

Der binäre Golay-Code

Autor(en): **Fabijanski, J.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association Suisse des Electriciens, de l'Association des Entreprises électriques suisses**

Band (Jahr): **70 (1979)**

Heft 11

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-905385>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Der binäre Golay-Code

Von J. Fabijanski

681.3.04:519.711.4;

Die wichtigsten Eigenschaften des dichtgepackten und des erweiterten Golay-Codes werden dargelegt. Anschliessend werden die Gewichts- bzw. Distanzverteilungen sowie explizite Ausdrücke für die Wahrscheinlichkeit des richtigen Empfanges und des Fehlempfanges abgeleitet.

L'article comporte un exposé des qualités fondamentales du code binaire de Golay, tant parfait qu'élargi. On en déduit ensuite les répartitions du poids et de la distance ainsi que les formules explicites pour la probabilité de la réception correcte et intempesive.

1. Einleitung

Für die Übertragung von Informationen werden meistens binäre Blockcodes verwendet [1; 2; 3]. Ein solcher Code bildet eine Menge von Codeworten, die n binäre Elemente (Bits) enthalten. Von diesen gelten üblicherweise die ersten k als Informationselemente und die restlichen $r = n - k$ als redundante Paritätselemente, die es ermöglichen, Bitfehler innerhalb des Codewortes zu erkennen bzw. zu korrigieren.

Der Code wird demnach durch das geordnete Tripel (n, k, d) charakterisiert, wobei d die minimale Hamming-Distanz zwischen den Codeworten bedeutet. Die Hamming-Distanz ist bekanntlich als die Anzahl der Binärstellen definiert, an denen sich zwei Codeworte voneinander unterscheiden.

Die Codeworte, als Folgen von Nullen und Einsen, können als Vektoren aufgefasst werden. Mit der elementweisen Addition modulo 2 (die in diesem Fall mit der Subtraktion identisch ist) und Multiplikation mit 0 und 1 bilden sie über dem Galois-Körper $GF(2)$ eine additive abelsche Gruppe und einen k -dimensionalen linearen Unterraum des n -dimensionalen Vektorraumes aller möglichen Worte der Länge n . Solche Codes werden daher als *lineare Codes* bzw. *Gruppencodes* bezeichnet.

Die Codeworte (einschliesslich des Codewortes aus lauter Nullen, das normalerweise nicht benutzt wird) müssen in ihrem Informationsteil unterschiedlich sein, ihre Anzahl ist also der Anzahl der k -Variationen von 2 Elementen, d.h. 2^k gleich. Sie bilden folglich eine Teilmenge der Menge aller möglichen Worte der Länge n , deren Anzahl 2^n ist.

Die r Paritätselemente werden so gewählt, dass zum Code nur diejenigen Vektoren gehören, die die Bedingung $\mathbf{H}\mathbf{c}^T = \mathbf{0}$ erfüllen. Dabei ist \mathbf{H} eine Matrix mit Elementen aus $GF(2)$ und \mathbf{c}^T der transponierte Codevektor, also ein Spaltenvektor mit n Elementen. Die dem Code eigene Paritätsmatrix \mathbf{H} hat r Zeilen und n Spalten. Sie besteht aus einer rechteckigen Matrix \mathbf{A} mit k Spalten und einer Einheitsmatrix \mathbf{I}_r vom Grad r : $\mathbf{H} = [\mathbf{A}, \mathbf{I}_r]$.

Diese Bedingung definiert den Code eindeutig. Sie bildet auch die Grundlage für die selbsttätige Korrektur der Bitfehler im empfangenen Wort. Wenn nämlich das gesendete Codewort fehlerlos empfangen wird, so ist diese Bedingung offenbar erfüllt. Wenn aber das obige Produkt vom Nullvektor verschieden ist, so enthält es (als das sog. Syndrom) die Information über die Stellen, an welchen Bitfehler aufgetreten sind, vorausgesetzt, dass diese die für den Code zulässige Höchstzahl e nicht übersteigen. Die Fehler können dann rückgängig gemacht und das gesendete Codewort kann erkannt werden.

Wenn man sich die Endpunkte aller Codevektoren als Mittelpunkte von Kugeln mit dem Radius e (im Sinne der Hamming'schen Metrik) im n -dimensionalen Raum denkt, so muss die minimale Distanz zwischen den Codeworten zumindest

$$d = 2e + 1 \quad (1)$$

betragen, damit diese Kugeln disjunkt und somit die mit höchstens e Bitfehlern behafteten Codeworte eindeutig identifizierbar sind.

Unter den linearen Codes gibt es eine besondere Klasse der sog. *perfekten* oder *dichtgepackten* Codes. Derartige Codes (sofern sie existieren) erlauben es, mit der minimalen Hamming-Distanz nach (1) bis zu e Bitfehlern innerhalb des Codewortes (aber keine mehr) zu korrigieren. Sie sind «dichtgepackt» in dem Sinne, dass die 2^k n -dimensionalen Kugeln um die Codeworte den gesamten Vektorraum restlos ausfüllen, und zwar derart, dass jeder Vektor zu nur einer Kugel gehört und dass es keine gibt, die zu keiner Kugel gehören. Die notwendige Bedingung für eine solche Zerlegung des Vektorraumes ist

$$\sum_{i=0}^e \binom{n}{i} = 2^{n-k} \quad (2)$$

Die Anzahl der jeder Kugel zugehörigen Vektoren ist nämlich gleich der Summe der Zahlen $\binom{n}{i}$ der i -Kombinationen von n Elementen für $i = 0, \dots, e$. Diese Anzahl, multipliziert mit der Anzahl 2^k der Kugeln, muss die Anzahl 2^n aller Vektoren des Raumes ergeben, woraus die obige Bedingung unmittelbar folgt.

Es gibt freilich verhältnismässig wenige ganzzahlige Wertetripel (n, k, d) , die (2) mit (1) erfüllen. Für diejenigen allerdings, die dies erfüllen, ist auch die Bedingung (2) nicht hinreichend für die Existenz eines entsprechenden Codes. Es muss in jedem Fall zusätzlich nachgewiesen werden, dass der betreffende Code tatsächlich existiert, d.h. nicht in sich widersprüchlich ist.

2. Die dichtgepackten Codes

Ein triviales Beispiel des dichtgepackten Codes ist der sog. Wiederholungscode, in dem ein Informationsbit einfach mehrmals wiederholt wird. Er enthält nur zwei Codeworte, bestehend aus lauter Nullen (das Nullwort) oder aus lauter Einsen (das Einswort). Mit e korrigierbaren Bitfehlern ist hier $(n, k, d) = (2e + 1, 1, 2e + 1)$, was die Bedingung (2) erfüllt, denn

$$\sum_{i=0}^e \binom{2e+1}{i} = 2^{2e}$$

Ein praktisch viel wichtigeres Beispiel bilden die Hamming-Codes $(2^r - 1, 2^r - 1 - r, 3)$, die freilich nur einen Bitfehler zu korrigieren vermögen [2; 3]. Hier hat man nämlich

$$\sum_{i=0}^1 \binom{2^r-1}{i} = 2^r.$$

Mit linearen Kombinationen der Zeilen kann diese Matrix in die kanonische Form $G = [I_{12}, A]$ übergeführt werden:

$$G = \left[\begin{array}{cccccccccccc|cccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Daraus folgt die Paritätsmatrix

$$H = \left[\begin{array}{cccccccccccc|cccccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \tag{5}$$

Das andere Polynom $g(x) = x^{11} + x^{10} + x^6 + x^5 + x^4 + x^2 + 1$ führt zu einem äquivalenten (aber nicht identischen) Code mit der erzeugenden Matrix

$$G = \left[\begin{array}{cccccccccccc|cccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

$$A(j-3) \binom{26-j}{3} + A(j-2) \binom{25-j}{2} + A(j-1) [24-j+(j-1) \binom{24-j}{2}] + A(j) [1+j(23-j)] + A(j+1) [j+1+\binom{j+1}{2}(22-j)] + A(j+2) \binom{j+2}{2} + A(j+3) \binom{j+3}{3} = \binom{23}{j}.$$

Mit der Substitution $j = w - 3$ folgt daraus die Rekursionsbeziehung

$$A(w) \binom{w}{3} + A(w-1) \binom{w-1}{2} + A(w-2) [w-2+\binom{w-2}{2}(25-w)] + A(w-3) [1+(w-3)(26-w)] + A(w-4) [27-w+(w-4) \binom{27-w}{2}] + A(w-5) \binom{28-w}{2} + A(w-6) \binom{29-w}{3} = \binom{23}{w-3}. \tag{6}$$

Wie schon erwähnt, müssen alle Codewortpolynome eines zyklischen Codes, im besonderen also auch die Zeilen der erzeugenden Matrix G , das Polynom $g(x)$ als gemeinsamen Teiler enthalten. Wenn man nun z.B. die zwei letzten Zeilen der Matrix (4) ins Auge fasst, so kann man sich leicht überzeugen (z.B. mit Hilfe des euklidischen Algorithmus), dass diese teilerfremd sind. Folglich ist der von Golay in [4] angegebene perfekte Code *nicht zyklisch*. Die beiden äquivalenten Codes hingegen, mit gleichen Parametern $(n, k, d) = (23, 12, 7)$, die die Bedingung (2) erfüllen, sind zugleich dichtgepackt und zyklisch.

Gewicht	Anzahl der Worte
$i - 3$	$\binom{i}{3} \binom{23-i}{0}$
$i - 2$	$\binom{i}{2} \binom{23-i}{0}$
$i - 1$	$\binom{i}{1} \binom{23-i}{0} + \binom{i}{2} \binom{23-i}{1}$
i	$\binom{i}{0} \binom{23-i}{0} + \binom{i}{1} \binom{23-i}{1}$
$i + 1$	$\binom{i}{0} \binom{23-i}{1} + \binom{i}{1} \binom{23-i}{2}$
$i + 2$	$\binom{i}{0} \binom{23-i}{2}$
$i + 3$	$\binom{i}{0} \binom{23-i}{3}$

4. Gewichtverteilung und Codeerweiterung

Zur Berechnung gewisser mit dem Code zusammenhängender Wahrscheinlichkeiten ist die Kenntnis der Gewichtsverteilung notwendig. Das Gewicht w eines Codewortes ist gleich der Anzahl von Stellen, die nicht gleich null sind. Die Gewichtsverteilung ist eine auf der Menge der Gewichte $\{w\}$ definierte Funktion $A(w)$, deren Werte der Anzahl der Codeworte vom Gewicht w gleich sind. Sie stellt auch die Verteilung der Hamming'schen Distanz der Codeworte vom Nullwort dar.

Um diese Verteilung für den Golay-Code zu bestimmen, beachte man, dass je nachdem, ob die Bitfehler auf Nullen oder Einsen im Codewort entfallen, jede n -dimensionale Kugel um ein Codewort vom Gewicht i in die Gewichtsklassen von Tabelle I zerlegt werden kann. Da der betrachtete Code dichtgepackt ist, müssen alle Beiträge der Kugeln um die Codeworte vom Gewicht $(j - 3), \dots, (j + 3)$ zur Gewichtsklasse j aller möglichen Worte der Länge $n = 23$ deren Anzahl $\binom{23}{j}$ ergeben, so dass

Mit $A(0) = 1, A(1) = \dots = A(6) = 0$ erhält man aus (6) nacheinander die weiteren Werte: $A(7) = 253, A(8) = 506, A(9) = A(10) = 0, A(11) = 1288$.

Weitere Berechnungen erübrigen sich, weil in einem Gruppencode jedem Codewort mit dem Gewicht w ein Codewort mit dem komplementären Gewicht $n - w$, das durch die Addition des Einswortes zum ersteren entsteht, umkehrbar eindeutig zugeordnet werden kann. Es gilt also $A(w) = A(n - w)$, so dass $A(12) = A(11), A(13) = A(10)$ usw.

Der Golay-Code (23, 12, 7) kann durch Hinzunahme einer zusätzlichen, über das ganze Codewort erstreckten Paritäts-

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Codewort mit der Distanz i (einschliesslich des Nullwortes) gesendet wird, beträgt

$$Pr \{i\} = \frac{A(i)}{2^{12}}$$

Somit ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit des falschen Anrufes im Golay-Code der Ausdruck

$$P_2 = 2^{-12} \sum_{i=d}^n A(i) p^i q^{n-i} \left[1 + \sum_{j=1}^3 \binom{i}{j} \left(\frac{q}{p}\right)^j + \sum_{j=1}^3 \binom{n-i}{j} \left(\frac{p}{q}\right)^j \right] \quad (8)$$

Für den dichtgepackten Code ist in diesem Ausdruck $n = 23$ und für den erweiterten $n = 24$ einzusetzen. Die Werte der Koeffizienten $A(i)$ sind dabei der Tabelle II für $A(w)$ mit $i = w$ zu entnehmen.

Beide Formeln (7) und (8) ergeben für den perfekten Golay-Code grössere Werte als für den erweiterten. Allerdings ist die

Differenz im Fall der Formel (7) unerheblich, so dass beide Codes in bezug auf Decodierung als fast gleichwertig gelten können. Für den Ausdruck (8) hingegen ist die Differenz beträchtlich grösser. Der erweiterte Golay-Code ist also bezüglich der Wahrscheinlichkeit unerwünschter Anrufe günstiger.

Literatur

- [1] H. Ohnsorge: Die Anwendung von Galoiskörpern in der Codierungstheorie, Bull. SEV, 64(1973)8, pp. 493...499.
- [2] W. W. Peterson and E. J. Weldon: Error-correcting codes, Second edition. Cambridge Massachusetts/London, MIT Press, 1978.
- [3] F. J. Mac Williams and N. J. A. Sloane: The theory of error-correcting codes, Amsterdam/New York/Oxford, North-Holland Publishing Co., 1978.
- [4] M. J. E. Golay: Notes on digital coding, Proc. IRE, 37(1949)6, p. 657.
- [5] M. J. E. Golay: Notes on the penny-weighting problem, lossless symbol coding with nonprimes, etc. IRE Transactions on Information Theory 4(1958)3, p. 103...109.
- [6] M. J. E. Golay: Binary codes. IRE Transactions on Information Theory 1(1954)4, p. 23...28.

Adresse des Autors

Joseph Fabijanski, dipl. Ing., Rebenstrasse 74, 8041 Zürich.

Carl Emil Krarup 1872–1909



Königliche Bibliothek Kopenhagen

Krankheit durch den Tod abberufen. Über sein Privatleben ist ausser seiner Heirat am 23. August 1904 nur wenig bekannt. Er soll sehr beliebt gewesen sein.

Die Krarupkabel wurden weiter entwickelt und fanden bis etwa 1935 breite Anwendung. Die gleichmässige Verteilung der Selbstinduktion über die ganze Kabellänge, der gleichbleibende Kabeldurchmesser und die leichte Reparaturmöglichkeit galten lange als Vorteil gegenüber der fast gleichzeitig erfundenen und dem gleichen Zweck dienenden Pupin-Spule. Diese, etwa ab 1920 gebaut, hat später das teurere, etwas schwerere und dickere Krarupkabel verdrängt.

H. Wüger

Als sich Ende des 19. Jahrhunderts die Telefonnetze auf immer grössere Gebiete ausdehnten, machte sich die zu grosse Dämpfung der Leitungen in zunehmendem Mass unangenehm bemerkbar. Heaviside hatte dieses Problem vorausgesehen und verschiedene Wege zur Erhöhung der Selbstinduktion und damit Verkleinerung der Dämpfung vorgeschlagen. Das Krarupkabel stellt eine solche Lösung dar.

Carl Emil Krarup, Sohn eines Textilkaufmannes, wurde am 12. Oktober 1872 in Kopenhagen geboren. Mit 24 Jahren schloss er sein Studium als Bauingenieur ab und arbeitete 2 Jahre lang beim Kopenhagener Amt für Strassen und Kanalisation. Darauf trat er als technischer Ingenieur-Aspirant zum staatlichen Telegrafendienst über, machte 1901 Studien am Physikalischen Institut in Würzburg, worauf er am 1. Dezember 1902 zum Telegrafeningenieur ernannt wurde.

Zu jener Zeit schrieb die Universität Kopenhagen eine Preisaufgabe aus über die Selbstinduktion elektrischer Leitungen. Krarup beteiligte sich am Wettbewerb, wurde ausgezeichnet und kam dadurch ins Gespräch mit Professor Pedersen von der Universität. Dieser war überzeugt, dass Krarup mit seinem Vorschlag auf dem rechten Weg sei, und förderte ihn. Schon im Spätherbst 1902 fabrizierte die Firma Felten und Guillaume nach Krarups Angaben ein erstes, 4 km langes Kabel, das durch den Oeresund verlegt wurde. Beim Krarupkabel sind die feinen Kupferleiter mit etwa 0,2 bis 0,3 mm dickem Eisendraht oder 0,15 mm dickem, etwa 3 mm breitem Eisenband umwickelt, was eine beträchtliche Reduktion der Dämpfung bewirkt. Ein Jahr später folgte ein 20 km langes Seekabel zwischen Dänemark und Deutschland (Fehmarn-Belt). Von da an fanden Krarupkabel für Telefon- und später auch für Telegrafleitungen regelmässige Verwendung.

1906 rückte Krarup zum Leiter der technischen Abteilung der Telegrafendirektion auf. Er war bei radiotelegrafischen Versuchen auf den Lofoten (Norwegen) beteiligt, wirkte als Berater der Telegrafverwaltungen von Island, der Färöer-Inseln sowie in Baku. Er war Mitglied der Meterkommission und spielte auch im IEC eine Rolle. Mitten aus einer rastlosen Tätigkeit wurde er am 30. Dezember 1909 in Kopenhagen nach kurzer