Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 61 (1970)

Heft: 16

Artikel: Ein Verfahren zur Korrektur von Fehlerbursts grösstmöglicher Länge

Autor: Ohnsorge, H.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-915965

915-917 + 1165-1166

Ein Verfahren zur Korrektur von Fehlerbursts grösstmöglicher Länge

Von *H. Ohnsorge*, Ulm

681.3.041.5

In der vorliegenden Arbeit wird ein neues Verfahren zur Korrektur von Fehlerbündeln in Binärcodes beschrieben. Es wird zunächst theoretisch gezeigt, dass mit diesem Verfahren Fehlerbursts bis zur Länge m, d. h. bis zur Länge des Redunanzteiles des Codes korrigiert werden können. Anschliessend folgt die Beschreibung einer Realisierungsmöglichkeit des Verfahrens. Die mit diesem Verfahren erreichbare Restfehlerwahrscheinlichkeit wird abgeschätzt. Anschliessend werden die sonstigen Eigenschaften und die Anwendbarkeit des Verfahrens erläutert.

Le présent article décrit un nouveau procédé de correction d'impulsions de défaut dans des codes binaires. On prouve d'abord d'une manière purement théorique que ce procédé permet de corriger des impulsions de défaut jusqu'à la longueur m, c'est-à-dire jusqu'à la partie de redondance du code. On décrit ensuite les possibilités de réalisation du procédé. La probabilité de faute résiduelle obtenue par ce procédé est évaluée. On explique ensuite les autres propriétés et applications du procédé.

1. Einleitung

Über die Korrektur gebündelter Fehler oder Fehlerbursts sind bereits eine Reihe von Arbeiten erschienen, z. B. [1] bis [3][1]). Besonders das Verfahren von *Fire* zeichnet sich durch geringen Realisierungsaufwand aus, hat aber den Nachteil, dass Bursts nur bis zur Länge $B \leq 1/3\ m$ korrigierbar sind, wobei m die Zahl der Prüfzeichen ist, die der gewählte Code besitzt. Bessere Verfahren erfordern meist einen erheblich höheren Aufwand als das Verfahren von *Fire*. In dieser Arbeit wird ein neues Fehlerburst-Korrekturverfahren beschrieben, das nur mit einem geringfügig grösserem Aufwand als das Fire-Verfahren arbeitet, dafür aber Bursts bis zur Länge $m - \varepsilon$ korrigiert. Das Verfahren hat ausserdem den Vorteil, dass die Wahrscheinlichkeit für eine fehlerhafte Korrektur proportional $2^{-\varepsilon}$ fällt, so dass man leicht eine beliebig kleine Wahrscheinlichkeit für den kritischen Fall erreichen kann, dass ein fehlerhaftes Codewort an die Datensenke gelangt. Der Aufwand steigt bei diesem Verfahren wie bei *Fire* linear mit der Codewort- oder Blocklänge n an. Das Verfahren setzt die Verwendung zyklischer Codes voraus, allerdings ist es für jeden zyklischen Code einsetzbar. Neu ist dabei, dass zur Kennzeichnung von Ort und Länge des Bursts im Codewort Mittel verwendet werden, die unabhängig von dem verwendeten Code sind, und dass mit Hilfe dieser Mittel eine Nulltestlogik adaptiv gesteuert wird.

2. Die theoretischen Grundlagen

Obgleich die Theorie zur Behandlung zyklischer Codes an vielen Stellen beschrieben ist, z. B. [1], wird für die leichtere Lesbarkeit der Arbeit das wesentliche Rüstzeug in folgendem nochmals kurz zusammengefasst. Dabei wird auch gezeigt, dass durch eine Polynom-Division aus dem fehlerhaften Codewort jeder Fehlerbursts bis zur Länge m als Restpolynom bestimmt werden kann, wenn der Beginn des Bursts bekannt ist. Folgen von Binärzeichen x_1; x_2; ... x_n, werden als Polynom

$$f(X) = x_1 X^{n-1} + x_2 X^{n-2} + \ldots + x_n X^0 \qquad (1)$$

beschrieben, wobei X ein Operator und x_i die Zeichen der Binärfolge sind.

Der Code wird durch ein sog. Generatorpolynom

$$g(X) = d_1 X^m + d_2 X^{m-1} + \ldots + d_{m+1} X^0 \qquad (2)$$

erzeugt, wobei $g(X)$ das Polynom $X^n - 1$ ohne Rest teilen muss, wenn ein zyklischer Code durch $g(X)$ erzeugt werden soll. Eine für das behandelte Burstkorrekturverfahren wichtige Eigenschaft zyklischer Codes ist, dass durch zyklische Verschiebung eines Codeworts wieder ein Codewort entsteht, d. h. wenn die Folge $\{x_1, x_2 \ldots x_n\}$ ein Codewort ist, so stellen auch $\{x_n\, x_2 \ldots x_1\}$ und $\{x_{n-1}\, x_n, x_3 \ldots x_1, x_2\}$ usw. Codewörter dar. Ein Codewort wird gebildet, indem man das Polynom $K(x) = x_1 X^{K-1} + x_2 X^{K-2} \ldots x_K X^0$ das K Informationszeichen symbolisiert durch $\frac{g(X)}{X^m}$ dividiert und den Rest der Division zu $X^m K(X)$ addiert, also:

$$\frac{X^m K(X)}{g(X)} = q_1(X) + \frac{r_1(X)}{g(X)} \qquad (3)$$

$$X^m K(X) - r_1(X) = q(X) \cdot g(X) = S(X) \qquad (4)$$

bildet, wobei die Koeffizientenoperationen mod 2 durchzuführen sind, d. h. die Koeffizienten x_i werden als Elemente des Galois-Feldes GF(2) behandelt. $S(X)$ entspricht dem gesendeten Codewort, die ersten K-Koeffizienten sind dabei die Informationszeichen, die weiteren m-Koeffizienten bilden die Prüfzeichen. Die Division wird durch ein rückgekoppeltes Schieberegister in bekannter Weise durchgeführt [1], dessen Rückkopplungen durch $g(X)$ bestimmt sind. Nach ausgeführter Division bilden die Werte 0 oder 1 in den Registerstufen die Koeffizienten des Restpolynoms $r_1(X)$.

Als Fehlerburst $B(X)$ wird die Folge von Binärzeichen vom ersten bis zum letzten Fehler im Codewort bezeichnet, die durch Störung der Übertragung entstehen. Ein Empfangswort kann als Summe von Codewort und Fehlerburst in der Form

$$E(X) = S(X) + X^j B(X) \qquad (5)$$

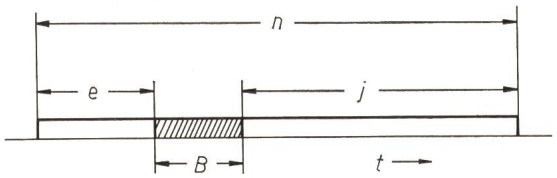
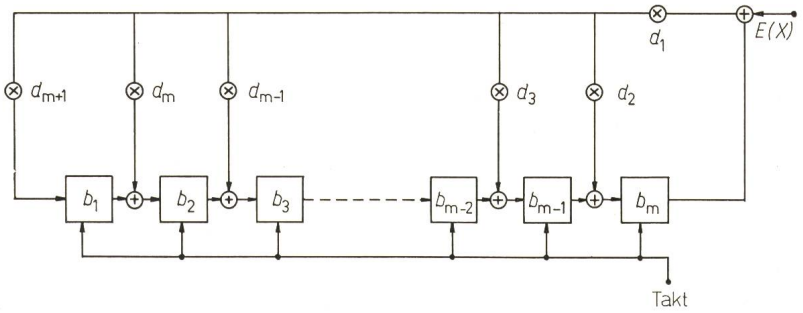


Fig. 1
Darstellung eines Fehlerbursts im Codewort
e Zahl der fehlerfreien Binärzeichen vor Beginn des Fehlerbursts; *j* Zahl der fehlerfreien Binärzeichen nach dem Fehlerburst im Codewort; *n* Codewort der Länge; *t* Zeit; *B* Länge des Fehlerbursts

[1]) Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

Fig. 2
Rückgekoppeltes Schieberegister zur Bestimmung des Restes von $E(X)/g(X)$

$d_1 = 1$ bedeutet eine einfache Durchschaltung der zugehörigen Rückführleitung;
⊗ Multiplizierer bzw. Aus-Ein-Schalter;
⊕ Modulo-2-Addierer



geschrieben werden, wenn der letzte Fehler in der Position $n - j$ im Codewort auftritt. Die Länge des Bursts sei B (Fig. 1).

Es soll nun folgende Gleichung bewiesen werden:

$$\frac{X^e X^{m} \cdot E(X)}{g(X)} = q(X) + \frac{X^{m-B} \cdot B(X)}{g(X)} \quad \text{für } B \leqq m \tag{6}$$

In Worten besagt die Gleichung: Beginnt ein Burst in der $(e + 1)$-ten Position eines Codewortes, dann erhält man in den ersten B-Stellen eines Schieberegisters das vollständige Fehlermuster des Bursts, wenn dieses Register das mit X^{m+e} multiplizierte Empfangswort $E(X)$ durch $g(X)$ dividiert, solange die Burstlänge B die Zahl der Prüfzeichen nicht überschreitet.

Zum Beweis dieser Behauptung entnimmt man Fig. 1

$$e + j = n - B \tag{7}$$

und man schreibt die bereits erwähnte Bedingung für zyklische Codes in die Form

$$\frac{X^n - 1}{g(X)} = Y(X) \qquad \text{Rest 0} \tag{8}$$

Nun lässt sich Gl. (6) mit den Gl. (4), (5) und (6) wie folgt umformen:

$$\frac{X^{m+e} E(X)}{g(X)} = \frac{X^{m+e} \cdot S(X)}{g(X)} + \frac{x^{m+n-B} \cdot B(X)}{g(X)} =$$

$$= \frac{X^{m+e} \cdot S(X)}{g(X)} + \frac{x^{m-B}(X^n - 1) \cdot B(X)}{g(X)} + \tag{9}$$

$$+ \frac{X^{m-B} \cdot B(X)}{g(X)} = X^{m+e} \cdot q_1(X) + X^{m-B} \cdot Y(X) \cdot B(X) +$$

$$+ \frac{X^{m-B} \cdot B(X)}{g(X)} = q(X) + \frac{X^{m-B} \cdot B(X)}{g(X)} \qquad \text{q. e. d.}$$

Ein Schieberegister nach Fig. 2 [1] führt die Division nach Gl. (6) durch, wenn man die n Binärzeichen des Empfangswortes $E(X)$ Bit für Bit eingibt und anschliessend ohne weitere Eingabe, das Register um e Takte weiterarbeiten lässt. Der Registerinhalt entspricht dann den Koeffizienten des Polynoms-

$$X^{m-B} B(X) = X^{m-B}(b_m X^{B-1} + b_{m-1} X^{B-2} + \\ + \ldots + b_{m-B+1} X^0) \tag{10}$$

Beim Empfang eines fehlerhaften Codewortes kann man durch die Division

$$\frac{X^m E(X)}{g(X)} = q_2(X) + \frac{r_2(X)}{g(X)} \tag{11}$$

mit dem Kriterium $r_2(X) \neq 0$ zwar feststellen, dass ein Burst im Codewort enthalten ist — solange $X^j B(X)$ kein Codewort darstellt — aber man kennt den Ort des Burstes nicht.

Bildet man durch ein Schieberegister nach Fig. 2, das $r_2(X)$ als Syndrom erhält, $X^i r_2(X) \bmod g(X)$ mit $i = 1, 2, \ldots n$, dann wiederholt sich der Registerinhalt spätestens nach $i = n$ Schritten, denn

$$X^n \cdot r_2(X) = (X^n + 1) r_2(X) - r_2(X)$$

also

$$\frac{X^n r_2(X)}{g(X)} = Y(X) r_2(X) - \frac{r_2(X)}{g(X)} \tag{12}$$

Auch Perioden $< n$ können auftreten. Die Folge der n Syndrome $X^i r_2(X) \bmod g(X)$ $i = 1$ bis n bietet die gesamte Information, die durch das rückgekoppelte Schieberegister aus dem Empfangswort zur Fehlerkorrektur gewonnen werden kann. Für die 2^{m-1} möglichen Bursts der Länge $B \leqq m$ stehen also $n \cdot 2^{m-1}$ Syndrome für die Auswertung zur Verfügung; da nur $2^m - 1$ verschiedene Syndrome möglich sind, ist also in dem betrachteten Kollektiv der $n \cdot 2^{m-1}$ Syndrome im Mittel jedes

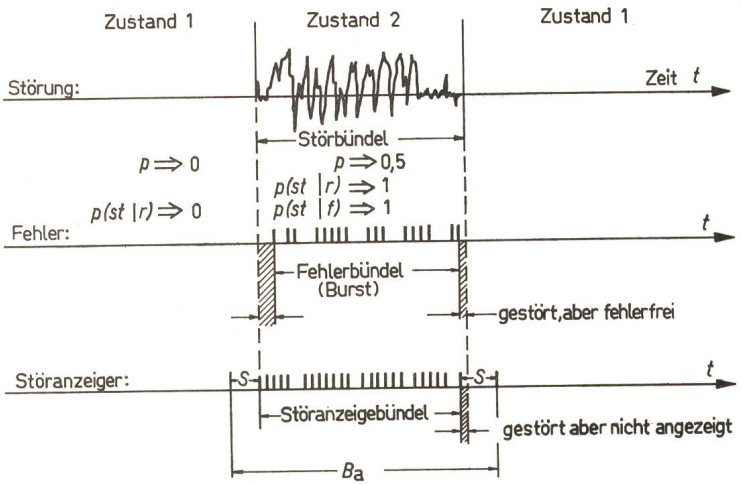
$$\frac{n \cdot 2^{m-1}}{2^m - 1} \approx \frac{n}{2} \tag{13}$$

mal vertreten. In den $n \cdot 2^{m-1}$ Syndromen sind also $\frac{n}{2} \cdot 2^{m-1}$ Syndrome, die gleich einem Burst sind, zu erwarten; also ist im Mittel jedes zweite Syndrom ein mögliches Burstmuster, wenn man Bursts bis zur Länge $B \leqq m$ zulässt. Das Register kann in diesem Fall nur eine Aussage über die Form des Bursts machen, Länge und Lage des Bursts im Codewort müssen daher zumindest näherungsweise mit anderen Mitteln bestimmt werden. Zu diesem Zweck sind Störungsdetektoren (auch Signalqualitätdetektoren genannt) geeignet [4; 5; 6]. Mit einem Störungsdetektor wird ein empfangenes Signal bezüglich der Abweichung von der Sollform beurteilt, ist diese Abweichung zu gross, dann erfolgt Störanzeige. Ein Binärfehler wird auf diese Weise mit der Wahrscheinlichkeit $p(st \mid f)$ angezeigt. Eine Störung, die der Stördetektor erkennt, muss aber nicht mit Sicherheit zur Falschinterpretation des betreffenden Zeichens durch den Empfänger führen, d. h. Störung führt nicht immer zu einem Übertragungsfehler. Daher werden auch Zeichen als gestört angezeigt, die richtig interpretiert wurden; dies geschieht mit der Wahrscheinlichkeit $p(st \mid r)$. Bei burstgestörten Kanälen unterscheidet man zwei Zustände [7; 8]:

1. Zustand «ungestört»
2. Zustand «gestört»

wobei der zweite Zustand durch Störungsbündel entsteht, die die Fehlerbursts hervorrufen, während im ersten Zustand der Kanal nur durch das immer vorhandene Grundgeräusch gestört ist, das zu einer vernachlässigbar kleinen Fehlerwahrscheinlichkeit führt. Für Zustand 1. kann man $p(st \mid r) = 0$ annehmen. Im Zustand 2. ist das Signal- zu Störleistungs-

Fig. 3
Veranschaulichung der Zustände eines bündelgestörten Kanals und der daraus resultierenden Fehlerstruktur und Störanzeige
B_a Länge des angenommenen Fehlerbursts; t Zeit; $2S$ angenommene Differenz zwischen dem Fehlerbündel und dem angezeigten Störbündel



verhältnis S/N im allgemeinen < 1, so dass sowohl $p\,(st \mid r)$ als auch $p\,(st \mid f)$ gegen 1 und die Binärfehlerwahrscheinlichkeit gegen 0,5 streben. Diese Verhältnisse sind in Fig. 3 veranschaulicht.

Der Stördetektor zeigt Beginn und Ende eines Störbündels mit relativ kleiner Toleranz an. Das Fehlerbündel ist kleiner als das Störbündel und mit grosser Wahrscheinlichkeit kleiner oder gleich dem Bündel der Störanzeigen. Ort und Länge des Bursts wird also mit einer gewissen Toleranz S durch den Stördetektor angezeigt. Obgleich meist das Fehlerbündel kleiner sein wird als das Bündel der Störanzeigen, ist S positiv anzunehmen, um sicher zu gehen, dass der abgesuchte Bereich alle Fehler umfasst, die zum Bündel gehören, da sonst falsche Korrektur erfolgt.

3. Prinzip des Fehlerkorrekturverfahrens

Die Burstkorrektur geschieht nun in folgender Weise:

Durch einen Stördetektor wird bei Empfang eines Wortes die Voraussage gemacht «ein Fehlerburst beginnt in der Position $e_{st} + 1$ und endet in der Position $n - j_{st}$», wenn in diesen Positionen die erste und letzte Störanzeige im Empfangswort entsteht.

Ist $r_2(X) \neq 0$, dann wird die Annahme getroffen, dass der Burst mit der Position $e_{st} + 1 - s$ beginnt und die Länge

$$B_a = n - e_{st} - j_{st} + 2s \tag{14}$$

hat.

Mit dem rückgekoppelten Schieberegister wird nun

$$X^{e_{st}-s}\, r_2(X) \bmod g(X) \tag{15}$$

gebildet. War die getroffene Annahme richtig, dann weisen nun die letzten $m - B_a$ Registerstufen die Stellung «0» auf, und die erste Registerstufe steht auf «1». Entsprechend Fig. 3 beginnt der Burst aber mit grosser Wahrscheinlichkeit erst in einer Position mit der Nummer $> e_{st} + 1 - s$. Man lässt daher das Register um $2S$ Takte weiterrechnen und prüft bei jedem Takt die erste und die $m - B_a$ letzten Stufen. Steht das Burstmuster am Ende des Registers, dann wird es ohne Strukturänderung durch das Register geschoben, bis der Burstanfang in der ersten Stufe des Registers steht. Ist nach den weiteren $2S$-Versuchen das Ereignis:

erste Stufe «1»; die letzten $m - B_a$ Stufen «0»

nicht eingetreten und stehen danach die erste Stufe auf 0 und die letzten $m - B_a$ Stufen nicht auf 0, dann kann angenommen werden, dass der Burst zwar im Register steht, aber noch nicht bis in die ersten B Stufen vorgeschoben ist. Nach den $2S + 1$-Versuchen kann daher das Register noch so lange weitergeschoben werden, bis die erste Stufe auf 1 steht; ist in diesem Falle der Registerinhalt der letzten $m - B_a$ Stufen $\neq 0$, dann liegt ein nichtkorrigierbarer Burst vor.

Tritt das Ereignis:

erste Stufe «1»; die letzten $m - B_a$ Stufen «0»

bei den $2S + 1$-Versuchen mehrmals auf, dann kann keine eindeutige Entscheidung getroffen werden, und auch in diesem Falle sind die Fehler im Codewort nicht korrigierbar. Dieser Fall kann z. B. auftreten, wenn neben dem angezeigten Burst noch Einzelfehler im Empfangswort sind, die nicht vom Stördetektor aufgezeigt wurden oder durch irrtümliche Störanzeige der Fehlerburst völlig falsch vorausgesagt wurde.

Hat der Stördetektor $B_a > m + 2S$ angezeigt, dann ist die tatsächliche Burstlänge B vermutlich grösser als m, diese Empfangswörter werden sofort als nicht korrigierbar verworfen.

Im Bereich

$$m \leqq B_a \leqq m + 2S \tag{16}$$

ist die Erkennung des Bursts mit relativ grosser Unsicherheit behaftet, da das Kriterium «$m - B_a$ Stufen 0» entfällt. Soll die Wahrscheinlichkeit, dass ein fehlerhaftes Wort an die Senke gelangt, sehr klein sein, dann wird man die Schranke $B_a \geqq m - \varepsilon$ mit $\varepsilon \geqq 1$ für nicht korrigierbare Bursts setzen. Steigendes ε verringert die Restfehlerwahrscheinlichkeit der Daten, die an die Senke gelangen.

Lautet dagegen die Forderung, möglichst alle Bursts, die korrigierbar sind, zu korrigieren, auch unter Verzicht auf eine kleine Restfehlerwahrscheinlichkeit, dann wird man zur Korrektur das Syndrom

$$X^{e\,st}\, r_2(X) \bmod g(X) \quad \text{bei} \quad m \leqq B_a \leqq m + 2S \tag{17}$$

benutzen.

Sind die genannten Kriterien i-Takte nach vollständigem Empfang eines Wortes erfüllt, dann bildet man zur Fehlerkorrektur:

$$E(X) - X^{k-i}\, r_i^*(X) = S^*(X) \tag{18}$$

mit

$$r^*_i(X) = X^i\, r_2(X) \bmod g(X) \tag{19}$$

War $i = e$ und $m \geqq B$, dann ist

$$r_i^*(X) = X^{m-B}\, B(X) \tag{20}$$

und

$$E(X) - X^{k-e}\, X^{m-B}\, B(X) = E(X) - X^j\, B(X) = S(X) \tag{21}$$

das korrigierte Codewort.

4. Eine Realisierungsmöglichkeit des Verfahrens

Das Blockschaltbild des Korrektursystems ist in Fig. 4 dargestellt. Mit dem Takt 1 werden die übertragenen Binärzeichen

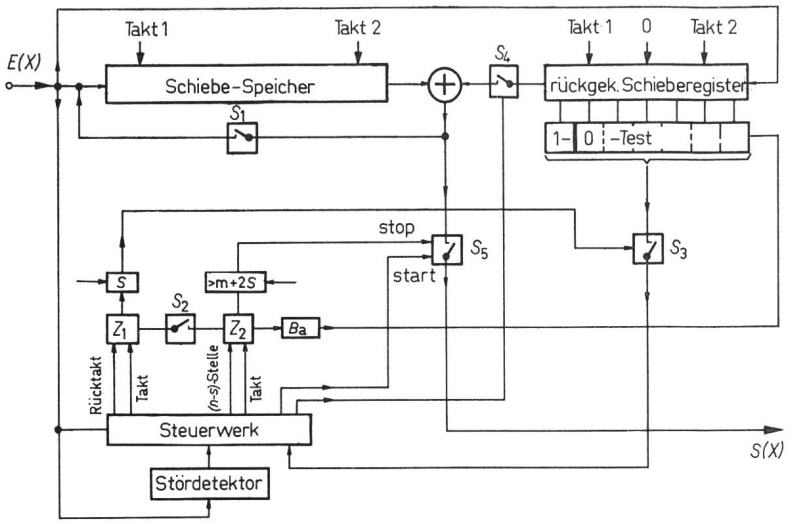


Fig. 4
Blockschaltbild des Burstfehlerkorrekturverfahrens
B_a Steuerung des 0-Tests; $E(X)$ Empfangswort; $S(X)$ korrigiertes Codewort; S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 elektronische Schalter; Z_1, Z_2 elektronische Zähler

in einen Speicher mit n Binärstufen eingegeben, gleichzeitig bildet das rückgekoppelte Schieberegister

$$X^m E(X) \bmod g(X) = r_2(X)$$

Alle Schalter sperren zunächst. Beginnend mit dem ersten Binärzeichen eines Empfangswortes zählt der Zähler Z1 die Takte, bis die erste Stördetektoranzeige erfolgt. Z1 erhält nun keine weiteren Takte und steht auf der Stellung e_{st}. Zähler Z2, der periodisch bis n zählt, wird bei jeder Stördetektoranzeige auf die Stellung $n - s$ zurückgestellt, so dass er nach Empfang des vollständigen Wortes $E(X)$ die Zahl $j_{st} - s$ enthält. Tritt gar keine Störanzeige auf, dann bleiben die Zähler unberücksichtigt. Steht gleichzeitig auch das rückgekoppelte Register auf 0 [$r_2(X) = 0$], dann wird das empfangene Wort als Codewort $S(X)$ an die Senke abgegeben.

Ist ein Burst aufgetreten, dann erfolgt normalerweise Störanzeige, und $r_2(X)$ ist $+ 0$. In diesem Falle werden nun S_1 und S_2 geschlossen und das System erhält den Takt 2. Im Schiebespeicher wird $E(X)$ i Takte zyklisch verschoben, das rückgekoppelte Schieberegister bildet jeweils $X^i r_2(X) \bmod g(X)$. Zähler Z1 zählt rückwärts, bis die Logik S den Zählerstand S anzeigt; Z2 hat die $e_{st} - S$ Takte über Schalter S_2 erhalten und steht nun auf $(j_{st} - S) + (e_{st} - S)$. Die Logik $(> m + 2S)$ prüft, ob $n - (j_{st} + e_{st} - 2S) = B_a > m + 2S$ (oder $> m - \varepsilon$) ist; trifft dies zu, dann wird das im Speicher befindliche Empfangswort nicht an die Senke abgegeben, d. h. S_5 bleibt gesperrt, bis das nächste Empfangswort verarbeitet wird. Ist $n - (j_{st} + e_{st} - 2S) = B_a \leqq m - 2S$, dann schaltet die Logik B_a den 1-Test an die erste Stufe und die letzten $m - B_a$-Stufen des Schieberegisters an die 0-Testlogik. Das Ergebnis dieser Tests gelangt jeweils über S_3, der von der Logik S geschlossen wurde, an das Steuerwerk. Das System arbeitet nun mit Takt 2 maximal $2S$ Schritte weiter. Wird dabei einmal der 1- oder 0-Test erfüllt, dann schliesst zu diesem Zeitpunkt S_4, und die Rückkopplung des Schieberegisters wird ausgeschaltet. Der Registerinhalt addiert sich nun mod 2 Bit für Bit zu $E(X)$, so dass nach Gl. (21) $S(X)$ entsteht.

Auf die Eindeutigkeitsprüfung des 1- und 0-Test-Ergebnisses ist hier zur Vereinfachung verzichtet. Diese Prüfung würde erfordern, dass ohne Ausschaltung der Registerrückkopplungen die $2S$-Takte durchlaufen werden, wobei das Steuerwerk die Eindeutigkeit feststellen kann. Lässt man dann das Register $n - 2S$ Takte weiterlaufen, dann steht das System wieder in dem Zustand, den es einnahm, als Z1 auf den Stand S zurückgelaufen war, und der Korrekturprozess kann sich in der vorher geschilderten Weise abspielen, falls Eindeutigkeit erkannt wurde. Andernfalls wird durch S_5 wiederum die Ausgabe des empfangenen Wortes verhindert.

Nach Überlagerung des Bursts aus dem rückgekoppelten Register wird die zyklische Verschiebung fortgesetzt, bis das korrigierte Wort in der ursprünglichen Reihenfolge der Binärzeichen im Speicher steht. Für diesen Prozess sind also insgesamt n Takte (bei Eindeutigkeitsprüfung zu $2n$-Takten) notwendig. Wählt man die Geschwindigkeit von Takt 2 so hoch, dass sich dieser ganze Prozess zwischen dem Empfang zweier aufeinanderfolgender Binärzeichen abspielt, dann kann nun der ursprüngliche Systemzustand hergestellt werden mit der Änderung, dass S_5 geschlossen bleibt und der Speicher das korrigierte Codewort enthält. Die Binärzeichen des folgenden Empfangswortes werden nun mit Takt 1 in den Schiebespeicher eingegeben, während im gleichen Takt das korrigierte Codewort an die Senke gelangt. Stördetektor, Zähler und rückgekoppeltes Schieberegister arbeiten nun wie bei Empfang des ersten Wortes.

Hat der Übertragungskanal die Geschwindigkeit V_k bit/s, dann muss die Geschwindigkeit von Takt 2 etwas höher als V_k[2] (bzw. 2 V_k[2] bei Eindeutigkeitsprüfung) sein.

Ein Burstfehler korrigierender Code korrigiert Bursts bis zu einer bestimmten Länge mit Sicherheit richtig. Z. B. korrigieren Fire-Codes Bursts bis etwa $m/3$ immer richtig. Diese Eigenschaft kann ausgenutzt werden, wenn bei $r_2(X) + 0$ keine Störanzeige im zugehörigen Empfangswort entstand. In diesem Fall muss mit einem Einzelfehler oder einem sehr kurzen Burst gerechnet werden. Der Nulltest wird dann anstatt über $m - B_a$ Stufen z. B. über 2/3 m-Stufen erstreckt, falls ein Fire-Code verwendet wird.

5. Erreichbare Restfehlerwahrscheinlichkeit

Liegt der tatsächliche Fehlerburst der Länge B innerhalb des angenommenen Fehlerbursts der Länge B_a, und ist $B_a \leqq m$, dann wird mit Sicherheit richtig korrigiert, denn der Fehlerburst steht dann nach $e_{st} + 1 - S$-Takten im Schieberegister und wird nur noch bis an den Anfang des Registers geschoben. Durch das «1» Kriterium für die erste Registerstufe werden irrtümliche Zweideutigkeiten ausgeschlossen.

Fehlerhafte Korrektur kann also nur durch Fehler verursacht werden, die ausserhalb der angenommenen Bursts der Länge B_a liegen. Die Wahrscheinlichkeit für ein derartiges Ereignis hängt von der Störstruktur des Übertragungskanals und von der Art des Stördetektors ab; sie sei durch $p_B(\overline{st} \mid f)$ gegeben. Im Idealfall entsprechend dem Gilbertkanal (Fig. 3) ist $p_B(\overline{st} \mid f) = 0$.

Nimmt man an, dass jedes Syndrom gleich wahrscheinlich ist, es trete also mit der Wahrscheinlichkeit auf,

$$p_{syn} = \frac{1}{2^m - 1}$$

dann ist die Wahrscheinlichkeit für das einmalige Ereignis

«erste Stufe 1, die $m - B_a$ letzten Stufen 0»

proportional

$$p_{syn} \cdot 2^{B_a - 1} \approx \frac{1}{2^{m - B_a + 1}}$$

Die Restfehlerwahrscheinlichkeit, mit der ein fehlerhafter Block an die Senke gelangt, ist also proportional

$$p_B(\overline{st}\,|\,f)\,\frac{1}{2^{m - B_a + 1}}$$

bzw. proportional einem Faktor $\leq p_B(\overline{st}\,|\,f)\,\frac{1}{2^{\varepsilon + 1}}$

ist mit $\varepsilon = m - B_{a\,max}$, wenn Bursts nur bis zur Länge $B_{a\,max}$ korrigiert werden sollen. Bei burstgestörten Kanälen muss man oft mit Bursts von einigen hundert Binärzeichen und mehr rechnen. Bei $\varepsilon = 30$ ist aber obiger Faktor bereits $< 10^{-9}$, so dass man mit diesem Verfahren sehr hohe Sicherheit gegenüber irrtümlicher Korrektur erreichen und vor allem bei grossen Codewörtern gleichzeitig Bursts bis annähernd zur Länge m korrigieren kann.

6. Schlussbemerkungen

Das vorliegende Verfahren ist bis zu sehr grossen Blocklängen einsetzbar, da der Aufwand nur linear mit der Blocklänge steigt. Es ist besonders in den Fällen anwendbar, bei denen es in erster Linie darauf ankommt, dass kein fehlerhaftes Codewort an die Senke gelangt. Die Wahrscheinlichkeit dafür hat man durch die Wahl von ε frei beeinflussbar. Gegenüber dem Fire-Verfahren ist der Vorteil die grössere Burstkorrekturfähigkeit, die mit etwas grösserem Aufwand erkauft werden muss und den Einsatz eines Stördetektors erfordert.

Gegenüber einem Verfahren von *Gallager* [9] bietet das Verfahren den Vorteil, dass auch Bursts bis zur Länge von nahezu m mit hoher Sicherheit richtig korrigiert werden und bei Bursts der Länge $> m$ mit grosser Wahrscheinlichkeit kein Korrekturversuch unternommen wird, während bei dem Gallager-Verfahren die Wahrscheinlichkeit für irrtümliche Korrektur bei langen Bursts sehr hoch ist.

Literatur

[1] *W. W. Peterson:* Error correcting codes. Cambridge/Massachusetts, Massachusetts Institute of Technology Press and New York, John Wiley, 1961.

[2] *D. W. Hagelberger:* Recurrent codes: Easily mechanized burst-correcting, binary codes. eBll Syst. Techn. J. 38(1959)7, p. 969...984.

[3] *J. M. Wozencraft* and *B. Reiffen:* Sequential decoding. Cambridge/Massachusetts, Massachusetts Institute of Technology Press and New York, John Wiley, 1961.

[4] *H. Marko:* Systemtechnik der Datenübertragung und Fernsprechtechnik NTF 19(1960), S. 63...69.

[5] *H. Ohnsorge* und *W. Wagner: Zur* Kombination von Störungsdetektoren und redundanten Codes für die Fehlererkennung. AEÜ 21(1967)9, S. 487...492.

[6] *H. Ohnsorge:* Wirksamkeit von Stördetektoren bei Datenübertragung. NTZ 22(1969)2, S. 113...119.

[7] *E. N. Gilbert:* Capacity of a burst-noise channel. Bell Syst. Techn. J. 39(1960)9, p. 1253...1265.

[8] *J. Swoboda:* Ein statistisches Modell für die Fehler bei binärer Datenübertragung. AEÜ 23(1969)6, S. 313...322.

[9] *R. G. Gallager:* Information theory and reliable and communications. New York, John Wiley, 1968.

Adresse des Autors:

Dr. *H. Ohnsorge,* Allgemeine Elektrizitäts-Gesellschaft, AEG-Telefunken-Forschungsinstitut Elisabethenstrasse 3, D–79 Ulm/Donau.

Kurzberichte — Nouvelles brèves

Ein kleines Unterseeboot aus Frankreich mit einer Länge von 27,8 m, einer Breite von 6,8 m und einer Höhe von 8,5 m ist für die Untersuchung des Meeresbodens, für den Einsatz bei Erdölbohrungen und für den Erzgewinn aus dem Meeresboden bestimmt. Zur Energieversorgung im getauchten Zustand ist eine Akkumulatorenbatterie mit einer Kapazität von 1200 kWh vorgesehen. Sie ist in Behältern ausserhalb des Druckkörpers untergebracht. Die Batterie kann dem Unterseeboot im getauchten Zustand während dreier Tage den benötigten elektrischen Strom liefern. Sie wird im aufgetauchten Zustand durch ein Dieselaggregat mit 250 PS Leistung aufgeladen.

Linearmotoren für Schnellbahnsysteme der Zukunft. Elektrische Triebfahrzeuge für den Fern- und Nahverkehr erzeugen ihre Schubkraft heute noch mit rotierenden Motoren und übertragen sie über Zwischengetriebe und Rad auf die Schiene. Insbesondere bei höheren Geschwindigkeiten reicht jedoch die Haftreibung zwischen Rad und Schiene für den Vortrieb nicht mehr aus. Bei künftigen Schnellbahnsystemen für Höchstgeschwindigkeiten ist es deshalb unbedingt notwendig, die Schubkraft direkt zu übertragen.

Für diese Aufgaben eignen sich ganz besonders elektrische Linearmotoren. Sie lassen sich aus den rotierenden Drehstrommotoren ableiten, wobei der Läufer in abgewickelter Form zu einer Längsschiene wird und die Ständerwicklung hufeisenförmig um diese Schiene greift. Diese sogenannte Reaktionsschiene wird entlang der Strecke fest angeordnet, während der Ständer mit der Drehstromwicklung sich auf dem Fahrzeug befindet. Durch die elektromagnetischen Vorgänge zwischen dem Ständer auf dem Fahrzeug und der stationär angeordneten Reaktionsschiene ergibt sich eine Schubwirkung auf das Fahrzeug. Eine elektrische Bremsung ist ebenso möglich.

Im Versuchsfeld des Dynamowerkes Berlin der Siemens AG wurden grundlegende Untersuchungen an verschiedenen Bauformen solcher Linearmotoren durchgeführt. Hierzu wurde eine Modellanlage aufgebaut, bei der verschiedene stationäre Reaktionsschienen in kreisförmiger Anordnung nachgebildet wurden.

Die Untersuchungen zeigten, dass die von Siemens entwickelte Bauform des Synchron-Linearmotors für die Anwendung bei künftigen Schnellbahnsystemen grosse Vorteile in wirtschaftlicher und betriebstechnischer Hinsicht gegenüber den bisher bekannten Bauformen bietet.