

# Der vierstrahlige Stern als Filterschaltung

Autor(en): **Herzog, W.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins :  
gemeinsames Publikationsorgan des Schweizerischen  
Elektrotechnischen Vereins (SEV) und des Verbandes  
Schweizerischer Elektrizitätswerke (VSE)**

Band (Jahr): **60 (1969)**

Heft 22

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-916191>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Der vierstrahlige Stern als Filterschaltung <sup>1)</sup>

Von W. Herzog, Mainz

94 - 120

621.372.54

Als Beispiele für Filterschaltungen mit dem vierstrahligen Stern werden Bandfilter, ein Hochpass und Bandsperren berechnet. Polstellen sind nur bei Serienresonanzstellen möglich, so dass die Schaltungen nur bedingt verwendungsfähig sind. Ein erforderlicher Trennübertrager vertritt keine Brückenarme wie äquivalente Brückenschaltungen und verschlechtert somit das Filter nicht. Gegenüber der vollständigen Brücke wird die Hälfte der Elemente oder wenig mehr benötigt.

A titre d'exemples de montages de filtres avec une étoile à quatre branches, on calcule des filtres de bande, une filtre passe-haut et des filtres à élimination de bandes. Des emplacements polaires ne sont possibles qu'aux emplacements de résonance-série, de sorte que les circuits ne peuvent être appliqués qu'avec restrictions. Un transformateur de séparation ne remplace aucune branche de pont à l'instar d'un montage en pont équivalent et ne déprécie de ce fait pas le filtre. Par rapport à un pont complet, on n'utilise que la moitié des éléments ou même moins.

## 1. Zum Problem

Es gibt Schaltungen, deren Zweige wirksamer sind als in anderen Schaltungen. Beispielsweise kann in der Filtertechnik die symmetrische Brückenschaltung mit drei verschiedenen Zweigen eine viel günstigere Filterwirkung, bezogen auf die Anzahl der Elemente, erreichen als die Brücke mit zwei verschiedenen Zweigen [1]<sup>2)</sup>. Leider lassen sich damit nicht beliebige Filtereigenschaften erzielen. Eine Schaltung mit vier Zweigen ist der vierstrahlige Stern [2], der einem Viereck mit

Bartlett in eine Brücke verwandeln und erhält die in Fig. 4 dargestellte Brücke. Die Umwandlung der Dreiecke 1-0-3

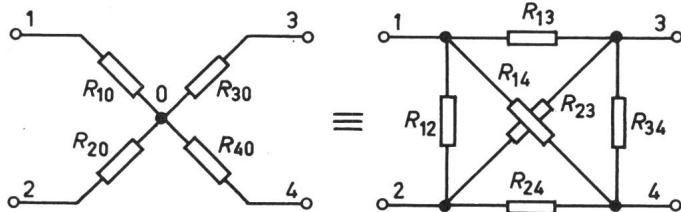


Fig. 1

Vierstrahliger Stern und äquivalente Brücke

sechs Zweigen gleichwertig ist. Fig. 1 zeigt die äquivalenten Schaltungen. Für die Umrechnung gelten die Formeln:

$$R_{\mu\nu} = \frac{R_{v0} R_{\mu 0}}{R_0}$$

$$\frac{1}{R_0} = \sum_{v=1}^4 \frac{1}{R_{v0}} \quad (1)$$

$$\mu, \nu = 1 \dots 4 \quad \mu \neq \nu$$

Als Filterschaltung ist der Stern allein nicht brauchbar, sondern er muss, wie in Fig. 2 gezeigt wird, ergänzt werden. Fig. 2 kann auch als die Serienschaltung zweier  $\Pi$ -Glieder betrachtet werden. Zur grösseren Übersichtlichkeit seien zwei Strahlen gleich gewählt (Fig. 3). Nachteilig bei allen Schaltungen dieser Art ist, dass sie nur an einem Punkt geerdet werden können.

und 2-0-4 in Sterne zeigt Fig. 5. Hier lassen sich leicht Leerlaufwiderstand  $\underline{W}_{11}$  und Kernwiderstand  $\underline{M}$  entnehmen:

$$\underline{W}_{11} = \frac{X_1 (X_1 + 2 X_3)}{2 (X_1 + X_3)} + \frac{X_2 (X_2 + 2 X_4)}{2 (X_2 + X_4)} \quad (2)$$

$$\underline{M} = \frac{X_1^2}{2 (X_1 + X_3)} + \frac{X_2^2}{2 (X_2 + X_4)}$$

Damit erhält man die bereits in Fig. 4 eingezeichneten Brückenarme, die man nach Bartlett auch der Fig. 3 direkt entnehmen kann.

$$\underline{X}_1 = \underline{W}_{11} - \underline{M} = \frac{X_1 X_3}{X_1 + X_3} + \frac{X_2 X_4}{X_2 + X_4} \quad (3)$$

$$\underline{X}_2 = \underline{W}_{11} + \underline{M} = X_1 + X_2$$

Nach den Formeln (3) ist eine stärkere Wirksamkeit der Elemente möglich. Man sieht, dass es sinnvoll ist,  $\underline{X}_1$  und  $\underline{X}_2$  als auch  $\underline{X}_3$  und  $\underline{X}_4$  verschieden zu wählen.

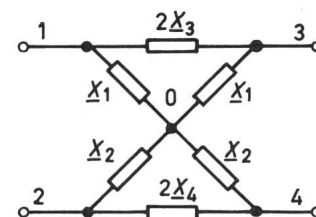


Fig. 3  
Symmetrischer vierstrahliger Stern mit Ergänzungszweigen

Die zu untersuchende Schaltung ist nur bedingt verwendungsfähig. Als Brücke ist sie nicht durchgehend zu erden, so dass erforderlichenfalls ein Trennübertrager benutzt werden

## 2. Der ergänzte vierstrahlige Stern als Vierpol

Der in Fig. 3 gezeigte Vierpol sei auf seine Verwendungsmöglichkeiten als Filter untersucht. Man kann denselben nach

<sup>1)</sup> Mitteilung des Institutes für Elektrotechnik der Universität Mainz.

<sup>2)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

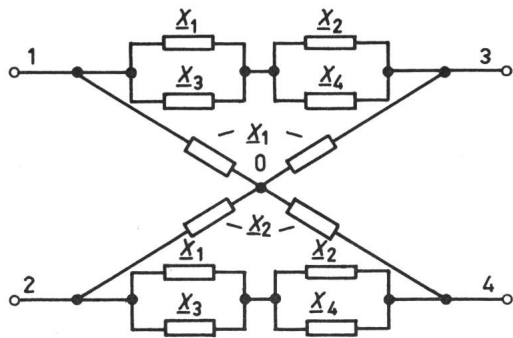


Fig. 4  
Äquivalente Brückenschaltung zu Fig. 3

muss. Ein solcher hat gegenüber den äquivalenten Brücken (z. B. der Differentialbrücke) den Vorteil, dass er keine Brückenarme ersetzen muss, also keine Fehler in die Schaltung bringt.

Zur Bestimmung der Pole liefern die Gln. (3) für  $\bar{X}_1 = \bar{X}_2$  nach einiger Umformung:

$$X_1 X_2 (X_1 + X_2) + X_1^2 X_4 + X_2^2 X_3 = 0 \quad (4)$$

$X_3 = -X_4$  ergibt:

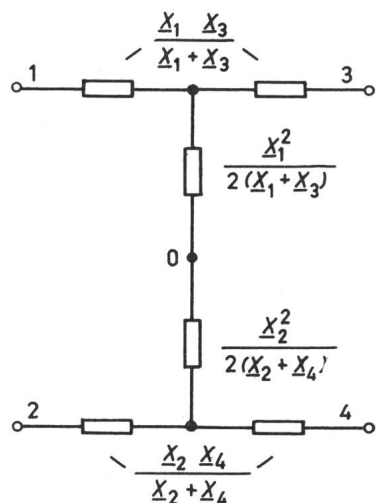
$$X_1 X_2 (X_1 + X_2) + X_4 (X_1^2 - X_2^2) = [X_1 X_2 + X_4 (X_1 - X_2)] (X_1 + X_2) = 0 \quad (5)$$

Für  $X_3 = X_1$  und  $X_4 = X_2$  folgt aus Gl. (4):

$$X_1 X_2 (X_1 + X_2) + X_1^2 X_2 + X_1 X_2^2 = 2 X_1 X_2 (X_1 + X_2) = 0 \quad (6)$$

Man sieht, dass nur die Lösung:

$$X_1 + X_2 = 0 \quad (7)$$



brauchbar ist. Damit sind reelle Polstellen nur möglich, wenn in jedem Zweig mindestens eine Serienresonanzstelle vorhanden ist, die mit der des anderen Zweiges zusammenfällt. Da häufig Filter ohne Polstellen verwendet werden, so kann die Schaltung in Fig. 3 hierbei Anwendung

Fig. 5  
T-Glieder in Reihe aus den Pi-Gliedern in Fig. 3

finden, zumal sie die halbe Elementenanzahl wie eine Brücke oder nur unwesentlich mehr Elemente benötigt.

Es ist möglich, die Zweige  $X_3$  oder  $X_4$  kurzzuschließen oder wegzulassen. Dabei erhält man bekannte Schaltungen. Bei weggelassenem Zweig  $2 X_3$  entsteht die in Fig. 6 wiedergegebene Schaltung, für die in folgendem Abschnitt ein Beispiel gerechnet wird. In den Beispielen werden nur Reaktanzen behandelt, so dass gilt:

$$\underline{X}_i = j X_i \quad i = 1 \dots 4 \quad (8)$$

### 3. Bandfilter aus zwei Induktivitäten und drei Kapazitäten

Die in Fig. 7 gezeigte Schaltung mit den Brückenarmen Fig. 8 stellt ein Bandfilter dar. Für die Brückenarme gilt:

$$X_1 = \omega L_1 \frac{\omega^2 - \omega_{1s}^2}{\omega^2}$$

$$\omega_{1s}^2 = \frac{1}{L_1 (C_2 + C_4)}$$

$$X_2 = \omega L_1 \frac{\omega^2 - \omega_{2s}^2}{\omega^2}$$

$$\omega_{2s}^2 = \frac{1}{L_1 C_2} \quad (9)$$

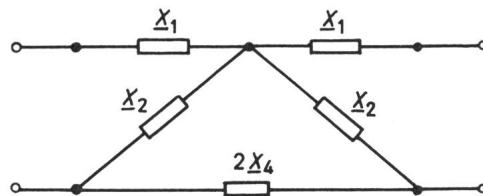


Fig. 6  
Vierstrahliger Stern mit einem Ergänzungswiderstand ( $2 X_4$ )

Der Blindwiderstandsverlauf ist in Fig. 9 aufgezeichnet. Für die Grenzkreisfrequenzen entnimmt man:

$$\omega_1 = \omega_{1s} \quad \omega_2 = \omega_{2s} \quad (10)$$

Die Beziehung  $X_1 = X_2$  zeigt, dass es keine Polstelle gibt. Die Beziehung für die Nullstellen  $\omega_{01}$  lautet:

$$-X_1 X_2 = L_1^2 \frac{(\omega^2 - \omega_{01}^2)(\omega_{01}^2 - \omega_1^2)}{\omega_{01}^2} = R^2 \quad (11)$$

Die Gln. (10) und (11) liefern die Schaltelemente.

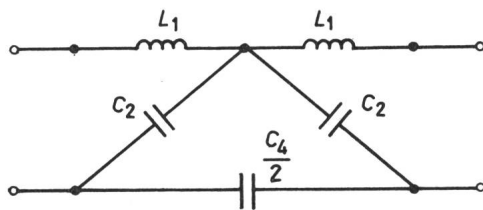


Fig. 7  
Bandfilter

Die Umwandlung des Kapazitätsdreiecks in Fig. 7 in einen Stern erzeugt das in Fig. 10 wiedergegebene T-Glied, das gegenüber Fig. 7 den Vorteil durchgehender Erdung bietet. Die Kapazitäten der Fig. 7 können jedoch wesentlich kleiner sein als die der Fig. 10 und eine erwünschte Raumersparnis bedeuten.

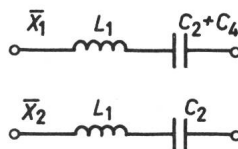


Fig. 8  
Brückenarme zu dem Bandfilter in Fig. 7

### 4. Hochpass aus zwei Induktivitäten und vier Kapazitäten

Entsprechend Fig. 3 bietet Fig. 11 mit den Brückenarmen Fig. 12 die Möglichkeit, einen Hochpass aufzubauen. Hierfür gelten die Formeln:

$$\bar{X}_1 = -\frac{C_2 + C_3 + C_4}{C_3(C_2 + C_4)} \cdot \frac{\omega^2 - \omega_{1s}^2}{\omega^2 - \omega_{1p}^2}$$

$$\omega_{1s}^2 = \frac{1}{L_1(C_2 + C_3 + C_4)} \quad \omega_{1p}^2 = \frac{1}{L_1 C_3} \quad (12)$$

$$\bar{X}_2 = \omega L_1 \frac{\omega^2 - \omega_{2s}^2}{\omega^2}$$

$$\omega_{2s}^2 = \frac{1}{L_1 C_2}$$

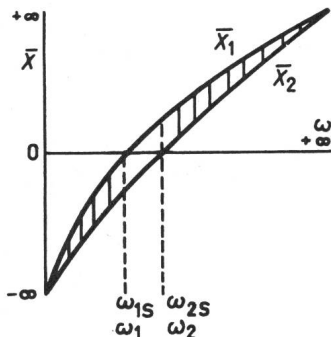


Fig. 9  
Blindwiderstandsverlauf der Brücken-  
zweige Fig. 8 in Abhängigkeit von  
der Kreisfrequenz  $\omega$   
(Sperrbereiche schraffiert)

Zur Erzielung eines Hochpasses kann man die Serienresonanzstellen zusammenfallen lassen ( $\omega_{2s} = \omega_{1s}$ ) oder eine Serien- mit einer Parallelresonanzstelle ( $\omega_{2s} = \omega_{1p}$ ). Nach den Gln. (12) ist ersteres nicht möglich. Es sei daher die Blind-

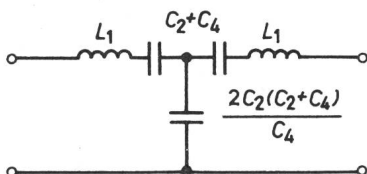


Fig. 10  
T-Glied äquivalent zu dem  
Bandfilter in Fig. 7

widerstandsordnung in Fig. 13 gewählt. Von der Möglichkeit, bei geringer Dämpfungserhöhung die Stellen  $\omega_{2s}$  und  $\omega_{1p}$  etwas auseinanderzuziehen, wird hier kein Gebrauch gemacht.

Die zusammenfallenden Resonanzstellen ergeben:

$$\omega_{2s} = \omega_{1p} \quad C_3 = C_2 \quad (13)$$

Damit sind nur noch drei Größen zu bestimmen.

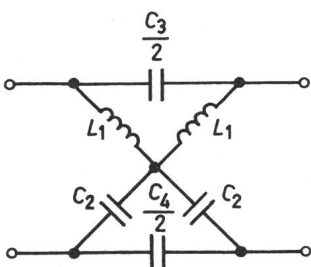


Fig. 11  
Hochpass

Bei gegebener Grenzkreisfrequenz  $\omega_1$  ist:

$$\omega_{1s}^2 = \omega_1^2 = \frac{1}{L_1(2C_2 + C_4)} \quad (14)$$

Für die Nullstellen  $\omega_{01}$  entnimmt man den Gln. (12), (13) und (14):

$$-\bar{X}_1 \bar{X}_2 = \frac{(2C_2 + C_4)L_1}{C_2(C_2 + C_4)} \cdot \frac{\omega_{01}^2 - \omega_1^2}{\omega_{01}^2} = R^2 = \omega_a^2 L_1^2 \cdot \frac{\omega_{01}^2 - \omega_1^2}{\omega_{01}^2} \quad (15)$$

mit der Abkürzung:

$$\omega_a^2 = \frac{2C_2 + C_4}{C_2(C_2 + C_4)L_1} \quad (16)$$

Für die Polstellen  $\bar{X}_1 = \bar{X}_2$  liefern die Gln. (12) bis (16):

$$\frac{\omega_a^2 L_1}{\omega} \cdot \frac{\omega_1^2 - \omega^2}{\omega_{2s}^2 - \omega^2} = \omega L_1 \cdot \frac{\omega_{2s}^2 - \omega^2}{\omega^2} \quad (17)$$

$$\omega^4 - (2\omega_{2s}^2 - \omega_a^2)\omega^2 + \omega_{2s}^4 - \omega_a^2\omega_1^2 = 0$$

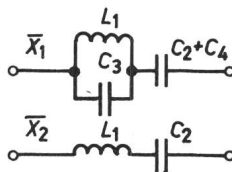


Fig. 12  
Brückenzweige zu dem Hochpass in Fig. 11

mit der Diskriminante:

$$(2\omega_{2s}^2 - \omega_a^2)^2 - 4(\omega_{2s}^4 - \omega_a^2\omega_1^2) = \frac{C_4^2}{L_1^2 C_2^2 (C_2 + C_4)^2} - \frac{4C_4(C_2 + C_4)}{L_1^2 C_2^2 (C_2 + C_4)^2} < 0 \quad (18)$$

Es sind keine reellen Polstellen möglich.

Da erst drei Beziehungen zur Bestimmung der vier Schaltelemente vorliegen, muss noch eine geeignete Größe vorgegeben werden. Zweckmässig ist, die Stelle  $\omega_{2s}$  vorzugeben, da sie im Dämpfungsverlauf eine Nullstelle ergibt.

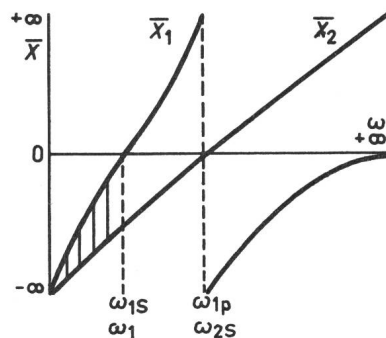


Fig. 13  
Blindwiderstandsverlauf der  
Brückenzweige Fig. 12 in  
Abhängigkeit von der Kreis-  
frequenz  $\omega$

Mit der Abkürzung:

$$R_0^2 = R^2 \frac{\omega_{01}^2}{\omega_{01}^2 - \omega_1^2} \quad (19)$$

berechnet man die Schaltelemente zu:

$$L_1 = \frac{R_0}{\omega_a}$$

$$C_2 = C_3 = \frac{\omega_a}{R_0 \omega_{2s}^2} \quad (20)$$

$$C_4 = \omega_a \frac{\omega_{2s}^2 - \omega_1^2}{R_0 \omega_1^2 \omega_{2s}^2}$$

$$\omega_a^2 = \frac{\omega_{2s}^4}{\omega_{2s}^2 - \omega_1^2}$$

Aus der Formel für  $\omega_a^2$  [Gl. (20)] erhält man:

$$\omega_{2s}^2 = \frac{1}{2} \left[ \omega_a^2 + \sqrt{\omega_a^2 (\omega_a^2 - 4\omega_1^2)} \right] \quad (21)$$

und entnimmt als Bedingung:

$$\omega_a \geq 2\omega_1 \quad (22)$$

Braucht man einen Hochpass ohne Pole, so benötigt die Anordnung in Fig. 11 zwei Induktivitäten und vier Kapazitäten ( $C_2, C_2, C_3/2, C_4/2$ ), während nach Fig. 12 die halbe Brücke bei gleichen Induktivitäten zwar nach Elementenanzahl eine Kapazität weniger, jedoch eine höhere Gesamtkapazität ( $C_2, C_2 + C_4$  und  $C_3$ ) erfordert, abgesehen von dem Differentialübertrager.

Wegen der Umwandlungsmöglichkeit des Kapazitätsdreiecks in einen Kapazitätenstern lässt sich auch die Schaltung in Fig. 11 in ein überbrücktes T-Glied mit durchgehender Erde verwandeln. Die Anordnung in Fig. 11 wurde lediglich gebracht, um ein einfaches Beispiel zu erhalten.

Bei der Bandsperre in folgendem Abschnitt ist eine solche Umwandlung nicht mehr möglich. Hier kann nur eine Brücke oder eine ihr äquivalente Form aufgebaut werden.

### 5. Bandsperre aus drei Induktivitäten und drei Kapazitäten

Die Schaltung in Fig. 14 liefert die Brückenweige in Fig. 15 mit den Elementen:

$$\begin{aligned} X_1 &= -\frac{1}{\omega C_1} \\ X_2 &= \omega L_2 \\ X_3 &= \omega L_3 \\ X_4 &= -\frac{1}{\omega C_4} \end{aligned} \quad (23)$$

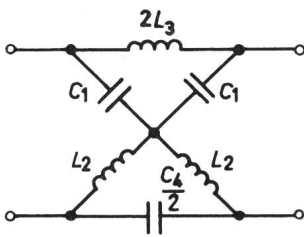


Fig. 14  
Bandsperre

Damit ergeben sich nach Gl. (3) die Brückenweige:

$$\begin{aligned} \bar{X}_1 &= -\frac{1}{\omega C_1} \cdot \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_{1p}^2} - \frac{1}{\omega C_4} \cdot \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_{3p}^2} = \\ &= -\frac{C_1 + C_4}{C_1 C_4 \omega} \cdot \frac{\omega^2 (\omega^2 - \omega_{1s}^2)}{(\omega^2 - \omega_{1p}^2) (\omega^2 - \omega_{3p}^2)} \end{aligned}$$

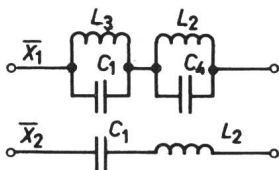


Fig. 15  
Brückenweige zu der Bandsperre  
in Fig. 14

$$\begin{aligned} \omega_{1s}^2 &= \frac{L_2 + L_3}{L_2 L_3 (C_1 + C_4)} \\ \omega_{1p}^2 &= \frac{1}{L_3 C_1} \\ \omega_{3p}^2 &= \frac{1}{L_2 C_4} \\ \bar{X}_2 &= \omega L_2 \frac{\omega^2 - \omega_{2s}^2}{\omega^2} \\ \omega_{2s}^2 &= \frac{1}{L_2 C_1} \end{aligned} \quad (24)$$

Lässt man  $\omega_{1s}$  und  $\omega_{2s}$  nicht zusammenfallen, so entsteht bei geringem Abstand derselben ein kleiner Durchlassbereich mit geringer Dämpfungsabnahme. Zur Vereinfachung sei:

$$\omega_{1s} = \omega_{2s} \quad (25)$$

und damit

$$\frac{L_2 + L_3}{L_2 L_3 (C_1 + C_4)} = \frac{1}{L_2 C_1}$$

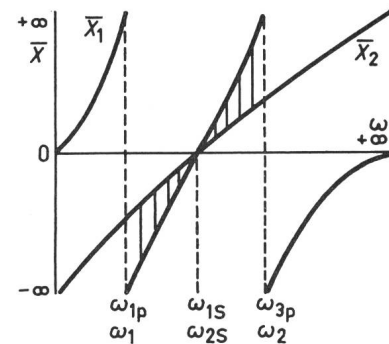


Fig. 16  
Blindwiderstandsverlauf der  
Brückenweige Fig. 15 in  
Abhängigkeit von der Kreis-  
frequenz  $\omega$

entsprechend der Darstellung in Fig. 16. Die Parallelresonanzstellen fallen mit den Grenzfrequenzen zusammen:

$$\frac{1}{L_3 C_1} = \omega_1^2 \quad (26)$$

$$\frac{1}{L_2 C_4} = \omega_2^2$$

Für die Nullstellen liefern die Gl. (24):

$$-\bar{X}_1 \bar{X}_2 = \frac{L_2 (C_1 + C_4)}{C_1 C_4} \cdot \frac{(\omega_{01}^2 - \omega_{1s}^2)^2}{(\omega_{01}^2 - \omega_1^2) (\omega_{01}^2 - \omega_2^2)} = R^2 \quad (27)$$

Zur Vereinfachung setzt man:

$$R^2 \frac{(\omega_{01}^2 - \omega_1^2) (\omega_{01}^2 - \omega_2^2)}{(\omega_{01}^2 - \omega_{1s}^2)^2} = R_0^2 \quad (28)$$

Hierbei entspricht  $R_0$  dem Abschlusswiderstand, für den die Nullstellen nach unendlich gewandert sind.

Aus den Gl. (27) und (28) folgt:

$$\frac{L_2 (C_1 + C_4)}{C_1 C_4} = R_0^2 \quad (29)$$

Die Gl. (25), (26) und (29) gestatten die Berechnung der vier Schaltelemente und der Resonanzfrequenz  $\omega_{1s}$ .

Es ist:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{\omega_1 R_0} \sqrt{\frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_2}} \\ L_2 &= \frac{R_0}{\omega_2} \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1 + \omega_2}} \end{aligned} \quad (30)$$

$$L_3 = \frac{R_0}{\omega_1} \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1 + \omega_2}}$$

$$C_4 = \frac{1}{\omega_2 R_0} \sqrt{\frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_2}}$$

$$\omega_{1s}^2 = \omega_1 \omega_2 \quad (31)$$

und die Brückenweige werden zu:

$$\frac{\bar{X}_1}{R_0} = -\sqrt{\omega_2 (\omega_2 + \omega_1)} \cdot \frac{\omega (\omega^2 - \omega_1 \omega_2)}{(\omega^2 - \omega_1^2) (\omega^2 - \omega_2^2)} \quad (32)$$

$$\frac{\bar{X}_2}{R_0} = \frac{\omega^2 - \omega_1 \omega_2}{\omega \sqrt{\omega_2 (\omega_2 + \omega_1)}}$$

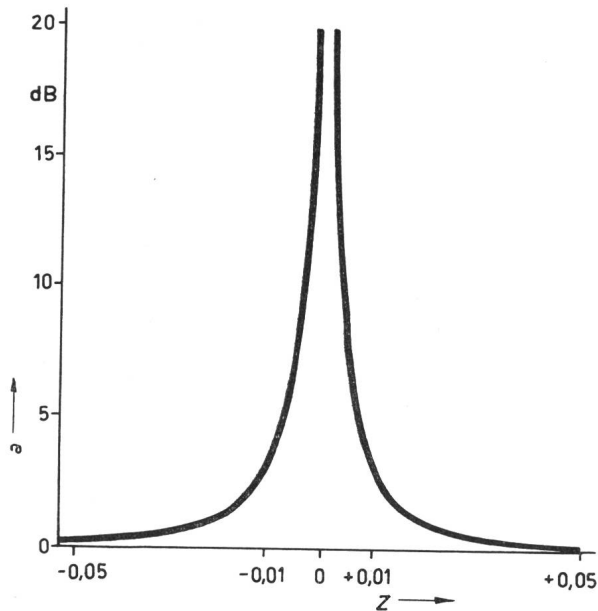


Fig. 17  
Dämpfungverlauf der Bandsperre in Fig. 14

Die Betriebsdämpfung  $a$ :

$$e^a = \sqrt{1 + K^2}$$

$$K = \frac{\frac{\bar{X}_1 \bar{X}_2}{R^2} + 1}{\frac{\bar{X}_2}{R} - \frac{\bar{X}_1}{R}} \quad (33)$$

berechnet sich mit den Gln. (32) aus:

$$K = \frac{(\omega_2 - \omega_1)^2 \sqrt{\omega_2 (\omega_2 + \omega_1)}}{\omega^3} \cdot \frac{1}{(\omega^2 - \omega_1 \omega_2) (\omega^4 + \omega_1 (\omega_2 - \omega_1) \omega^2 + \omega_1^2 \omega_2^2)} \quad (34)$$

Der Nenner sagt aus, dass nur eine reelle Polstelle vorhanden ist.

Mit den bekannten Vereinfachungen [3]:

$$\begin{aligned} \omega^2 &= \omega_0^2 (1 + 2x') \\ \omega_2^2 &= \omega_0^2 (1 + 2\delta') \\ \omega_1^2 &= \omega_0^2 (1 - 2\delta') \\ 2\omega_0^2 &= \omega_1^2 + \omega_2^2 \\ x' &= \frac{x}{f_0} \\ \delta' &= \frac{\delta}{f_0} \\ z &= \frac{x}{\delta} \end{aligned} \quad (35)$$

ergibt sich aus Gl. (34) mit zulässigen Vernachlässigungen:

$$K = -\frac{\sqrt{2} \delta}{f_0} \cdot \frac{1}{z} \quad (36)$$

Gegenüber bekannten Sperrern mit gleichem Frequenzverhalten [3] weist die vorliegende Sperre einen sehr kleinen konstanten Faktor auf. Fig. 17 zeigt den Dämpfungverlauf einer Sperre mit der Konstanten  $\sqrt{2} \delta/f_0 = 1 \cdot 10^{-2}$ .

## 6. Bandsperre aus fünf Induktivitäten und fünf Kapazitäten

Erweitert man die Anordnung in Fig. 14 zur Fig. 18, so ergeben sich die Brückenweige in Fig. 19 und der Blindwiderstandsverlauf gemäss Fig. 20.

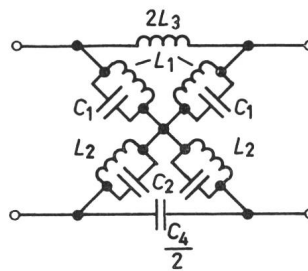


Fig. 18  
Bandsperre mit zwei weitabliegenden Sperrbereichen

Zu dem zu nutzenden Sperrbereich sind zwei weitere Sperrbereiche hinzugekommen, die aber ausreichend entfernt gelegt werden können, so dass sie nicht stören. Ist eine Dämpfungszunahme ausserhalb der Durchlassbereiche zulässig, so wird dadurch der Dämpfungsverlauf des Sperrbereiches günstiger.

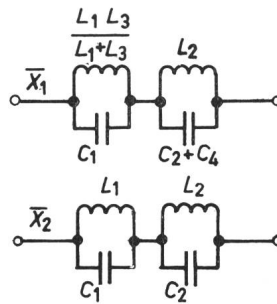


Fig. 19  
Brückenweige zu der Bandsperre in Fig. 18

Für die Brückenweige gelten unter Berücksichtigung der Werte in Fig. 20 die Formeln:

$$\begin{aligned} \bar{X}_1 &= -\frac{C_1 + C_2 + C_4}{C_1 (C_2 + C_4) \omega} \cdot \frac{\omega^2 (\omega^2 - \omega_{1s}^2)}{(\omega^2 - \omega_{1p}^2) (\omega^2 - \omega_{3p}^2)} = \\ &= -\frac{C_1 + C_2 + C_4}{C_1 (C_2 + C_4) \omega} \cdot \frac{\omega^2 (\omega^2 - \omega_{1s}^2)}{(\omega^2 - \omega_1^2) (\omega^2 - \omega_2^2)} \\ \omega_{1s}^2 &= \frac{C_1 \omega_{1p}^2 + (C_2 + C_4) \omega_{3p}^2}{C_1 + C_2 + C_4} = \frac{C_1 \omega_1^2 + (C_2 + C_4) \omega_2^2}{C_1 + C_2 + C_4} \end{aligned}$$

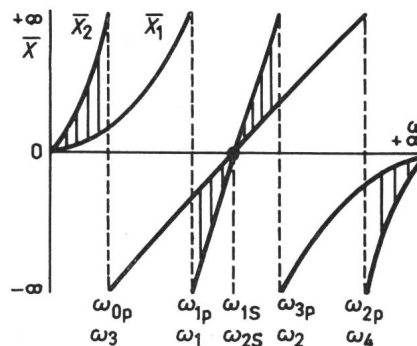


Fig. 20  
Blindwiderstandsverlauf der Brückenweige Fig. 19 in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz  $\omega$

$$\begin{aligned} \omega_{1p}^2 = \omega_1^2 &= \frac{L_1 + L_3}{L_1 L_3 C_1} \\ \omega_{3p}^2 = \omega_2^2 &= \frac{1}{L_2 (C_2 + C_4)} \\ \bar{X}_2 &= -\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 \omega} \cdot \frac{\omega^2 (\omega^2 - \omega_{2s}^2)}{(\omega^2 - \omega_{0p}^2) (\omega^2 - \omega_{2p}^2)} = \\ &= -\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 \omega} \cdot \frac{\omega^2 (\omega^2 - \omega_{1s}^2)}{(\omega^2 - \omega_3^2) (\omega^2 - \omega_4^2)} \end{aligned} \quad (37)$$

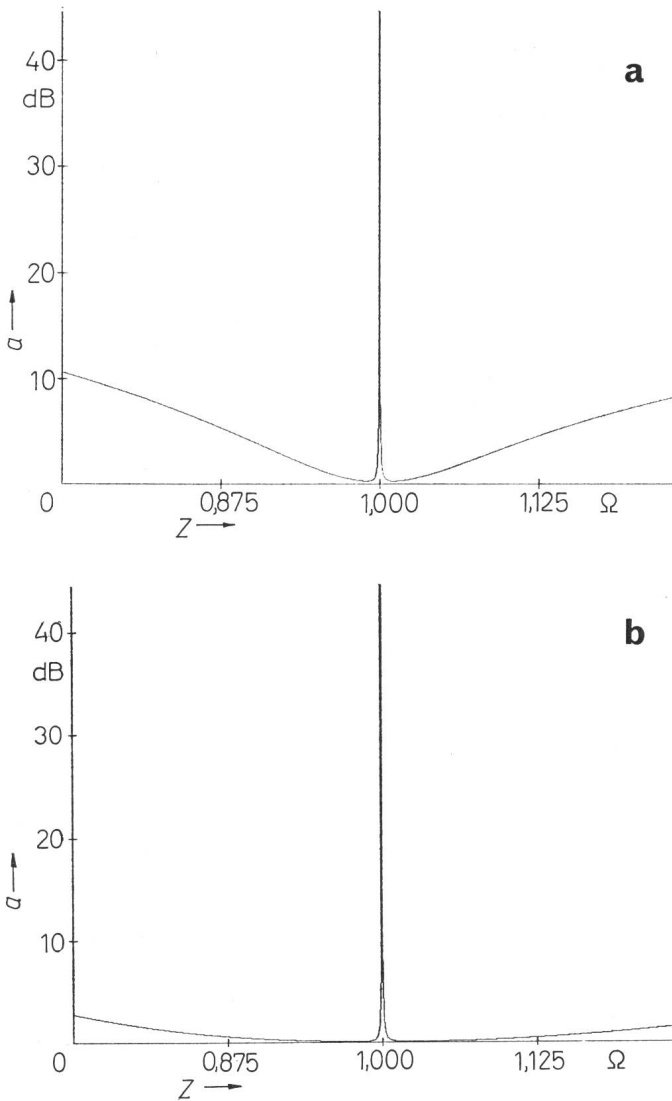


Fig. 21  
Dämpfungverlauf der Bandsperre in Fig. 18  
 $1 + r = 1,05; 1 + s = 1,5$  (a)  
 $1 + r = 1,05; 1 + s = 2$  (b)

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\omega_1^2 \omega_2^2 - \omega_3^2 \omega_4^2 \pm \sqrt{(\omega_1^2 \omega_2^2 - \omega_3^2 \omega_4^2)^2 + 4 \omega_4^2 (\omega_4^2 - \omega_2^2) \omega_2^2 (\omega_1^2 - \omega_3^2)}}{2 \omega_4^2 (\omega_4^2 - \omega_2^2)} = v \quad (45)$$

$$\omega_{2s}^2 = \omega_{1s}^2 = \frac{C_1 \omega_{0p}^2 + C_2 \omega_{2p}^2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 \omega_3^2 + C_2 \omega_4^2}{C_1 + C_2}$$

$$\omega_{0p}^2 = \omega_3^2 = \frac{1}{L_1 C_1}$$

$$\omega_{2p}^2 = \omega_4^2 = \frac{1}{L_2 C_2}$$

Damit liegen bereits fünf Gleichungen vor, entsprechend den gegebenen Grenzen  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  und  $\omega_3$ ,  $\omega_4$  sowie der Bedingung  $\omega_{2s} = \omega_{1s}$ .

Da nur sechs verschiedene Elemente benötigt werden, so genügt als weitere Gleichung die Nullstellenbedingung:

$$-\bar{X}_1 \bar{X}_2 = \frac{(C_1 + C_2 + C_4)(C_1 + C_2)}{C_1^2 C_2 (C_2 + C_4)} \cdot \quad (38)$$

$$\frac{\omega_{01}^2 (\omega_{01}^2 - \omega_{1s}^2)^2}{(\omega_{01}^2 - \omega_1^2) (\omega_{01}^2 - \omega_2^2) (\omega_{01}^2 - \omega_3^2) (\omega_4^2 - \omega_{01}^2)} = R^2$$

Mit der Abkürzung

$$R^2 \frac{(\omega_{01}^2 - \omega_1^2) (\omega_{01}^2 - \omega_2^2) (\omega_{01}^2 - \omega_3^2) (\omega_4^2 - \omega_{01}^2)}{\omega_{01}^2 (\omega_{01}^2 - \omega_{1s}^2)^2 \omega_2^2} = R_0^2 \quad (39)$$

wird Gl. (38) vereinfacht zu:

$$\frac{(C_1 + C_2 + C_4)(C_1 + C_2)}{C_1^2 C_2 (C_2 + C_4) \omega_2^2} = R_0^2 \quad (40)$$

Hierbei ist  $\omega_2^2$  im Nenner von Gl. (39) beliebig gewählt.

Die noch unbekannte Grösse  $\omega_{1s}$  in Gl. (39) lässt sich durch das Verhältnis  $C_2/C_1$  ermitteln, welches im folgenden berechnet sei.

Aus den Formeln (37) seien die erforderlichen Gleichungen zusammengestellt:

$$\omega_{1s}^2 = \frac{C_1 \omega_1^2 + (C_2 + C_4) \omega_2^2}{C_1 + C_2 + C_4} = \omega_{2s}^2 = \frac{C_1 \omega_3^2 + C_2 \omega_4^2}{C_1 + C_2} \quad (41)$$

$$\omega_1^2 = \frac{L_1 + L_3}{L_1 L_3 C_1}$$

$$\omega_2^2 = \frac{1}{L_2 (C_2 + C_4)} \quad (42)$$

$$\omega_3^2 = \frac{1}{L_1 C_1}$$

$$\omega_4^2 = \frac{1}{L_2 C_2}$$

Aus den Gln. (42) kann man leicht entnehmen:

$$\frac{L_1}{L_3} = \frac{\omega_1^2 - \omega_3^2}{\omega_3^2}$$

$$\frac{C_2 + C_4}{C_2} = \frac{\omega_4^2}{\omega_2^2} \quad (43)$$

$$\frac{C_4}{C_2} = \frac{\omega_4^2 - \omega_2^2}{\omega_2^2}$$

und erhält aus Gl. (41):

$$\frac{C_1 \omega_1^2 + C_2 \omega_4^2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 \omega_3^2 + C_2 \omega_4^2}{C_1 + C_2} \quad (44)$$

welche Beziehung eine quadratische Gleichung für das Kapazitätsverhältnis  $C_2/C_1$  erbringt. Die Lösung ist:

Mit der Abkürzung  $v$  folgt aus Gl. (41):

$$\omega_{1s}^2 = \frac{\omega_3^2 + v \omega_4^2}{1 + v} \quad (46)$$

und mit Gl. (40) die Schaltelemente zu:

$$C_2 = \frac{\sqrt{(\omega_2^2 + v \omega_4^2)(1 + v)}}{\omega_2 \omega_4 R_0}$$

$$C_1 = \frac{C_2}{v}$$

$$C_4 = \frac{\omega_4^2 - \omega_2^2}{\omega_2^2} C_2 \quad (47)$$

$$L_2 = \frac{1}{\omega_4^2 C_2}$$

$$L_1 = \frac{v}{\omega_3^2 C_2}$$

$$L_3 = \frac{v}{(\omega_1^2 - \omega_3^2) C_2}$$

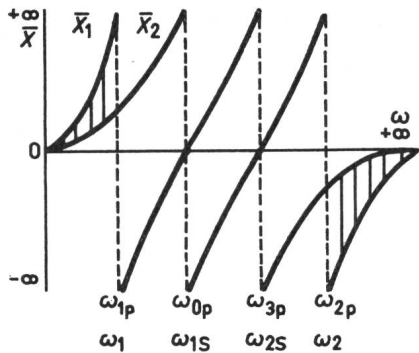


Fig. 22  
Blindwiderstandsverlauf der  
Brückenarme eines Band-  
filters (Fig. 24)

Gl. (45) führt leicht zu der Vereinfachung

$$\omega_3 \omega_4 = \omega_1 \omega_2 \quad (48)$$

welche die Grenzen  $\omega_3$  und  $\omega_4$  geometrisch symmetrisch zu  $\omega_1$  und  $\omega_2$  legt. Damit wird aus Gl. (45):

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\omega_3}{\omega_4} = \frac{\omega_3^2}{\omega_1 \omega_2} = v \quad (49)$$

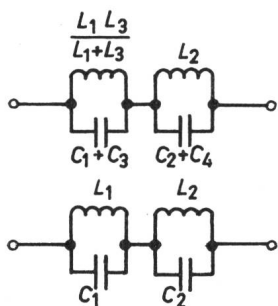


Fig. 23  
Brückenarme des Bandfilters  
in Fig. 22 und 24

Die Brückenarme werden auf die Serienresonanzfrequenzen  $\omega_{1s} = \omega_{2s} = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$  normiert und für die Frequenzverhältnisse Abkürzungen eingeführt:

$$\begin{aligned} \frac{\omega^2}{\omega_1 \omega_2} &= \Omega^2 \\ \frac{\omega_2}{\omega_1} &= 1 + r \\ \frac{\omega_4}{\omega_3} &= 1 + s \end{aligned} \quad (52)$$

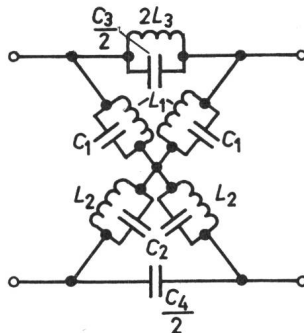


Fig. 24  
Schaltung des Bandfilters  
in Fig. 22 und 23

Damit ändern sich die Brückenarme in:

$$\begin{aligned} \bar{X}_1 &= -\sqrt{1+r} \cdot \sqrt{\frac{2+r}{2+s}} \cdot \frac{\Omega(\Omega^2-1)}{\left(\Omega^2 - \frac{1}{1+r}\right) [\Omega^2 - (1+r)]} \\ \bar{X}_2 &= -\sqrt{1+r} \cdot \sqrt{\frac{2+s}{2+r}} \cdot \frac{\Omega(\Omega^2-1)}{\left(\Omega^2 - \frac{1}{1+s}\right) [\Omega^2 - (1+s)]} \end{aligned} \quad (53)$$

und ergeben für die charakteristische Größe  $K$ :

$$K = -\frac{1}{s-r} \sqrt{\frac{(2+r)(2+s)}{1+r}} \cdot \frac{\left(\Omega^2 - \frac{1}{1+r}\right) [\Omega^2 - (1+r)] \left(\Omega^2 - \frac{1}{1+s}\right) [\Omega^2 - (1+s)] + (1+r)\Omega^2(\Omega^2-1)^2}{\Omega(\Omega^2-1) \left[\Omega^4 - \frac{2-rs}{(1+r)(1+s)}\Omega^2 + 1\right]} \quad (54)$$

Aus den Gln. (46) und (47) wird:

$$\begin{aligned} \omega_{1s}^2 &= \omega_1 \omega_2 = \omega_3 \omega_4 \\ C_2 &= \frac{1}{\omega_4 R_0} \sqrt{\frac{(\omega_1 + \omega_2)(\omega_3 + \omega_4)}{\omega_2 \omega_4}} \\ C_1 &= \frac{\omega_4}{\omega_3} C_2 \\ C_4 &= \frac{\omega_4^2 - \omega_2^2}{\omega_2^2} C_2 \\ C_2 + C_4 &= \frac{\omega_4^2}{\omega_2^2} C_2 \\ L_2 &= \frac{1}{\omega_4^2 C_2} \\ L_1 &= \frac{1}{\omega_1 \omega_2 C_2} \\ L_3 &= \frac{\omega_3}{\omega_4(\omega_1^2 - \omega_3^2) C_2} \end{aligned} \quad (50)$$

Für die Blindwiderstände [Gl. (37)] erhält man für den Sonderfall (49):

$$\begin{aligned} \frac{\bar{X}_1}{R_0} &= -\frac{\omega_2}{\omega} \sqrt{\frac{\omega_3(\omega_1 + \omega_2)}{\omega_1(\omega_3 + \omega_4)}} \cdot \frac{\omega^2(\omega^2 - \omega_1 \omega_2)}{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)} \\ \frac{\bar{X}_2}{R_0} &= -\frac{\omega_2}{\omega} \sqrt{\frac{\omega_1(\omega_3 + \omega_4)}{\omega_3(\omega_1 + \omega_2)}} \cdot \frac{\omega^2(\omega^2 - \omega_1 \omega_2)}{(\omega^2 - \omega_3^2)(\omega^2 - \omega_4^2)} \end{aligned} \quad (51)$$

Die Polstellen sind imaginär.

Die Gleichung für die Nullstellen lautet:

$$\begin{aligned} \Omega^8 - a\Omega^6 + b\Omega^4 - a\Omega^2 + 1 &= 0 \\ a &= \frac{1}{1+r} + \frac{1}{1+s} + 1 + s \end{aligned} \quad (55)$$

$$b = \left(\frac{1}{1+r} + 1 + r\right) \left(\frac{1}{1+s} + 1 + s\right) - 2r$$

und ist als reziproke Gleichung leicht lösbar.

Die Dämpfungskurven wurden für die Werte  $1+r=1,05$ ,  $1+s=1,5$  (Fig. 21a) und  $1+r=1,05$ ,  $1+s=2$  (Fig. 21b) berechnet.

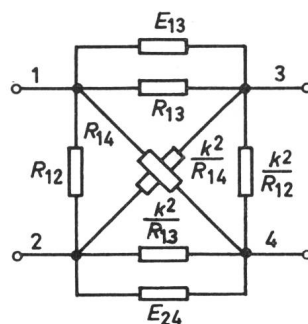


Fig. 25  
Brückenersatzbild des vierstrahligen  
Sterns mit Ergänzungswiderständen  
in Fig. 2



## 7. Umwandlung der Bandsperre in Abschnitt 6 in ein Bandfilter

Kann man in der Anordnung gemäss Fig. 20 zwei Parallelresonanzen verschieben, wie dies Fig. 22 zeigt, so erhält man ein Bandfilter.

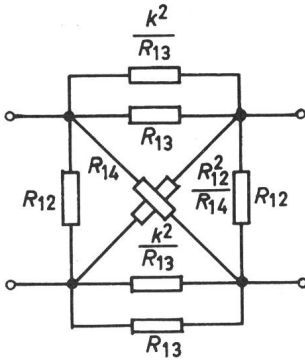


Fig. 26  
Symmetriertes Brückenersatzbild  
in Fig. 25

Während in Fig. 20  $\omega_{1p}$  oberhalb zu  $\omega_{0p}$  liegt, müsste es jetzt umgekehrt sein. Da  $\omega_{0p}$  beliebig verschoben werden kann, genügt es,  $\omega_{1p}$  einen niedrigeren Wert als  $\omega_{0p}$  zu geben. Hierzu verhilft eine Kapazität  $C_3$ , die die Brückenweiche in Fig. 23 ergibt, und aus der in Fig. 24 gezeigten Schaltung gewonnen werden kann. Auf die Berechnung, die leicht durchzuführen ist, sei verzichtet.

## 8. Unsymmetrische Schaltungen

Eine aus vier verschiedenen Strahlen und den Ergänzungswiderständen bestehende Anordnung (Fig. 2) ist äquivalent der in Fig. 25 wiedergegebenen Brücke mit parallelliegenden Widerständen am Ein- und Ausgang [2].

Mit den Vereinfachungen:

$$\begin{aligned} R_{12} &= k \\ E_{13} &= \frac{k^2}{R_{13}} \\ E_{24} &= R_{13} \end{aligned} \quad (52)$$

erhält man die in Fig. 26 gezeigte symmetrische Brücke mit drei verschiedenen Zweigen [1] mit gleichen Parallelwiderständen, die viele Möglichkeiten bietet, auf die jedoch hier nicht eingegangen werden soll.

### Literatur

- [1] *W. Herzog*: Symmetrische Vierpole. NTZ 14(1961)10, S. 502...511.
- [2] *W. Herzog*: Zur Umwandlung des n-Eckes in einen n-strahligen Stern. Bull. SEV 60(1969)8, S. 352...354.
- [3] *W. Herzog*: Siebschaltungen mit Schwingkristallen. 2. Auflage. Braunschweig, Vieweg, 1962.

### Adresse des Autors:

Prof. Dr. phil., Dr.-Ing. *W. Herzog*, Direktor des Institutes für Elektrotechnik der Universität Mainz, Anselm Franz v. Bentzel-Weg 12, D-6500 Mainz.



Abgleich eines Hohlleiterfilters mit einem Wobbelmessplatz