind.

Zweidimensionale oder rotationssymetrische Probleme können auch mit Hilfe des Widerstandspapieres ausgemessen werden. Das Arbeitsprinzip ist dasselbe wie im elektrolytischen Trog, nur tritt an Stelle des flüssigen Elektrolyten das Kohlegraphitpapier. Die Messgenauigkeit ist aus zwei Gründen schlechter als im Trog: Das Widerstandspapier ist druckempfindlich gegenüber dem Meßstift und zudem ist der Widerstand quer zur Walzrichtung in der Grössenordnung von 10 % verschieden vom Widerstand längs des Papieres. Der Vorteil des Widerstandspapieres liegt darin, dass ganz beliebige Elektroden mit Leitsilber aufgemalt werden können, und dass unterschiedliche Leitfähigkeiten einfach durch feine Lochungen im Papier zu erreichen sind.

Das Widerstandsnetz arbeitet genau gleich, aber mit diskreten Maschenweiten.

Ebenfalls zweidimensional ist die Gummimembrane, bei der die Randbedingungen durch senkrechtes Auslenken einer gleichmässig gespannten Gummihaut eingegeben werden.

Literatur

[1] *P. A. Abetti:* Transformer Models for the Determination of Transient Voltages. Trans. AIEE Power and Apparatus Systems 72(1953)6, S. 468...475.

[2] *Landolt-Börnstein:* Zahlenwerte und Funktionen aus Physik, Chemie, Astronomie, Geophysik und Technik. 6. Auflage. 2. Band: Eigenschaften der Materie in ihren Aggregatzuständen. 7. Teil: Elektrische Eigenschaften II. (Elektrochemische Systeme). Springer Berlin 1960.

[3] *K. Berger:* Notwendigkeit und Schutzart metallischer Mäntel von Sekundärkabeln in Höchstspannungsanlagen und in Hochgebirgsstollen, als Beispiel der Schutzwirkung allgemeiner Faradaykäfige. Bull. SEV 51(1960)11, S. 549...563.

[4] *K.-H. Feist:* Einsatz des elektrolytischen Troges zur Lösung von Aufgaben der Erdungsprojektierung und anderer Probleme der Netzplanung. Siemens Z. 33(1959)7, S. 444...450.

[5] *K. Berger:* Blitzschutzprobleme bei Stollenbauten und Stollenkabeln im Gebirge. Schweiz. Bauztg. 81(1963)21, S. 377...380.

[6] *F. Schwab:* Berechnung der Schutzwirkung von Blitzableitern und Türmen. Bull. SEV 56(1965)17, S. 678...683.

Adresse des Autors:

F. Schwab, dipl. Ingenieur ETH, Hochspannungs-Laboratorium der ETH, Gloriastrasse 35, 8006 Zürich.

Messung kleinster Gleichspannungen

Von *R. Mäusl,* München

621.317.32.024

Das Problem der Messung von kleinsten Gleichspannungen führt wieder zu der Verstärkung derselben. Ausgehend vom direktgekoppelten Widerstandsverstärker zeigt sich eine erste Grenze für die zu verstärkende Gleichspannung in der Drift des Verstärkers. Durch die Verwendung des Differenzverstärkers wird eine wesentliche Reduzierung der Driftspannung erreicht. Selbst mit Transistoren lassen sich hierbei sehr stabile Gleichspannungsverstärker aufbauen. Einen weiteren Schritt zu niedrigeren Spannungen hin ermöglicht der Zerhacker-Verstärker. Es werden dabei die verschiedenen Möglichkeiten von Zerhackern mit ihren Vor- und Nachteilen besprochen. Die unterste Grenze der noch messbaren Spannung ist jedoch durch die auftretenden Kontakt- und Thermospannungen bedingt.

Le problème de la mesure des tensions continues les plus basses conduit toujours à un renforcement de ces dernières. Partant d'un amplificateur à résistance connecté directement, une première limite s'impose à l'amplification de la tension continue par l'espace de glissement de l'amplificateur. Lors de l'utilisation d'un amplificateur différentiel on obtient une réduction sensible de la tension de glissement. Dès lors, même des transistors permettent de construire des amplificateurs à tension continue très stables. Un autre pas en vue de réaliser des tensions plus basses peut être réalisé grâce aux amplificateurs-vibreurs. L'auteur décrit les divers convertisseurs-vibreurs avec leurs avantages et leurs inconvénients. La limite la plus basse d'une tension encore mesurable est toutefois motivée par les tensions de contact et les tensions thermoélectriques, survenant lors des mesures.

Wie bereits in einem vorangegangenen Aufsatz erörtert wurde [1]), erweist sich die Spannungsmessung als das Hauptaufgabengebiet innerhalb der elektrischen Messtechnik. Neben der Aufnahme von Wechselspannungen an den verschiedensten Stellen müssen auch Gleichspannungen über einen weiten Spannungsbereich messtechnisch erfasst werden. Erwartungsgemäss ergeben sich auch hier wieder gewisse Schwierigkeiten bei der Messung von kleinsten Spannungen. Dabei fällt unter diese Problemstellung nicht nur die Anzeige kleinster Gleichspannungen, sondern auch die Auswertung und Weiterverarbeitung dieser Messgrössen. Gerade aber durch den zunehmenden Einsatz von Rechen- und Regelanlagen in elektronisch gesteuerten Vorgängen hat die Technik der Messung und Verstärkung von kleinsten Gleichspannungen in den letzten Jahren eine bedeutende Weiterentwicklung erfahren.

1. Messung von Gleichspannungen

Die Messung von Gleichspannungen kann über ein analog oder digital auswertendes Messgerät erfolgen. Die zu messende Spannung wird bei der analogen Anzeige z. B. einem Drehspulinstrument oder einem ähnlichen Anzeigesystem zugeführt, wobei dann aus dem Zeigerausschlag mittels einer geeichten Skala der Spannungswert abgelesen werden kann. Andernfalls wird die Meßspannung auf ein Digitalvoltmeter gegeben und die gesuchte Grösse erscheint als Zahlenwert am Voltmeter. Beide Verfahren erfordern jedoch eine gewisse Mindestspannung für eine Anzeige des Messwertes. Diese liegt je nach der Empfindlichkeit des verwendeten Voltmeters bei 10 mV bis 1 V. Neben der Spannungsempfindlichkeit wird jedoch auch ein hoher Eingangswiderstand des Messgerätes verlangt, was z. B. von einem Drehspulinstrument nicht erfüllt wird. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit, eine zu messende kleine Gleichspannung über einen Verstärker dem Anzeigesystem zuzuführen.

[1]) Siehe Bull. SEV 57(1966)5, S. 179...182.

2. Verstärkung von Gleichspannungen

Gleichspannungsverstärker werden im Prinzip als Widerstandsverstärker ausgeführt, wobei eine direkte galvanische Kopplung zwischen den einzelnen Stufen vorhanden ist. Die Höhe der erreichbaren Verstärkung ist einerseits von der Stabilität der gesamten Anordnung, anderseits von den verfügbaren Spannungsquellen und der Spannungsfestigkeit der