Zeitschrift:	Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses
Herausgeber:	Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen
Band:	74 (1983)
Heft:	23
Artikel:	Modèle magnétique et électrique des machines synchrones à aimants permanents
Autor:	Abdelaziz, M. / Jufer, M.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-904895

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. <u>En savoir plus</u>

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. <u>Find out more</u>

# Download PDF: 14.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

# Modèle magnétique et électrique des machines synchrones à aimants permanents

M. Abdelaziz et M. Jufer

On présente un modèle magnétique et électrique des machines synchrones à aimants permanents qui permet de traiter aussi bien le comportement permanent que transitoire. La méthode est illustrée au moyen d'un exemple de démarrage et de variation de charge brusque.

Es wird ein elektromagnetisches Modell für Synchronmaschinen mit Permanentmagneten vorgestellt, mit dem sowohl das stationäre wie das dynamische Verhalten untersucht werden können. Die Methode wird an einem Beispiel zum Verhalten im Anlauf und bei plötzlicher Laständerung illustriert.

## Adresses des auteurs

Dr. Mohammed Abdelaziz, BBC Brown, Boveri & Cie. AG, Abt. TGG-41, 5242 Birr, et Prof. Marcel Jufer, EPFL, Dept. DE/LEME, 16, chemin de Bellerive, 1007 Lausanne.

#### **1. Introduction**

Les machines synchrones à aimants permanents sont principalement caractérisées par la géométrie du rotor. Dans le but d'une simulation générale, il est possible d'en décrire la plupart par un modèle de base. Ce modèle est caractérisé par une décomposition à deux axes selon les équations de *Park* et une représentation magnétique équivalente de chacun des axes.

Compte tenu de la particularité de la caractéristique magnétique de l'aimant permanent, qui peut être non linéaire, les équations dynamiques font apparaître un terme supplémentaire spécifique. Le modèle proposé permet de traiter aussi bien les caractéristiques permanentes que transitoires.

Deux applications illustrent les possibilités de la méthode: le comportement dynamique au démarrage et à la synchronisation d'un moteur synchrone à démarrage asynchrone et les réactions à des perturbations de charge.

## 2. Modèle généralisé

Le modèle proposé est basé sur la théorie à deux axes. Ceci implique que la machine étudiée peut être représentée magnétiquement et électriquement dans deux axes direct et transverse [1; 2; 3].

La figure 1 décrit la constitution la plus générale du rotor d'une machine à aimants permanents, ici quadripolaire. Une machine quelconque différera de



Fig. 1 Constitution de principe du rotor

ce modèle par l'absence de l'un des composants ou par des géométries particulières.

Aux deux axes de cette machine type, il est possible d'associer un schéma magnétique équivalent. Afin de le simplifier à une forme minimale, il est réduit à un seul pôle (schéma équivalent par pôle). La figure 2 présente un tel schéma correspondant à l'axe direct de la machine de la figure 1. Il comprend les éléments suivants:



Fig. 2 Schéma magnétique équivalent d'un pôle (axe direct)

Pour les symboles voir dans le texte

- stator: un potentiel magnétique associé au bobinage  $\hat{\mathcal{O}}_{d}$ , une perméance de fuite  $\Lambda_{\sigma d}$ , une perméance de dent  $\Lambda_{ds}$  et une perméance de culasse  $\Lambda_{cs}$ ;
- entrefer: représenté par une perméance  $\Lambda_{\delta d}$ ;
- amortisseur à cage: caractérisé par un potentiel magnétique Â<sub>cd</sub> et une perméance de fuite Λ<sub>ocd</sub>;
- fer rotorique (massif ou non): caractérisé par un potentiel associé aux courants de Foucault  $\Theta_{td}$ , une perméance de fuite  $\Lambda_{ofd}$  et une perméance  $\Lambda_{fd}$ ;
- bobinage de magnétisation (court-circuité): représenté par un potentiel magnétique  $\hat{\Theta}_D$  et une perméance de fuite  $\Lambda_{\sigma D}$ ;
- aimant permanent: caractérisé par un potentiel magnétique  $\hat{\Theta}_{a}$ , une perméance interne  $\Lambda_{a}$  et une perméance de fuite  $\Lambda_{\sigma i}$ .



Fig. 3 Schéma magnétique équivalent d'un pôle (axe transverse)

Dans l'axe transverse (fig. 3), on  $0 = R_{fq} i_{fq} + \frac{d\psi_{fq}}{dt}$ 

- stator: caractérisé par un potentiel magnétique associé au bobinage  $\hat{\Theta}_{q}$ , une perméance de fuite  $\Lambda_{\sigma q}$ , une perméance de dent  $\Lambda_{ds}$  et une perméance de culasse  $\Lambda_{cs}$ ;
- *entrefer:* représenté par une perméance  $\Lambda_{\delta q}$ ;
- amortisseur à cage: caractérisé par un potentiel magnétique Â<sub>cq</sub> et une perméance de fuite Λ<sub>σcq</sub>;
- fer rotorique: représenté par un potentiel magnétique  $\hat{\Theta}_{fq}$ , une perméance de fuite  $\Lambda_{\sigma fq}$  et une perméance  $\Lambda_{fq}$ .

Ces deux schémas impliquent des mutuelles exclusives entre les bobinages rotoriques négligeables. De plus, ils suscitent les remarques suivantes:

- La cage rotorique a pour rôle principal le démarrage asynchrone du moteur. En comportement synchrone dynamique, cette cage contribue à la stabilité.

- Le bobinage de magnétisation est associé à des aimants permanents dont la caractéristique principale est non linéaire et qu'il est avantageux de magnétiser dans la structure statorique. Ce bobinage subsiste en cas de démontage. Il peut être avantageux de le court-circuiter afin qu'il contribue à l'amortissements.

- L'effet amortisseur du fer rotorique est important pour une structure massive. La contribution peut être négligée pour une structure feuilletée.

La représentation électrique équivalente à deux axes de la machine généralisée à aimants permanents est illustrée à la figure 4. Chaque bobinage équivalent est représenté par une résistance et une inductance.

## 3. Equations générales

Pour une machine selon le modèle de la figure 4, les équations de *Park* à deux axes, dans un référentiel rotorique, peuvent être écrites comme suit:

$$u_{d} = R_{s} i_{d} + \frac{d \psi_{d}}{d t} - \omega \psi_{q}$$

$$u_{q} = R_{s} i_{q} + \frac{d \psi_{d}}{d t} + \omega \psi_{d}$$

$$0 = R_{cd} i_{cd} + \frac{d \psi_{cd}}{d t}$$

$$0 = R_{cq} i_{cq} + \frac{d \psi_{cq}}{d t}$$

$$0 = R_{fd} i_{fd} + \frac{d \psi_{fd}}{d t}$$

$$0 = R_{\rm D} i_{\rm D} + \frac{\mathrm{d}\psi_{\rm D}}{\mathrm{d}t}$$

Les expressions des flux deviennent:

$$\begin{split} \psi_{d} &= L_{d} i_{d} + M_{dc} i_{cd} + M_{df} i_{fd} + M_{dD} i_{D} + M_{da} \Theta_{a} \\ \psi_{q} &= L_{q} i_{q} + M_{qc} i_{cq} + M_{qf} i_{fq} \\ \psi_{cd} &= L_{cd} i_{cd} + M_{cd} i_{d} + M_{cfd} i_{fd} + M_{CD} i_{D} + M_{ca} \Theta_{a} \\ \psi_{cq} &= L_{cq} i_{cq} + M_{cq} i_{q} + M_{cfq} i_{fq} \qquad (2) \\ \psi_{fd} &= L_{fd} i_{fd} + M_{fd} i_{d} + M_{fdc} i_{cd} + M_{fD} i_{D} + M_{fa} \Theta_{a} \\ \psi_{fq} &= L_{iq} i_{iq} + M_{fq} i_{q} + M_{fqc} i_{cq} \\ \psi_{D} &= L_{D} i_{D} + M_{Dd} i_{d} + M_{Dc} i_{cd} + M_{Df} i_{fd} + M_{Da} \Theta_{a} \end{split}$$

Pour la description du comportement dynamique complet, il faut ajouter l'équation de mouvement

$$J \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = p(C_{\mathrm{e}} - C_{\mathrm{f}}) \tag{3}$$

avec  $C_e$  = couple électromagnétique  $C_f$  = couple de la charge J = inertie du rotor

De plus, la position angulaire (électrique)  $\theta$  du rotor est donnée par l'expression:



Le couple électromagnétique s'exprime en fonction des flux et courants statoriques comme suit:

$$C_{\rm e} = \frac{3}{2} p (\psi_{\rm d} \, i_{\rm q} - \psi_{\rm q} \, i_{\rm d}) \tag{5}$$

# 4. Comportement transitoire

(1)

L'emploi le plus fréquent des machines synchones à aimants permanents est celui d'un moteur sans collecteur à vitesse constante ou variable. Elles sont généralement constituées d'un empilage de tôles rotoriques. Une cage coulée assure le démarrage. Dans un tel cas, le circuit électrique de la figure 4 se réduit à 5 enroulements équivalents correspondants au stator, à la cage asynchrone et aux aimants permanents dans les deux axes. Les équations de tension correspondantes peuvent s'écrire comme suit:

$$u_{d} = R_{s}i_{d} + L_{d}\frac{di_{d}}{dt} + M_{dD}\frac{di_{D}}{dt} + M_{da}\frac{d\theta_{a}}{dt}$$
$$-\omega L_{q}i_{q} - \omega M_{qQ}i_{Q}$$
$$u_{q} = R_{s}i_{q} + L_{q}\frac{di_{q}}{dt} + M_{qQ}\frac{di_{Q}}{dt} + \psi L_{d}i_{d}$$
$$+\omega M_{dD}i_{D} + \omega M_{da}\theta_{a}$$

$$0 = R_{\rm D}i_{\rm D} + L_{\rm D}\frac{\mathrm{d}i_{\rm D}}{\mathrm{d}t} + M_{\rm Dd}\frac{\mathrm{d}i_{\rm d}}{\mathrm{d}t} + M_{\rm Da}\frac{\mathrm{d}\theta_{\rm a}}{\mathrm{d}t}$$

$$0 = R_Q i_Q + L_Q \frac{\mathrm{d}i_Q}{\mathrm{d}t} + M_{Qq} \frac{\mathrm{d}i_q}{\mathrm{d}t}$$
(6)

Dans ces équations, les indices D et Q se rapportent à la cage. Pour résoudre le système d'équations (6), (3) et (4), il doit être exprimé sous forme de variables d'état. En prenant en considération le cas général d'une caractéristique de démagnétisation non linéaire, ce système devient:

Fig. 4 Schéma électrique équivalent à deux axes



$$\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t} = \left( u_{\mathrm{d}} - R_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{d}} + \frac{M_{\mathrm{dD}}}{L_{\mathrm{D}}} R_{\mathrm{D}}i_{\mathrm{D}} + \omega L_{\mathrm{q}}i_{\mathrm{q}} + \omega M_{\mathrm{qQ}}i_{\mathrm{Q}} - M_{\mathrm{da}}\frac{\mathrm{d}\theta_{\mathrm{a}}}{\mathrm{d}t} \right) / L_{\mathrm{dd}}$$

$$\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{q}}}{\mathrm{d}t} = \left( u_{\mathrm{q}} - R_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{q}} + \frac{M_{\mathrm{qQ}}}{L_{\mathrm{Q}}} R_{\mathrm{Q}}i_{\mathrm{Q}} - \omega L_{\mathrm{d}}i_{\mathrm{d}} - \omega M_{\mathrm{dD}}i_{\mathrm{D}} - M_{\mathrm{da}}\theta_{\mathrm{a}} \right) / L_{\mathrm{qq}}$$

$$\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t} = - \left[ R_{\mathrm{DD}}i_{\mathrm{D}} + \frac{M_{\mathrm{dD}}}{L_{\mathrm{dd}}} (u_{\mathrm{d}} - R_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{d}} + \omega L_{\mathrm{q}}i_{\mathrm{q}} + \omega M_{\mathrm{qQ}}i_{\mathrm{Q}}) + M_{\mathrm{Da}}\frac{\mathrm{d}\theta_{\mathrm{a}}}{\mathrm{d}t} \right] / L_{\mathrm{D}}$$

$$\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{Q}}}{\mathrm{d}t} = - \left[ R_{\mathrm{QQ}}i_{\mathrm{Q}} + \frac{M_{\mathrm{Qq}}}{L_{\mathrm{qq}}} (u_{\mathrm{q}} - R_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{q}} - \omega L_{\mathrm{d}}i_{\mathrm{d}} - \omega M_{\mathrm{dD}}i_{\mathrm{D}} - M_{\mathrm{da}}\theta_{\mathrm{a}}) \right] / L_{\mathrm{Q}}$$

$$\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{J} (C_{\mathrm{e}} - C_{\mathrm{T}})$$

avec  $L_{dd} = L_D - M_{dD} M_{Dd} / L_D$ ,  $L_{qq} = L_q - M_{qQ} M_{Qq} / L_Q$ ,  $L_{da} = M_{da} - M_{dD} M_{Da} / L_D$ ,

(10)

$$R_{\rm DD} = R_{\rm D} \left( 1 + \frac{M_{\rm dD} M_{\rm Dd}}{L_{\rm D} \cdot L_{\rm dd}} \right), \ R_{\rm QQ} = \left( 1 + \frac{M_{\rm qQ} M_{\rm Qq}}{L_{\rm Q} \cdot L_{\rm qq}} \right)$$

$$C_{e} = \frac{3}{2} p[(L_{d} i_{d} + M_{dD} i_{D} + M_{da} \theta_{a}) i_{q} - (L_{q} i_{q} + M_{qQ} i_{Q}) i_{d}]$$

$$C_{e} = \frac{3}{2} p[(L_{d} - L_{q}) i_{d} i_{q} + (M_{dD} i_{D} i_{q} - M_{qQ} i_{Q} i_{d}) + M_{da} \theta_{a} i_{q}]$$

$$C_{e} = C_{r} + C_{as} + C_{s}$$
(8)
avec:  $C_{r} = \frac{3}{2} p(L_{d} - L_{q}) i_{q} i_{d}$ 
(9)
$$\frac{3}{2} p(M_{PD} i_{D} i_{p} i_{p} - M_{QD} i_{D} i_{p})$$

$$C_{\rm s} = \frac{3}{2} p M_{\rm da} \theta_{\rm a} i_{\rm q} \tag{11}$$

En substituant (2) dans (5), le couple électromagnétique prend l'expression suivante:

Le couple réluctant  $C_r$  est dû à la variation de perméance de la structure magnétique selon les deux axes. Le couple asynchrone  $C_{as}$  est créé par l'interaction des courants statorique et rotorique. Le couple synchrone  $C_s$  résulte de l'action de l'aimant sur le réseau se comportant comme un courtcircuit. Il a principalement un effet de freinage. Il est caractéristique de ce type de moteur pour lequel l'effet de l'aimant est négatif durant le démarrage.

## **5.** Application

Les équations qui précèdent ont été appliquées à un moteur de type «Sie-



Fig.5 Coupe de principe d'un moteur du type Siemosyn

mosyn» [4] dont une coupe de principe est donnée à la figure 5. Les aimants permanents sont imbriqués dans l'empilage des tôles rotoriques. L'ensemble est maintenu par la cage coulée. Les aimants permanents sont de type ferrite, caractérisés par une courbe de magnétisation linéaire. Le circuit électrique équivalent de la figure 4 peut se réduire à celui de la figure 6. Le circuit magnétique équivalent de ce moteur, réduit à un pôle, est représenté à la figure 7. Le calcul des différentes perméances résulte de la référence [3].

L'étude du comportement dynamique au démarrage, à la synchronisation ou lors d'une variation de charge découlera de la résolution numérique des équations différentielles (7). La méthode proposée est celle de *Runge-Kutta*, facile à mettre en œuvre.

# 6. Démarrage et synchronisation

(7)

L'étude du démarrage d'un moteur synchrone à aimants permanents ne peut pas s'effectuer par une simulation en régime quasi-stationnaire, en particulier en ce qui concerne la synchronisation. L'application au démarrage à vide du moteur de la référence [4] illustre bien ce fait. La simulation a été



Fig.6 Circuit électrique équivalent du moteur Siemosyn

effectuée à tension nominale (125 V), à une fréquence d'alimentation de 50 Hz et pour une charge de frottement constante (0,3 Nm).

La figure 8 présente l'évolution calculée du couple asynchrone  $C_{as}$  découlant de l'expression (10). Sa fréquence instantanée est double de celle du glissement. La même figure présente également le couple électromagnétique résultant  $C_e$ . L'écart entre ces deux courbes montre que l'influence des composantes de couple réluctant et synchrone est importante. L'apparition d'une composante négative du couple asynchrone en fin de démarrage est due au dépassement temporaire de la vitesse synchrone.

La figure 9 compare le couple réluctant  $C_r$  (9) et le couple total  $C_e$ . Ce couple résultant présente une composante pulsante importante, au double de la fréquence de glissement.

La figure 10 montre l'évolution du couple synchrone  $C_s$  (11), comparée à celle du couple résultant  $C_c$ . Le couple synchrone pulse à la fréquence de glissement. C'est ce terme qui assure la synchronisation.

L'évolution de la vitesse de rotation au démarrage est illustrée à la figure 11. La composante négative de vitesse au début du démarrage dépend de la phase à l'enclenchement. Cette figure présente la comparaison entre le calcul et la mesure.

# 7. Comportement lors d'une variation brusque de charge

Lors d'une variation brusque de charge, un moteur synchrone est susceptible de décrocher. La cage asynchrone assure un effet d'amortisseur favorable. Dans le cas du moteur de la référence [4], son comportement sera analysé lors d'une variation de charge de 0,5 p.u., positive ou négative, lors d'un fonctionnement à pleine charge.

Dans le cas de la figure 12, une surcharge de 0,5 p.u. est appliquée. Un couple asynchrone  $C_{as}$  positif apparaît durant le régime transitoire. Dans le cas particulier, c'est principalement le couple réluctant qui absorbe la surcharge. On a en effet un passage de 0,87 à 0,99 p.u. du couple synchrone alors que le couple réluctant passe de 0,13 à 0,51 p.u.

La figure 13 montre l'évolution de la vitesse dans les mêmes conditions. La variation négative de vitesse maximale est de 2,4%.

Dans le cadre d'une diminution de charge de 0,5 p.u., l'évolution des couples est décrite à la figure 14. Le couple asynchrone  $C_{as}$  a un effet de freinage. Le couple réluctant change de signe. Ceci s'explique à la fois par le fait que la réactance synchrone directe est inférieure à la réactance transverse et par l'effet de la résistance. La vitesse présente un dépassement maximum de 2,2%.

#### 8. Conclusion

Deux modèles, magnétique et électrique, ont été proposés pour l'étude généralisée des machines synchrones à aimants permanents. Cette simulation de base peut être appliquée à la plupart des structures rotoriques. L'application au moteur de la référence [4] donne deux exemples de calcul des paramètres du circuit magnétique.

L'introduction de la non-linéarité de la caractéristique magnétique de l'aimant dans les équations de *Park* permet l'étude du comportement dynamique de tous les types de machines. Compte tenu des faibles constantes de temps électriques et mécaniques de tels entraînements, l'intégration numérique des équations différentielles est la seule méthode permettant de déterminer le comportement dynamique.

#### 9. Liste des symboles

u tension

- i courant
- R résistance









Fig. 7 Circuit magnétique équivalent du moteur Siemosyn réduit à un pôle

Fig. 8 Evolution du couple électromagnétique Ce et du couple asynchrone Cas pendant le démarrage

#### Fig. 9 Evolution du couple électromagnétique total *C*e et du couple réluctant *C*r pendant le démarrage

#### Fig. 10 Evolution du couple résultant *C*e et du couple synchrone *C*s pendant le démarrage

#### Fig. 11 **Evolution de la vitesse** de rotation pendant le démarrage

Fig. 12 Comportement des couples lors d'une augmentation de charge brusque

Fig. 13 augmentation de charge





- L inductance propre
- M inductance mutuelle
- С couple
- Θ potentiel magnétique
- $\theta$ position angulaire
- perméance Λ
- flux totalisé Ψ
- $\omega$  pulsation

#### Indices

- d axe direct, bobinage statorique
- axe transverse, bobinage statorique q
- amortisseur, axe direct D
- Q amortisseur, axe transverse
- a aimant
- asynchrone as
- с cage
- électromagnétique e
- f fer rotorique
- réluctant r
- de fuite  $\sigma$
- de fuite interne  $\sigma_{i}$ δ
- d'entrefer

**Evolution de la vitesse** de rotation lors d'une brusque



#### Bibliographie

- M. Abdelaziz and M. Jufer: Steady state and transient characteristics of a permanent magnet synchronous generator with claw-shaped rotor. Second internatio-nal conference on small and special electrical machi-nes, 22...24 September 1981. IEE Conference Publica-tion 202(1981), p. 129...132.
   M. Abdelaziz and M. Jufer: Transient charcateristics of a permanent meant generator with claw-chaned
- M. Abdelaziz and M. Jufer: Transient charcateristics of a permanent magnet generator with claw-shaped rotor. International symposium on electrical machi-nes for special purpose, Bologna/Italy, 9...11 Sep-tember 1981; p. 137...146.
   M. Abdelaziz: Permanent magnet synchronous ma-chines. Thèse No 443 de l'Ecole Polytechnique Fédé-rale de Lausanne, 1982.
   Siemer, 4G. Bedin/Minchen: An electric machine
- Siemens AG Berlin/München: An electric machine [4] ween its pole segments. U. K. Patent No 1 177 247, Ja-nuary 1970.