Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 63 (1972)

Heft: 16

Artikel: Zur Messung der mittleren Leistung in Fernsprechkanälen

Autor: Fabijanski, J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-915720

Zur Messung der mittleren Leistung in Fernsprechkanälen

Von *J. Fabijanski*

621.395.74:621.317.382

Nähere Betrachtung des Begriffes der «relativen Zeitdauer» des Überschreitens bestimmter Leistungswerte in Fernsprechkanälen nach den Empfehlungen des CCITT und eine strengere Definition dieses Begriffes legen ein quasi-kontinuierliches Messverfahren nahe. Diese Messmethode, gestützt auf den bekannten Satz von Shannon, besteht im wesentlichen in rein rechnerischer Auswertung durch eine Digital-Rechenanlage der numerisch aufgezeichneten Geräusch- bzw. Signalproben.

Un examen de la notion du «pourcentage de temps» de dépassement de certains niveaux de la puissance moyenne dans les voies téléphoniques, spécifiée dans les recommandations du CCITT, et une définition plus exacte de cette notion suggèrent une méthode quasi-continue de la mesure. Celle-ci, fondée sur le théorème d'échantillonnage de Shannon, revient essentiellement au traitement par un ordinateur électronique des échantillons du bruit ou des signaux, enregistrés sous forme numérique.

1. Einleitung

Die Empfehlung G.222 des CCITT [1] [1]) enthält eine Reihe von Bedingungen für die zulässige Geräuschleistung am relativen Pegel Null eines Fernsprechkanals der üblichen Frequenzvielfach-Trägersysteme. Zunächst wird die mittlere (psophometrische) Leistung innerhalb einer Stunde auf 10^4 pW beschränkt. Darüber hinaus darf die in Zeitintervallen von konstanter Länge h gemittelte Leistung bestimmte Werte p höchstens während eines Bruchteils r der Beobachtungszeitdauer H überschreiten. In bezug auf Fernsprechen ist $h = 1$ min., $H = 1$ Monat und für $p_1 = 10^4$ pW und $p_2 = 5 \cdot 10^4$ pW ist entsprechend $r_1 = 0{,}2$ und $r_2 = 0{,}001$. Im Hinblick auf Wechselstromtelegraphie wird noch mit $h = 5$ ms für $p = 10^6$ pW $r = 10^{-4}$ gefordert.

Bemerkenswerterweise wird in [1] ausdrücklich darauf hingewiesen, dass diese Forderungen nur als Zielsetzung für den Entwurf von Weitverkehrssystemen anzusehen sind und nicht etwa als Abnahmebedingungen für konkrete Systeme aufgefasst werden sollen.

Freilich erweisen sich Messungen im Sinne dieser Empfehlung ziemlich umständlich und zeitraubend. Andererseits aber könnte einer technischen Forderung ohne Möglichkeit eines experimentellen Nachweises ihrer Erfüllung kaum praktische Bedeutung beigemessen werden. Es sind auch, in Anlehnung an diese Empfehlung, Versuchsmessungen durchgeführt worden. Die dafür verwendeten, im wesentlichen analogen Messmethoden sind in [2] und [1] beschrieben. Das Problem kann aber nicht als endgültig gelöst gelten und wird vom CCITT, im Rahmen der Question 6/C, weiterhin studiert [1].

In diesem Zusammenhang wird im weiteren auf eine andere, im wesentlichen digitale Methode hingewiesen und die Voraussetzungen für ihre Realisierung werden untersucht.

2. Ermittlung der relativen Zeitdauer des Überschreitens bestimmter Leistungswerte

Die erwähnten, in Anlehnung an die Empfehlung G.222 durchgeführten Messungen [2] können, im wesentlichen, auf das folgende Vorgehen zurückgeführt werden. Die Beobachtungsperiode von der Länge H wird in n_0 disjunkte Zeitintervalle von der Länge h zerlegt. Für jedes dieser *aufeinanderfolgenden* Intervalle $(t - h, t)$ wird (analog) der zur mittleren Leistung proportionale Ausdruck ermittelt:

$$p\,(h, t) = \frac{1}{h} \int\limits_{t-h}^{t} u^2\,(\tau)\,\mathrm{d}\tau \tag{1}$$

Das Verhältnis der Summe von Längen derjenigen n_0' Intervalle, für welche der Ausdruck (1) grösser als ein bestimmter Wert p ist, zur Gesamtlänge H der Beobachtungszeit wird als Schätzung r_0 der relativen Zeitdauer r angenommen, während welcher p überschritten wird.

Beachtenswert ist die Tatsache, dass die Bedingungen der Empfehlung G.222 in zweifacher Weise zeitbezogen sind, und zwar durch die *konstante* Länge des Integrationsintervalls h in Gl. (1) und durch das Argument t, das die Lage dieses Intervalls auf der Zeitachse bestimmt. Durch den Ausdruck (1) wird nämlich jedem Punkt der Zeitachse ein nichtnegativer Wert eindeutig zugeordnet, und zwar die mittlere Leistung *im unmittelbar vorhergehenden* Zeitintervall $[t-h, t]$ [2]), das als rechtsseitig abgeschlossen angenommen werden kann. Solcher Intervalle gibt es, innerhalb jedes beliebigen Beobachtungsintervalls, eine unendliche (und sogar überabzählbare) Menge. Aus dieser wird eine Teilmenge als Stichprobe herausgegriffen. Im beschriebenen Fall ist es eine endliche Menge von n_0 disjunkten Intervallen, die das ganze Intervall $(O, H]$ überdecken, also eine Zerlegung desselben bilden.

3. Grenzwert der relativen Zeitdauer

Es sei das Beobachtungsintervall $(O, H]$, statt in n_0 Teilintervalle, in n Intervalle gleicher Länge a zerlegt, wobei n eine beliebige natürliche Zahl ist. Es ist also

$$H = n_0\, h = n\, a \tag{2}$$

Die rechtsseitigen Randpunkte dieser Intervalle $(t - a, t]$ stellen die Messpunkte dar, in welchen die mittlere Leistung nach Gl. (1) in entsprechenden Integrationsintervallen $(t - h, t]$ gemessen wird.

Die Menge M aller solchen Messpunkte innerhalb $(O, H]$ umfasst Teilmengen M' derjenigen Messpunkte, in welchen der Wert p überschritten wurde.

[1]) Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

[2]) $[t - h, t]$ bedeutet ein rechts abgeschlossenes Intervall dessen oberer Randpunkt t inbegriffen ist.

Es soll nun die «Länge» jeder Teilmenge M' folgendermassen definiert werden:

$$L(M') = n' a \tag{3}$$

wo n' die Anzahl der Elemente dieser endlichen Menge bedeutet. Man hat somit $L(\emptyset) = 0$ und $L(M) = a\,n = H$. Mit diesem Begriff der «Länge» wird ferner auf der Menge aller Teilmengen von M erklärt:

$$\varrho(M') = \frac{L(M')}{L(M)} \tag{4}$$

Es ist leicht einzusehen, dass diese Funktion die Eigenschaften eines normierten, nichtnegativen und additiven Masses auf der Potenzmenge von M besitzt. Es ist nämlich:

$$0 \leqq \varrho(M') \leqq 1 \tag{5}$$

mit

$$\varrho(\emptyset) = 0 \text{ und } \varrho(M) = 1$$

und für disjunkte Teilmengen:

$$\varrho\left(\bigcup_i M_i'\right) = \sum_i \varrho(M_i') \tag{6}$$

Der jeweilige Wert von ϱ kann, ebenso wie früher, als Schätzung der relativen Zeitdauer r angesehen werden. Im Spezialfall $n = n_0$ wird $a = h$ und aus Gl. (4) erhält man

$$\varrho(M_0') = \frac{L(M_0')}{L(M_0)} = \frac{n_0' h}{H} = r_0 \tag{7}$$

entsprechend der anfangs beschriebenen Messung in nacheinanderfolgenden disjunkten Intervallen von der Länge h.

Zur Untersuchung des Verhaltens von ϱ mit zunehmendem n soll ein offenes Intervall I_i innerhalb des Beobachtungsintervalls, von der Länge $|I_i| = t_2 - t_1$ betrachtet werden, wobei angenommen wird, dass in jedem Punkte $t \varepsilon I_i$ der Wert p überschritten wurde (Fig. 1). Die Schätzung dieses Intervalls nach Gl. (3) mit Abständen a zwischen den Messpunkten sei

$$L(M_i') = t_2' - t_1' \tag{8}$$

wobei

$$M' = \bigcup_i M_i' \tag{9}$$

Aus

$$\begin{aligned} 0 \leqq t_1 - t_1' \leqq a \\ 0 \leqq t_2 - t_2' \leqq a \end{aligned} \tag{10}$$

folgt

$$|(t_2 - t_1) - (t_2' - t_1')| \leqq a \tag{11}$$

Für ein beliebig kleines ε hat man also mit $n > \frac{H}{\varepsilon}$:

$$\big|\, |I_i| - L(M_i') \,\big| < \varepsilon \tag{12}$$

Mithin wird für jedes Intervall I_i innerhalb von $(O, H]$

$$\lim_{n \to \infty} L(M_i') = |I_i| \tag{13}$$

folglich, in Anbetracht der Additivität von ϱ:

$$\lim_{n \to \infty} \varrho(M') = \frac{1}{H} \sum_i |I_i| = r \tag{14}$$

Dieser Wert, unabhängig von der Lage der Messpunkte auf der Zeitachse, kann als die «wahre» relative Zeitdauer im Sinne der Empfehlung G.222 angesehen werden, deren angenäherte Werte für endliches n durch Gl. (4) gegeben sind.

Je grösser die Anzahl n der Messpunkte innerhalb der Zeitdauer H desto besser wird die Abschätzung der relativen Zeitdauer r. Dies legt den Gedanken nahe, statt der im Abschnitt 2 beschriebenen diskreten Messung ein kontinuierliches Messverfahren in Betracht zu ziehen.

Der wesentliche Vorteil einer solchen Messmethode scheint die Eindeutigkeit der Messergebnisse zu sein. Im Fall der Messung in nacheinanderfolgenden disjunkten Zeitintervallen hängt nämlich das Ergebnis von der Lage der Messpunkte auf der Zeitachse ab, was gelegentlich eine beträchtliche Streuung der Messergebnisse zur Folge haben kann. Dies kann an dem extremen Beispiel eines rein periodischen Verlaufes

$$u(t) = \sin \frac{\pi}{2h} t \tag{15}$$

veranschaulicht werden.

Nach Gl. (1) hat man in diesem Fall

$$p(h, t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \sin \frac{\pi}{h} t \tag{16}$$

dargestellt in Fig. 2. Mit einem kritischen Wert, von z. B.

$$p = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\pi} = 0{,}659 \tag{17}$$

und bei der Messung in aufeinanderfolgenden Intervallen erhält man für die Folge der Messpunkte

$$t = \{h, 2h, 3h, \dots\} \tag{18}$$

immer den Mittelwert

$$p(h, t) = 0{,}5 < p \tag{19}$$

also überhaupt keine Überschreitung von p, folglich ist

$$r_0' = 0 \tag{20}$$

Nach einer Verschiebung der Messpunkte um $\frac{h}{2}$, also für die Folge

$$t = \left\{\frac{3h}{2}, \frac{5h}{2}, \frac{7h}{2}, \dots\right\} \tag{21}$$

ergibt sich aus Gl. (16) für *denselben* Vorgang abwechselnd

$$p(h, t) = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{\pi} = \begin{cases} 0{,}818 > p \\ 0{,}182 < p \end{cases} \tag{22}$$

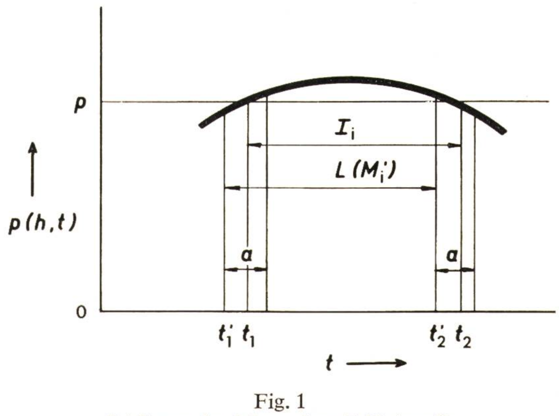

Fig. 1
Schätzung der Länge eines Zeitintervalls

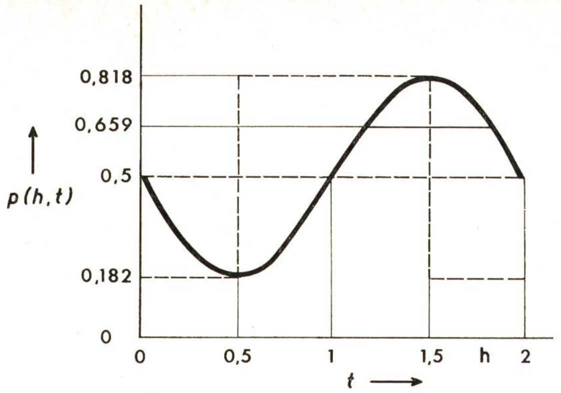

Fig. 2
Beispiel eines periodischen Verlaufes

was offenbar einer relativen Zeitdauer

$$r_0'' = \frac{1}{2} \tag{23}$$

entspricht.

Eine kontinuierliche Messung hingegen würde, sogar in diesem extremen Fall, *eindeutig* den Wert

$$r = \frac{1}{3} \tag{24}$$

liefern, was leicht nachgerechnet werden kann und auch aus Fig. 2 ersichtlich ist.

4. Wahrscheinlichkeit des Überschreitens bestimmter Leistungswerte

Die relative Zeitdauer ϱ wird gelegentlich als Wahrscheinlichkeit des Überschreitens bestimmter Leistungswerte gedeutet. Es wird nämlich mancherorts, u. a. in Empfehlungen G.441 und G.444 [1], in diesem Zusammenhang die «Verteilung» der Leistung erwähnt. Inwiefern dies als zutreffend erachtet werden kann, soll im folgenden kurz erörtert werden.

Es sei A die Menge aller Punkte des Zeitintervalls (O, H) und $A' \subset A$ die Teilmenge derjenigen Punkte, für welche ein bestimmter Wert p in dazugehörigen Zeitintervallen von konstanter Länge h überschritten wird. Diese Teilmenge A' bildet die Vereinigung einer endlichen Anzahl von disjunkten, offenen Intervallen:

$$A' = \bigcup_i I_i \tag{25}$$

Die früher definierte relative Zeitdauer r bestimmt auf einem Borelschen Körper B der Teilmengen A' ein nichtnegatives, abzählbar additives und normiertes Mass [3]. Dies gilt offenbar auch für das endliche Mengensystem $E \subset B$, das nur vier folgende Mengen enthält: die leere Menge, eine bestimmte Teilmenge A', deren Komplement und die Menge A:

$$E = \{ \emptyset, A', C A', A \} \tag{26}$$

Dieses Mengensystem kann als ein Ereignisraum aufgefasst werden, und zwar für den folgenden Versuch: es wird aufs Geratewohl ein Punkt t des Intervalls (O, H) gewählt; wenn dieser Punkt in der Teilmenge A' enthalten, d. h. $t \varepsilon A'$ ist, entspricht das dem Ereignis, dass der Wert p zu diesem Zeitpunkt überschritten wird. Die relative Zeitdauer r, als Mass der Menge A', kann offenbar als Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses angesehen werden

$$r(A') = \Pr \{ p(h, t) > p \} \tag{27}$$

allerdings nur bezüglich einer *bestimmten* Realisierung $u(t)$ des Vorganges.

Als Wahrscheinlichkeit schlechthin des Überschreitens gegebener Werte im oben erklärten Sinne, d. h. in einem jedem beliebigen Zeitpunkt zugeordneten Zeitintervall von konstanter Länge, könnte r nur dann gelten, wenn die Realisierung $u(t)$ als repräsentativ für die Gesamtheit aller möglichen Realisierungen angesehen werden könnte, was nicht notwendigerweise der Fall sein muss.

5. Der zeitliche Mittelwert des Quadrats einer Zeitfunktion mit beschränktem Spektrum

Es sei $u(t)$ eine gerade Zeitfunktion, definiert im abgeschlossenen Intervall $[-t, t]$ und gleich Null (oder zumindest vernachlässigbar wenig von Null verschieden) ausserhalb dieses Intervalls. Es sei ferner angenommen, dass diese Funktion streng bandbegrenzt ist, d. h. dass ihr Spektrum ausserhalb des Frequenzintervalls $[-F, F]$ verschwindet. Eine solche Funktion kann z. B. den auf einem Magnetband aufgezeichneten zeitlichen Verlauf einer Geräuschspannung darstellen.

Nach einem bekannten Satz [4] ist diese Funktion durch die folgende Reihenentwicklung vollständig definiert:

$$u(t) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} U_\nu \frac{\sin \pi (2Ft - \nu)}{\pi (2Ft - \nu)} \tag{28}$$

wobei

$$U_\nu = u\left(\frac{\nu}{2F}\right) \tag{29}$$

Der Ausdruck

$$p(t) = \frac{1}{2t} \int_{-t}^{t} u^2(\tau)\, d\tau \tag{30}$$

ist dem zeitlichen Mittelwert der Leistung im Intervall $(o, t]$ proportional, kann also als ein Mass für die mittlere Leistung angesehen werden.

In Anbetracht der gleichmässigen Konvergenz der Reihe (28) und der Annahme, dass die Funktion ausserhalb des Intervalls $[-t, t]$ verschwindet, hat man aus Gl. (30)

$$p(t) = \frac{1}{2t} \sum_{\nu=-N}^{N} U_\nu^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \pi (2F\tau - \nu)}{\pi^2 (2F\tau - \nu)^2}\, d\tau \tag{31}$$

mit

$$N = 2Ft \tag{32}$$

Dabei ist die Orthogonalität der Funktionen der Reihe (28) berücksichtigt worden. Es ist nämlich:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \pi (2F\tau - \nu)}{\pi (2F\tau - \nu)} \cdot \frac{\sin \pi (2F\tau - \mu)}{\pi (2F\tau - \mu)}\, d\tau = \begin{cases} \frac{1}{2F}, & \mu = \nu \\ 0, & \mu \neq \nu \end{cases} \tag{33}$$

Mit diesen Beziehungen, und unter Berücksichtigung des Zusammenhanges $U_\nu = U_{-\nu}$ für die gerade Funktion $u(t)$, erhält man schliesslich aus Gl. (31)

$$p(t) = \frac{1}{N} \sum_{\nu=1}^{N} U_\nu^2 \tag{34}$$

Die mittlere Leistung in einem rechtsseitig abgeschlossenen Zeitintervall $(o, t]$ ist also dem arithmetischen Mittel der Quadrate der in Zeitabständen von $\frac{1}{2F}$ Sekunden abgetasteten Momentanwerte der Funktion $u(t)$ proportional.

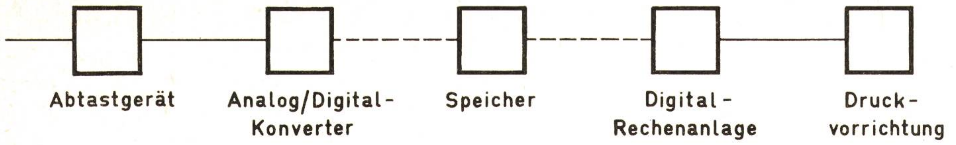

Fig. 3
Prinzipschema des quasi-kontinuierlichen Messverfahrens

Hieraus ergibt sich ein einfacher Rechenvorgang für die Ermittlung der mittleren Leistung als Funktion der Zeit. Dies kann allerdings nur punktweise erfolgen, und zwar in den mit der Abtastfrequenz zusammenhängenden Zeitabständen. Für einen Fernsprechkanal z.B. hätte man immerhin den Zeitabstand von etwa 0,1 ms, was praktisch einer kontinuierlichen Messung der mittleren Leistung als Funktion der Zeit gleichkommen würde.

6. Ermittlung des zeitlichen Mittelwertes der Leistung

Der zeitliche Mittelwert eines stationären Prozesses strebt bekanntlich einem konstanten Grenzwert zu

$$\lim_{t \to \infty} \frac{1}{2t} \int_{-t}^{t} u^2(\tau)\, d\tau = \text{const.} \tag{35}$$

Für endliche Integrationsintervalle hängt dieser Mittelwert für eine gegebene Realisierung des Prozesses von der Länge des Intervalls ab, kann also als Funktion der Zeit $p(t)$ betrachtet werden.

Dementsprechend könnte das zeitliche Verhalten der mittleren Geräusch- oder Signalleistung in einem Fernsprechkanal oder in einer Frequenzmultiplex-Kanalgruppe folgendermassen ermittelt werden. Der auf einem geeigneten Medium (z. B. Magnetband) aufgezeichnete zeitliche Verlauf der Geräusch- bzw. Signalspannung $u(t)$ müsste zunächst in Zeitabständen von $\frac{1}{2F}$ Sekunden abgetastet werden, wobei F, wie früher, die höchste Frequenz des Kanals bzw. der Kanalgruppe bedeutet. Die sich daraus ergebende Folge von Momentanwerten $\{U_i\}$, $i = 1, 2, \ldots$ sollte dann in digitaler Form einer Rechenanlage zugeführt werden, die anhand von geeigneten Programmen die Werte des Ausdrucks

$$p(t) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} U_i^2 \tag{36}$$

für

$$t = \frac{m}{2F} \qquad m = 1, 2, 3, \ldots \tag{37}$$

ermitteln würde. Das Prinzip dieses quasi-kontinuierlichen Messverfahrens ist in Fig. 3 schematisch dargestellt.

Für genügend grosses m könnte das Ergebnis als Schätzung des Grenzwertes Gl. (35) angenommen werden, wenn der Verlauf der Funktion $p(t)$ darauf hinweisen würde.

7. Ermittlung des Mittelwertes der Leistung in Zeitintervallen konstanter Länge

Für den Mittelwert von $u^2(t)$ im Zeitintervall $(t - h, t]$ von konstanter Länge h ergibt sich nach Gl. (34)

$$p(h, t) = \frac{1}{k} \sum_{i=m-k+1}^{m} U_i^2 \tag{38}$$

für

$$\left.\begin{array}{l} t = \dfrac{m}{2F} \\ m = k, k+1, \ldots, n \qquad k = 2Fh \end{array}\right\} \tag{39}$$

Die Anzahl n' derjenigen Messwerte, die den vorgegebenen Wert p übersteigen, sollte dabei registriert werden. Daraus erhält man nach Gl. (4) als Abschätzung der relativen Zeitdauer

$$r \approx \frac{n'}{n} \tag{40}$$

Die damit zusammenhängenden Rechenoperationen können in ähnlicher Weise von einer digitalen Rechenanlage durchgeführt werden.

8. Anwendungsmöglichkeiten des quasi-kontinuierlichen Messverfahrens

Abgesehen von der notwendigen Vorbehandlung der zu messenden Zeitfunktion (Abtastung und Analog/Digital-Umformung) besteht das Messverfahren in rein rechnerischer Ermittlung der Leistungswerte, die von beliebiger Digital-Rechenanlage anhand von verhältnismässig einfachen Programmen durchgeführt werden kann. Ob dies nun im Echtzeitbetrieb (real time processing) oder in Stapelverarbeitung (batch processing) realisierbar wäre, hängt hauptsächlich von der Abtastfrequenz, also von der Bandbreite des zu messenden Signals ab, und von der Leistungsfähigkeit der zur Verfügung stehenden Rechenanlage. Darüber müsste in konkreten Fällen entschieden werden.

Für die Messungen innerhalb eines Fernsprechkanals (Abtastfrequenz etwa 8 kHz) dürfte, mit den üblichen Rechenanlagen, Echtzeitbetrieb möglich sein. Bei Messungen in breiteren Frequenzbändern (z. B. Primär- oder Sekundärgruppe) müsste eher Stapelbetrieb in Betracht gezogen werden.

Der Anwendungsbereich dieses Messverfahrens umfasst sowohl die Messung von verschiedenen Mittelwerten der Geräuschleistung als auch Messungen von zeitlichen Mittelwerten der Signalleistung, wie z. B. die in der Empfehlung G.223 [1] definierte mittlere Signalleistung in einem Fernsprechkanal während der Hauptverkehrsstunde oder die dort erwähnten Leistungswerte zusammengesetzter FDM-Signale von verschiedenen Kanalgruppen.

Das beschriebene Verfahren scheint dazu geeignet zu sein, die Natur der zeitlichen Vorgänge in Fernsprechkanälen genauer zu erforschen und in der Praxis bessere Messgenauigkeit zu erzielen.

Literatur

[1] *Comité Consultatif International Télégraphique et Téléphonique:* IIIe Assemblée plénière, Genève, 25 mai...26 juin 1964. Livre bleu. Tome III: Transmission sur les lignes. Genève, Union Internationale des Télécommunications, 1965.

[2] *Comité Consultatif International Télégraphique et Téléphonique:* Livre rouge. Tome I. Ire Assemblée plénière, Genève 10...20 décembre 1956. Genève, Union Internationale des Télécommunications, 1957.

[3] *M. Fisz:* Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik. 3. Auflage, Berlin, Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1965.

[4] *C. E. Shannon:* The mathematical theory of communication. Urbana, University of Illinois Press, 1949.

Adresse des Autors:
J. Fabijanski, Rebenstrasse 74, 8041 Zürich.