Zeitschrift: Schweizerische Lehrerzeitung

Herausgeber: Schweizerischer Lehrerverein

Band: 85 (1940)

Heft: 8

Anhang: Erfahrungen im naturwissenschaftlichen Unterricht : Mitteilungen der Vereinigung Schweizerischer Naturwissenschaftslehrer : Beilage zur Schweizerischen Lehrerzeitung, Februar 1940, Nummer 2 = Expériences acquises dans l'enseignement des sciences naturelles

Autor: Hartmann, Ad. / Krakowski, V.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 22.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

ERFAHRUNGEN
IM NATURWISSENSCHAFTLICHEN UNTERRICHT
Expériences acquises dans l'enseignement des sciences naturelles
MITTEILUNGEN DER VEREINIGUNG SCHWEIZERISCHER NATURWISSENSCHAFTSLEHRER
BEILAGE ZUR SCHWEIZERISCHEN LEHRERZEITUNG

FEBRUAR 1940 — 25. JAHRGANG • NUMMER 2

Allerlei Selbstverständliches über extensiven und intensiven Unterricht und über pädagogische Verdauung

Es ist eine unziemliche Sache, über andere zu Gericht zu sitzen. Denn ich finde jeden Tag an meinem eigenen Unterricht Mängel genug. Trotzdem möchte ich es einmal wagen, hier eine Erfahrung mitzuteilen, die ich seit Jahren ab und zu wieder mache. Erfahrungen an Schülern, die von auswärts (nicht nur von Privatschulen) an unsere Schule übertreten. Es kommt nämlich vor, dass ein solcher Schüler ein Heft vorlegt, das sich auf den gesamten Inhalt der Biologie erstreckt: das hat er alles «gehabt»! Wenn man dann sorgsam fragt, dann weiss er — nichts. Und das vorgelegte Heft ist denn auch mehr eine Art Inhaltsverzeichnis der biologischen Wissenschaften, nirgends mit einem Versuch, in die Tiefe zu gehen.

Wir müssen uns doch ganz klar darüber sein, dass solch extensiver Unterricht völlig unnütz ist. Wir haben an unsern öffentlichen Mittelschulen alle nur wünschbare Lehrfreiheit, wir können sehr viel Lehrstoffe weglassen und wenige wirklich intensiv bearbeiten. Aber diese wertvolle Freiheit scheint noch nicht überall ausgenützt zu werden.

Selbst für den Privatschullehrer, dessen Unterrichtsresultate von Fremden überprüft werden, scheint intensiver Unterricht profitabler zu sein. Das beweisen mir u. a. die stets sehr guten Examenerfolge, die mein alter Freund Tschulok in Zürich mit durchaus intensivem Unterricht erzielt.

Gewiss können wir auf eine gewisse Breite nicht verzichten. Ohne sie kann beispielsweise in der Biologie keine Vorstellung von der Vielgestaltigkeit der Lebensformen entstehen. Aber alle extensive Lehrarbeit ist erst dann am Platze, wenn sie von einem sichern Grundstock intensiv erarbeiteter Teilgebiete ausgehen kann.

Manche Mittelschullehrer behandeln in ihrem Unterricht mit Vorliebe Stoffe aus dem Bereich ihrer eigenen wissenschaftlichen Arbeit. Auf diesem Wege, sagen sie, gelinge es ihnen am sichersten, Interesse zu wecken und selbständiges Können zu erzielen. Warum das? Doch sicher deshalb, weil ihnen auf Fachgebieten, in denen sie selber «durch» sind, jede Oberflächlichkeit widerstrebt und sie darum auf diesen Gebieten ganz besonders intensiv unterrichten.

Verdauung heisst Zerlegung in lösliche Bestandteile, Assimilation heisst Umgruppierung und Neuvereinigung dieser Bestandteile zu neuen, «körpereigenen» Substanzen. Das wissen wir alle. Aber wir denken oft zu wenig daran, dass ein Lehrstoff nur dann Erziehungswert besitzt, wenn wir ihn vorher selbst vollkommen verdaut und assimiliert haben. Alles, was wir dem Schüler bieten, muss vorher etwas von uns selbst geworden sein. Unverändertes Weitergeben eingeprägten fremden Wissensgutes führt zu keinem Erfolg. Es führt immer zu oberflächlich-extensivem Unterricht, auch wenn sich der Lehrer noch so sehr anstrengt, in die Einzelheiten zu gehen. Intensiv unterrichten heisst durchaus nicht nur: in die Einzelheiten gehen.

Richtige Verdauung und Assimilation führt automatisch zur Erfindung neuer, eigener Darbietungsformen und Stoffgruppierungen, zu neuen, eigenen Versuchsanordnungen, Demonstrationsmitteln und bildlichen Darstellungen. Auch in diesen äussern Mitteln der Unterrichtstechnik muss ein Stück der Persönlichkeit des Lehrers stecken.

Ich weiss aus vielfachen Aussprachen und Briefen, dass unsere schweizerischen Mittelschulen reich sind an solch personeigenen Lehrmethoden und Unterrichtsmitteln. Schade nur, dass sie so selten hier in unsern «Erfahrungen» bekanntgegeben werden. Für alle, die im Reich der Pädagogik selbständig Wege suchen, wäre es von höchstem Nutzen, die Anstrengungen, Erfolge und — Misserfolge anderer kennenzulernen. *G.*

Grundwasser und Quellen

Von *Ad. Hartmann*, Kantonsschule Aarau.

Der Verfasser dieser Zeilen beschäftigt sich seit 30 Jahren vielfach mit Grundwasser und Quellen und hat zahlreiche Gutachten an die verschiedensten Instanzen erstattet. Dabei fiel ihm auf, wie in weiten Kreisen die elementaren Kenntnisse über Grundwasser und Quellen fehlen, wie unsinnige Vorstellungen über Herkunft, Menge und Zirkulation des unterirdischen Wassers vorhanden sind, wie Wünschelrutenmänner, denen jegliche Quellenkenntnis abgeht, angehört, wie ihren Aussagen Glauben geschenkt und jährlich grosse Summen für Grabungen und Bohrungen nutzlos ausgeworfen werden. In weiten Kreisen besteht heute noch eine unbegründete Abneigung gegen Grundwasser, und es wird den Quellen vorbehaltlos die bessere Wasserqualität zugeschrieben, obwohl das Gegenteil der Fall ist. Oft wird behauptet, die Quellen seien im Sommer kälter als im Winter. Es werden schöne Quellen von der Verwendung ausgeschlossen, weil sie im ungefassten Zustande Tuff ausscheiden.

Diese Feststellungen beweisen, dass es in weiten Kreisen noch bös bestellt ist mit den Kenntnissen über unsere natürlichen Trinkwasserlieferanten. Es wäre eine schöne und dankbare Aufgabe der Schule, die Natur von Grundwasser und Quellen aufzuklären und dabei auch die praktischen Bedürfnisse unserer heutigen Trinkwasseranlagen ins Auge zu fassen. Ohne Zweifel ist die Quellenkunde bis jetzt ein vernachlässigtes Kapitel im Unterricht.

Anderseits ist eine kurze Behandlung von Grundwasser und Quellen eine sehr dankbare Angelegenheit und wird immer dem grössten Interesse begegnen. Wie oft staunten schon bejahrte Männer und dankten für die interessanten Ausführungen, wenn man ihnen auf einer gemeinsamen Exkursion etwas über Quellen oder Grundwasser erzählt hatte. In der Behandlung dieses Gebietes sollte jeder Lehrer von den Trinkwasserverhältnissen seines Schulortes ausgehen und das nötige Beobachtungsmaterial mit den Schülern sammeln. Oft sind auf der Gemeindeverwaltung Angaben über Ergüsse, Fassungen, Grabungen, Bohrungen, Gutachten, Projekte, Pläne und Wasserberichte erhältlich. Man kann es erleben, dass die Schüler in Spannung geraten, dass sie durch geheimnisvolle Fäden mit dem Untergrund verbunden sind und viel Aufschluss haben möchten. Wenn einzelne Schüler gar gehört haben von «Erdstrahlen», die gewisse Leute mit «Rute» oder «Pendel» aufdecken, die bei Mensch oder Tieren Krankheiten auslösen sollen, und die man mit «Entstrahlungsapparaten» unschädlich machen kann, so ist die nötige Aktualität des Themas sicher vorhanden. Der Lehrer kann sogar in arge Verlegenheit geraten, wenn sich «Erdstrahlengläubige» in einer Klasse befinden. Es bleibt ihm kein anderer Weg als die Behauptung, dass die wissenschaftliche Forschung nichts über «Erdstrahlen» im Sinne der «Rutler» und «Pendler» weiss und daher auch alle Schlussfolgerungen ablehnen müsse. Er kann darauf hinweisen, dass in unserem Lande Hunderttausende und in andern Ländern Millionen von Menschen direkt über dem ruhenden oder bewegten Grundwasser wohnen und noch nie eine unangenehme Wirkung verspürt haben. «Erdstrahlen» und ihre Bekämpfung gehören in Gebiete, die Wissenschaft und Schule ablehnen müssen.

Alles in der Erde vorkommende, ruhende oder fliessende Wasser ist Grundwasser. Wenn solches an einer Stelle ausfliesst, so ist der Austritt die Quelle; diese ist also immer ein natürlicher Grundwasserausfluss. Zwischen Grundwasser und Quellwasser besteht also kein Unterschied; jedes Quellwasser ist vor dem Austritt Grundwasser. Unterschiede der beiden Wasserarten bestehen nur in der Fassung. Die Quellfassung ist lokal bestimmt; sie muss dort angelegt werden, wo der die Quelle speisende Grundwasserlauf in die Nähe der Bodenoberfläche tritt oder diese verlässt. Sehr oft liegen in der Nähe der Quellfassung Verunreinigungsherde, die das Wasser gefährden; eine Verlegung der Fassung ist oft ausgeschlossen. Die Grundwasserfassung ist eine künstliche Wasserentnahme; die grosse Ausdehnung des Wasservorkommens gestattet meist eine freie Wahl des Ortes der Fassung, so dass Verunreinigungsherde gemieden werden können.

Alle Quellen zeigen Schwankungen im Erguss, in der Temperatur und den chemischen und bakteriologischen Eigenschaften. Die Ergußschwankungen sind sehr mannigfaltig; das Verhältnis von Minimum zu Maximum kann 1 : 1,2, 1 : 1,5, 1 : 2, 1 : 3, 1 : 5, 1 : 10, 1 : 100, 1 : 1000 betragen, je nach den Widerständen, die das eingesickerte Wasser im unterirdischen Weg bis zur Quelle findet. Die Temperatur kann konstant sein, kann aber auch einige Grade schwanken, wobei die Wassertemperaturschwankungen Tage, Wochen, sogar Monate hinter den Lufttemperaturschwankungen folgen, je nach der Länge, Tiefe und Isoliertheit des unterirdischen Wasserlaufes. — Grundwasserfassungen zeigen in jeder Hinsicht viel kleinere Schwankungen.

Die Tuffbildung der Quellen ist immer verursacht durch Zersetzung des Kalziumbikarbonates, wenn das Wasser beim raschen Fliessen sich mit der Luft mischt und an diese Kohlendioxyd abgibt. Wenn eine Quelle mit Tuffwasser richtig gefasst und in geschlossener Leitung abgeführt wird, so hört die Tuffbildung auf. Quellen mit primär starkem Tuffabsatz sind sogar den andern im gleichen Gebiet vorzuziehen; die starke Tuffbildung beweist, dass das Wasser aus beträchtlicher Tiefe kommt und in inniger Berührung mit dem Erdboden stand, wobei sich viel Kalk gelöst hat.

Von besonderem Interesse ist immer die Frage nach der Herkunft des Wassers und die Umgrenzung des Sammel- oder Einzugsgebietes. Alles unterirdische Wasser unseres Landes ist Hydrometeorwasser; das meiste stammt aus Regen, viel weniger aus Schnee und sehr wenig entsteht durch Kondensation aus der Bodenluft. Das Mengenverhältnis des wieder verdunstenden, direkt abfliessenden und zur Grundwasserbildung versickernden Wassers ist sehr grossen Schwankungen unterworfen, die durch geographische und geologische Verhältnisse bedingt sind. Die allgemeine Auffassung, dass die Berge mehr Grund- und Quellwasser geben als die Täler, ist nicht richtig. Viele Berge liefern wenig oder gar kein Grund- oder Quellwasser, weil sie aus undurchlässigen Schichten, Mergeln, tonigen Sandsteinen bestehen oder mit Lehmschichten überdeckt sind. Nur die durchlässigen Erdschichten, Kalke, Nagelfluh, zerklüftete Sandsteine und Schuttschichten, Schotter, Moränen, Gehängeschutt, Bergsturzmassen liefern Quellen oder Grundwasser. In der Regel kommt nur ein kleiner Teil des in den Berg sickernden Wassers in Form von Quellen zum Vorschein; das meiste geht unsichtbar im Gehängeschutt oder in durchlässigen Schichten in das Grundwasser des Tales über. Die weiten Ebenen der grossen Täler sind die grössten Wassersammler des Landes. In den mit Schotter gefüllten fluvioglazialen Rinnen dieser Täler fliessen Grundwasserströme, die viele Tausende oder gar Hunderttausende von Minutenlitern von Wasser führen und oft 20, 50 und mehr km unsichtbar dahinfliessen. Viele unserer Flüsse sind begleitet von Grundwasserströmen, die die Breite und Tiefe der Flüsse um das zehn- bis zwanzigfache übertreffen. Fast alle grössern Ortschaften unseres Landes sind heute mit Grundwasser aus solchen Strömen versorgt. Das Wasser solcher Ströme ist meistens von ganz hervorragender Qualität und beweist eine sehr grosse Filtrationswirkung der mit Sand durchsetzten Kiesmassen. In einem Grundwasserprofil ist die oberste Schicht stets weniger rein als die mittlere oder unterste, weil die Verunreinigungen von oben her kommen. Die Trinkwasserfassungen werden daher so eingerichtet, dass die oberste, unreinste Wasserschicht nicht in das Filterrohr gelangen kann und dann direkt eine Schutzschicht bildet gegen von oben kommende Verunreinigungen. Zwischen dem Fluss und dem Grundwasserstrom eines Tales bestehen Beziehungen. Auf den meisten Strecken geht nie Flusswasser in das Grundwasser, aber stets Grundwasser in den Fluss über. Es gibt aber auch Stellen, wo Wechselwirkung besteht und solche, wo stets Flusswasser in das tiefer liegende Grundwasser übergeht. Solche Infiltrationsstellen machen sich durch ein Sinken der Karbonathärte des Grundwassers bemerkbar. Gewöhnlich hat ein Flusswasser 10—15 und ein Grundwasser 23—28 franz. Härtegrade; in der Infiltrationszone treten Mittelwerte auf. Erfahrungen haben gezeigt, dass auch ein durch Infiltration gemischtes Was-

ser sehr rein sein kann und den Vorteil der geringeren Härte bietet. Weitaus die meisten Grundwasser sind mit gelöstem Sauerstoff annähernd gesättigt, und dieser Sauerstoff ist der grosse Reinigungsfaktor des Wassers. Es kann aber auch vorkommen, dass bei Anwesenheit von viel organischen Stoffen im Boden oder bei Infiltration von stark verunreinigtem Wasser künstlicher Stauseen der Sauerstoff stark zurückgeht oder ganz verschwindet. Ein solches Wasser nimmt ganz andere chemische und biologische Eigenschaften an. Es löst aus Eisenverbindungen und Leitungsmetall Eisen auf und lässt dieses als Ocker wieder fallen, wenn nach dem Austritt aus der Röhre wieder Luft aufgenommen wird. Bei Sauerstoffmangel nimmt das Wasser auch üblen Geruch und Geschmack an und verliert die guten Trinkwassereigenschaften. Vorübergehend kann ein solches Wasser durch Einblasen von Luft in den Filterbrunnen und Zusatz geringer Chlormengen korrigiert werden; auf die Dauer aber sollten wir in der Schweiz kein künstlich gereinigtes Trinkwasser verwenden müssen, denn wir haben unerschöpfliche Vorräte an bestem naturreinem Wasser. Technik der Grundwassergewinnung und Methodik der Trinkwasseruntersuchung haben in den letzten 20 Jahren sehr grosse Fortschritte gemacht und verbürgen ein Wasser bester Qualität. Vor 40 Jahren griff der Mensch zaghaft nach dem verborgenen Grundwasser der breiten Ebenen und tiefen Täler. Heute ist dieses Grundwasser der unerschöpfliche Spender des allerbesten Trinkwassers geworden.

Ueber das Minimum der Ablenkung beim optischen Prisma

Von *V. Krakowski*, Institut Tschulok, Zürich.

Lässt man einen Lichtstrahl durch einen Hauptschnitt eines optischen Prismas gehen, so erfährt er im allgemeinen eine zweimalige Ablenkung. Ist beispielsweise das Prisma optisch dichter als das umgebende Medium, so wird der Strahl an der Eintrittsseitenfläche zum Einfallslote hin, an der Austrittsseitenfläche vom Einfallslote weg gelenkt. Je nach der Lage des Einfallsstrahles kann die zweite Ablenkung die erste verstärken, überhaupt nicht beeinflussen, oder sogar schwächen. Sieht man dabei von der Möglichkeit des Auftretens der totalen Reflexion ab, so ergeben sich die durch die Figuren 1, 2, und 3 veranschaulichten Fälle.

Hier interessiert uns nur der Fall der Figur 1. Bei diesem eben redet man vom Minimum der Ablenkung. Bekanntlich ist der symmetrische Strahlengang durch das Prisma die Bedingung für das Auftreten des Minimums. Leider stützen sich sämtliche mir bekannten elementar (d. h. ohne Differentialrechnung) geführten

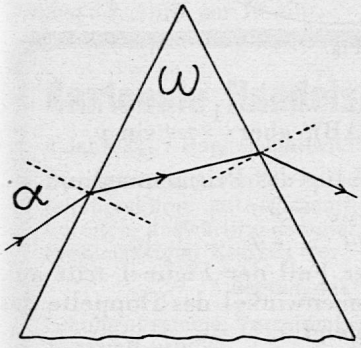

Fig. 1

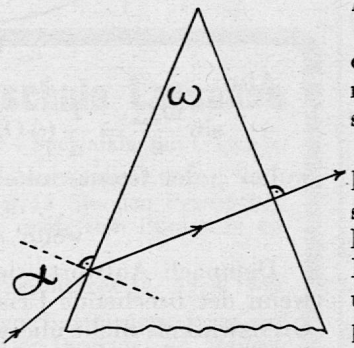

Fig 2.

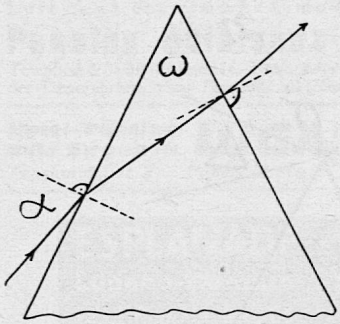

Fig. 3

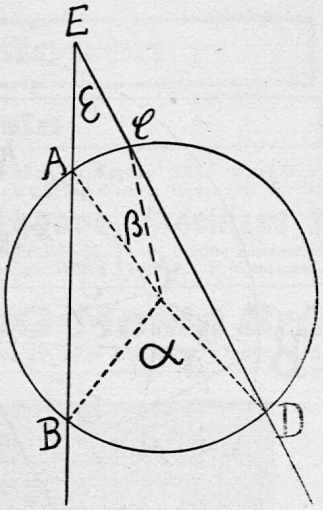

Fig. 4

Beweise auf verwickelte Rechnungen mit goniometrischen Funktionen. Anderseits sollte man nicht auf dogmatischem Wege diese Dinge dem Schüler einfach mitteilen müssen. Es hat mich daher gelockt, eine rein geometrische Erledigung des Problems anzustreben. Ich hoffe, dass mein Beweis im Optikunterricht willkommen sein wird.

Als planimetrische Stützen der Beweisführung sind der bekannte Peripheriewinkelsatz und ein weiterer Satz zu nennen, der gewöhnlich im Geometrieunterricht nicht behandelt wird.

Er lautet in der für uns nötigen Fassung: Schneidet man die Schenkel eines Winkels mit einem Kreis, so ist der Winkel halb so gross, wie der Unterschied der Zentriwinkel über den im Winkel verbleibenden Bogen.

Behauptung: $\varepsilon = \frac{\alpha - \beta}{2}$

Beweis: Hilfslinie BC (nicht eingezeichnet)

$$\left.\begin{aligned} \sphericalangle\, BCD &= \frac{\alpha}{2} \\ \sphericalangle\, ABC &= \frac{\beta}{2} \end{aligned}\right\} \text{(Satz vom Peripheriewinkel)}$$

$$\text{aber } \varepsilon = \sphericalangle\, BCD - \sphericalangle\, EBC$$

(Aussenwinkelsatz am Δ BCE)

$$\therefore \varepsilon = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Die bekannte geometrische Konstruktion des aus dem Prisma tretenden Strahles (wenn gegeben: brechender Winkel ω, Brechungsexponent n und Lage des Einfallstrahles) ändere ich in der aus Figur 5 leicht ersichtlichen Weise zweckentsprechend ab. Δ ist der Ablenkungswinkel und $\sphericalangle ABC = \beta + \gamma = \omega$.

Es handelt sich um folgendes, *rein geometrisches Problem:* Gegeben sind 2 Kreise K_1 (0; 1) und K_2 (0; n) und ein Winkel ω. Gesucht: unter allen Vierecken OABC dasjenige, für welches $\sphericalangle$ AOC ein Minimum ist, wenn $\sphericalangle ABC = \omega$ sein muss und B auf K_2 sowie A und C auf K_1 liegen sollen (Fig. 6).

Lösung: Zeichne einen beliebigen Peripheriewinkel EBF von der Grösse ω im Kreis K_2 ein, aber so, dass dessen Schenkel den Kreis K_1 schneiden sollen. Die Schnittpunkte mögen A, Q bzw. C und R heissen. Nun untersuche man den Winkel AOC, während B unter Konstanthaltung der Winkelgrösse ω die Kreisperipherie durchwandert. Es genügt dabei, nur Peripheriewinkel in Betracht zu ziehen, deren Schenkel

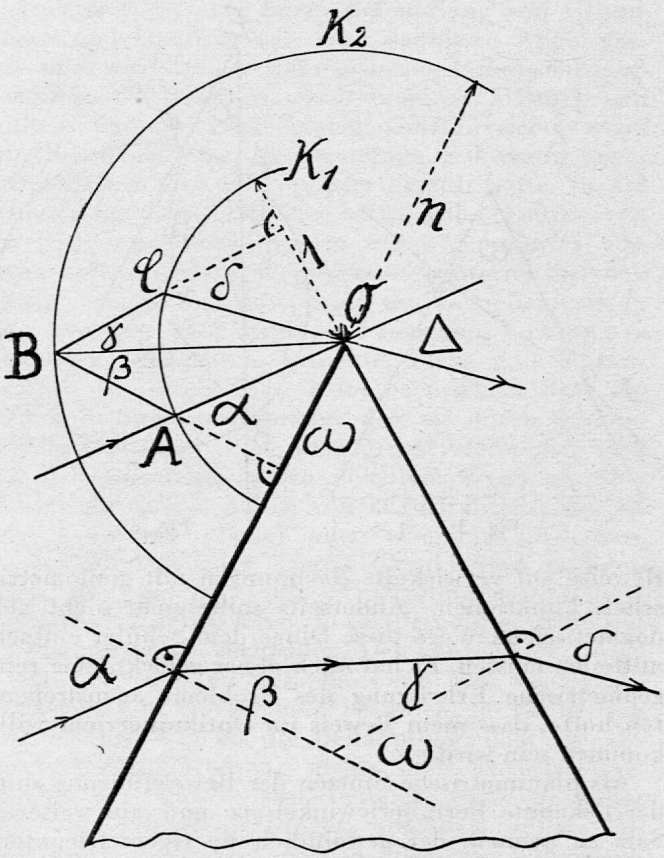

Fig. 5

durch E und F hindurchgehen. Denn jeder andere Peripheriewinkel lässt sich durch Drehung um O in diese Lage bringen.

Es kann nun bewiesen werden, dass $\sphericalangle$ OAC bei dieser Bewegung ein Minimum in dem Augenblicke dort erreicht, wo der Durchmesser B′OD Symmetrale dieses Winkels (und natürlich auch des Peripheriewinkels) wird. In der letzteren Lage heisse der Scheitel des wandernden Peripheriewinkels B′ und dessen Schenkel mögen den Kreis K_1 in A′, Q′ bzw. C′, R′ schneiden.

Nach dem erwähnten planimetrischen Satze ist

$$\sphericalangle ABC = \frac{\sphericalangle QOR - \sphericalangle AOC}{2} = \omega \text{ und}$$

$$\sphericalangle A'B'C' = \frac{\sphericalangle Q'OR' - \sphericalangle A'OC'}{2} = \omega$$

also $\sphericalangle QOR - \sphericalangle AOC = \sphericalangle Q'OR' - \sphericalangle A'OC'$

oder $\sphericalangle AOC - \sphericalangle A'OC' = \sphericalangle QOR - \sphericalangle Q'OR'$

Kann man nun zeigen, dass $\sphericalangle Q'OR' < \sphericalangle QOR$, dann muss auch $\sphericalangle A'OC' < \sphericalangle AOC$ sein.

Zu dem Zwecke denkt man sich die gesamte Figur EBF so weit gedreht, bis die Sehne Q″R″, in welche QR dann übergeht, durch die Mitte P der Sehne Q′R′ geht, was stets möglich ist. Folglich ist nach einem bekannten planimetrischen Satz Q′R′ < Q″R″, also <QR. Somit: $\sphericalangle Q'OR' < \sphericalangle QOR$. Demnach ist wirklich $\sphericalangle A'OC' < \sphericalangle AOC$, was zu beweisen war.

Folgerungen:

1. In der Figur OA′B′C′ muss A′B′ = A′ C′ sein, also auch $\alpha' = \delta'$, weil ja auch OA′ = OC′.
2. $\beta' = \gamma' = \frac{\omega}{2}$
3. Aus Δ OA′B′ folgt nach Sinussatz:
   OB′ : OA′ = sin α' : sin β',
   $$\text{aber } \alpha' = \frac{\Delta'}{2} + \beta' = \frac{\Delta' + \omega}{2}$$

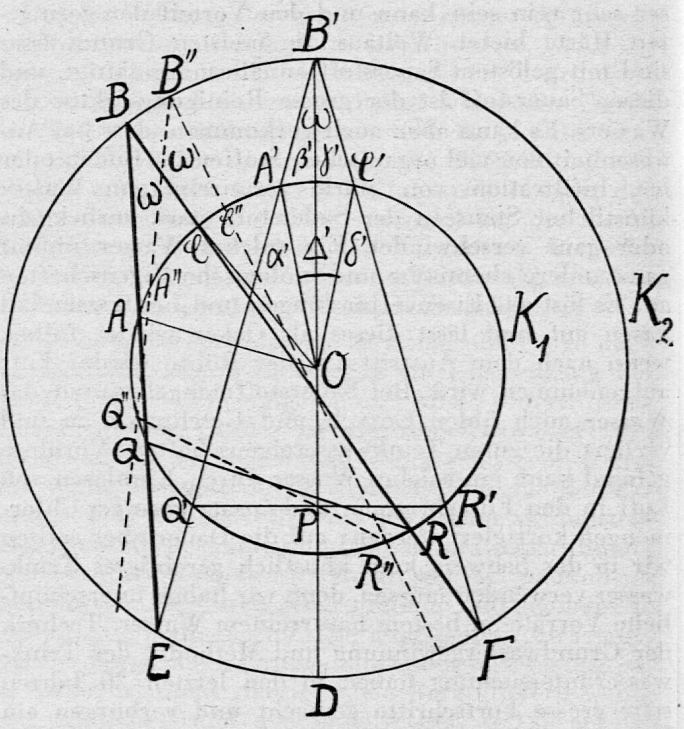

Fig. 6

$$\therefore n:1 = \sin\left(\frac{\Delta' + \omega}{2}\right) : \sin\frac{\omega}{2}.$$

Schreibt man Δ_{min} statt Δ', dann ist

$$n = \frac{\sin\frac{\Delta_{min} + \omega}{2}}{\sin\frac{\omega}{2}} \text{ die bekannte Formel!}$$

Schliesslich kann man noch fragen: wann tritt der Fall der Fig. 1 auf? Auch darüber gibt uns die Zeichnung schnell Auskunft. Offenbar wird der maximale Wert von ω durch den Peripheriewinkel von K_2 geliefert, dessen Schenkel den Kreis K_1 berühren.

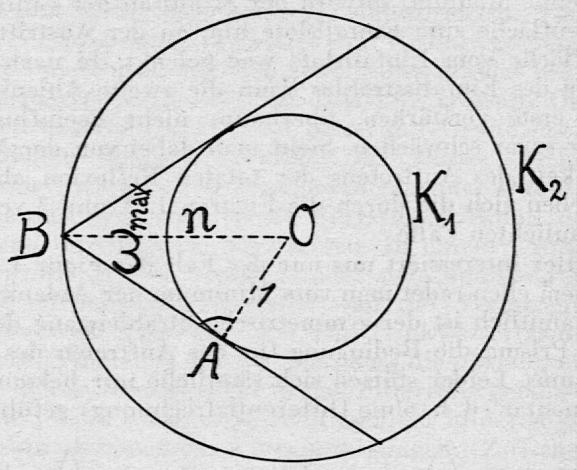

Fig. 7

Also:

$$\sin\frac{\omega_{max}}{2} = \frac{1}{n}\ (\triangle OAB), \text{ aber } \frac{1}{n} = \sin\varphi,$$

wobei φ der Grenzwinkel für das Prismenmedium ist.

$$\therefore \omega_{max} = 2\varphi$$

$$\text{wenn } \omega \leqq 2\varphi$$

Demnach Antwort: der Fall der Figur 1 tritt auf, wenn der brechende Prismenwinkel das Doppelte des Grenzwinkels nicht übersteigt.