Zeitschrift: Schweizerische mineralogische und petrographische Mitteilungen = Bulletin suisse de minéralogie et pétrographie

Band: 18 (1938)

Heft: 2

Artikel: Ein Netz zur winkeltreuen Dreiecksprojektion

Autor: Parker, Robert L.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-17104

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Ein Netz zur winkeltreuen Dreiecksprojektion

Von *Robert L. Parker* in Zürich

Als „winkeltreue Dreiecksprojektion" wurde in einer früheren Arbeit (diese Mitteilungen, XVI (1936), 202—208) eine streng konstruierte gnomonische Projektion beschrieben, deren speziell orientierte Projektionsebene es gestattet, einen vollständigen Kristalloktanten im Rahmen eines gleichseitigen Dreiecks winkeltreu abzubilden. In Ergänzung der früheren Angaben kann der in Frage kommende Projektionsvorgang auch folgendermassen beschrieben werden: Der zu projizierende Kristall wird in das Innere eines (regulären) Oktaeders hineingestellt und soweit dies die Symmetrieverhältnisse erlauben, zu letzterem achsenparallel orientiert. Das ergibt für die verschiedenen Kristallsysteme folgende Aufstellungen:

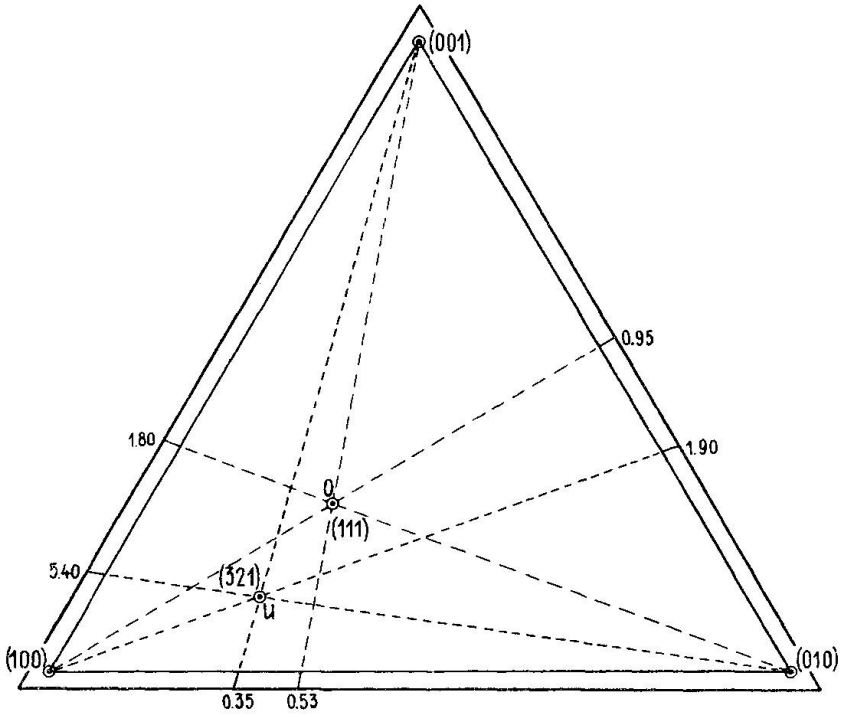
Kubisch, Tetragonal, Rombisch: a, b, c	resp. parallel	a, b, c	des	Oktaeders
Hexagonal, Rhomboedrisch: Zwischenachse, a_2, c	„	„	a, b, c	„	„
Monoklin: b, c	„	„	b, c	„	„
Triklin Normale: zu (010), c	„	„	b, c	„	„

Werden nun Lote auf alle zu projizierenden Flächen errichtet, so sind ihre Durchstosspunkte mit den Oktaederflächen die gesuchten Projektionspunkte des gegebenen Flächenkomplexes. Aus der gewählten Orientierung folgt, dass bei kubischen, tetragonalen und rhombischen Kristallen die Projektionspunkte der „Pinakoidflächen" (100), (010), (001) usw. in die Oktaederecken fallen, die zugleich auch die Ausstichpunkte der Kristallachsen sind. Die Pole aller anderen Flächen verteilen sich so auf die Oktaederflächen, dass je eine solche sämtliche Pole eines Kristalloktanten umfasst. Die spezielle Verteilung der Flächenpole im Dreieck der Oktaederfläche vermittelt in Abhängigkeit der Kristallmetrik ein winkeltreues Bild der Flächenentwicklung.

Auch bei Kristallen der übrigen Systeme wird stets die in einem rechtwinkligen Eck enthaltene Flächenentwicklung auf einer Oktaederfläche winkeltreu zur Darstellung gebracht, doch werden die Oktaederecken nur noch im hexagonalen und im rhomboedrischen System sämtlich von Flächenpolen (und zwar von $(10\bar{1}0)$, $(\bar{1}2\bar{1}0)$, (0001) usw.) besetzt. Im monoklinen fallen nur noch (100) und

(010) samt gleichwertigen auf Oktaederecken, im triklinen schliesslich nur (010) und ihre Gegenfläche.

In der schon erwähnten Arbeit wurden einfache Formeln angegeben, mit deren Hilfe die Eintragung der Flächenpole in das Projektionsdreieck vorgenommen werden kann. Noch einfacher und ohne Kenntnis der Flächenindizes kann jedoch diese Aufgabe erledigt werden, wenn ein der Projektionsart angepasstes Netz zur Verfügung steht und es mag im folgenden (siehe Tafel 1) ein solches mitgeteilt



Figur 1
Indizierung in Systemen mit rechtwinkligem Achsenkreuz

und kurz beschrieben werden. Das vorliegende Dreiecksnetz soll ähnlich wie die üblichen stereographischen Netze als Unterlage zu einem Pauspapier benutzt werden, auf welches die Projektion gezeichnet wird. Im allgemeinen braucht die Pause nicht beweglich angebracht zu werden. Nur ausnahmsweise, wenn Transformationen vorzunehmen sind (siehe unten), muss eine Drehung des Blattes um das angedeutete Zentrum ausgeführt werden. Das Netz weist ein System von Hyperbeln und geraden Linien auf, welche die gnomonischen Äquivalente von Klein- und Grosskreisen auf der Kugeloberfläche sind. Das Gradnetz ist so orientiert, dass es unmittelbar zur Eintragung von Flächen dienen kann, deren Lage durch die Positionswinkel ϱ, φ gegeben ist. Man verfährt so, dass der ϱ-Wert (Poldistanz) vom oberen Eckpunkt aus am „Kleinkreis"-System, der φ-

Wert (Azimut) von der rechten Dreiecksseite aus am „Grosskreis"-System abgezählt wird. Sollten statt der üblichen Positionswinkel ausnahmsweise solche gegeben sein, die mit polargestelltem (100) oder (010) ermittelt wurden, so kann die Abtragung zunächst in genau gleicher Weise erfolgen. Nachträglich muss dann lediglich die Pause gedreht werden, bis die zuerst oben liegende Ecke mit der linken resp. rechten Ecke des Netzes zur Deckung kommt (Achsentransformation!).

Ist ein Flächenpol in der beschriebenen Weise in das Dreieck eingetragen worden, so kann seine Lage auch mit Hilfe der randlich angebrachten Skalen definiert werden („Randkoordinaten"). Zu diesem Zweck werden durch den Flächenpol und die Ecken des Dreiecks Gerade gezogen und die Lage der Fusspunkte derselben auf den Skalen bestimmt (vergl. Fig. 1 und 2). Von den so erhaltenen Werten ist derjenige auf der linken Skala gleich der X-Koordinate, derjenige der rechten Skala gleich der Y-Koordinate der üblichen gnomonischen Projektion. Die bekannten, einfachen Beziehungen, durch welche Achsenverhältnis und Flächenindizes einerseits und die gnomonischen X—Y-Koordinaten andererseits miteinander verknüpft sind (vergl. z. B. V. GOLDSCHMIDT, Kursus der Kristallometrie, Berlin 1934), gelten in völlig unveränderter Weise für die an den Randskalen abgelesenen Werte. Einige Beispiele werden diese Zusammenhänge illustrieren.

1. In Figur 1 wurde die Fläche 0 = (111) einer rhombischen Kristallart auf Grund ihrer Positionswinkel eingetragen. Die Randkoordinaten dieser Flächen lauten nun

$$\left.\begin{array}{l}\text{(links)}\ X = 1.80 = p_0 = \dfrac{c}{a} \\ \text{(rechts)}\ Y = 0.95 = q_0 = \dfrac{c}{b}\end{array}\right\}\ \text{der Kristallart}$$

Als dritter Randkoordinatenwert kann bei rechtwinkligem Achsenkreuz noch abgelesen werden

$$\text{(unten)}\ Z = 0.53 = \frac{q_0}{p_0} = \frac{a}{b}\ \text{der Kristallart}$$

Damit ist das Achsenverhältnis der Kristallart vollständig bestimmt. Für eine weitere eingetragene Fläche u lauten die entsprechenden Randkoordinaten

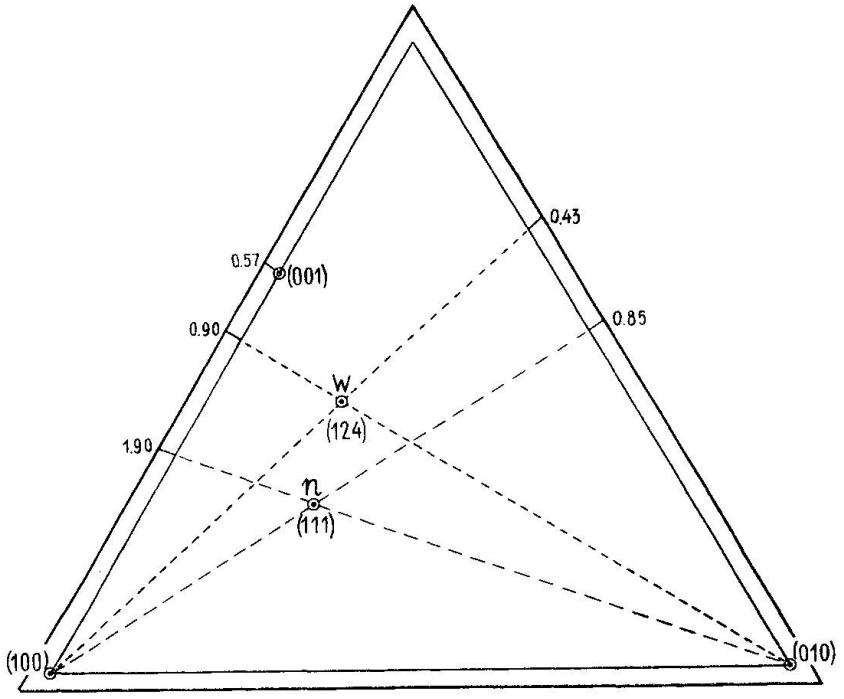
$$\begin{array}{l}\text{(links)}\ X = 5.40 = pp_0, \text{ woraus } p = 3 \\ \text{(rechts)}\ Y = 1.90 = qq_0, \text{ woraus } q = 2\end{array}$$

Das Symbol dieser Fläche lautet somit pq = 32 oder nach MILLER (321). Zur Indizierung der Flächen hätten auch die Y, Z-Randkoordi-

naten herangezogen werden können, doch bietet ihr Gebrauch keine Vorzüge. Die Z-Koordinate ist vor allem für die Indizierung der auf der unteren Dreiecksseite liegenden Flächen (hk0) wertvoll.

In völlig analoger Weise könnte die Indizierung von Flächen eines kubischen oder tetragonalen Kristalls vorgenommen werden.

2. In Figur 2 wurden auf Grund ihrer Positionswinkel die Flächen (100), (010), (001), (111), (hkl) eines monoklinen Kristalls in das Dreieck eingetragen. (001) liegt jetzt nicht mehr auf der oberen Ecke des Dreiecks, sondern entsprechend einem Winkel



Figur 2
Indizierung im monoklinen System

$\beta = 119\frac{1}{2}^{\circ}$ um $29\frac{1}{2}^{\circ}$ auf der linken Dreiecksseite von diesem Punkte entfernt. Die Randkoordinaten dieser Fläche ergeben sich als

(links) X = 0.57
(rechts) Y = 0

Die Fläche n = (111) zeigt folgende Werte:

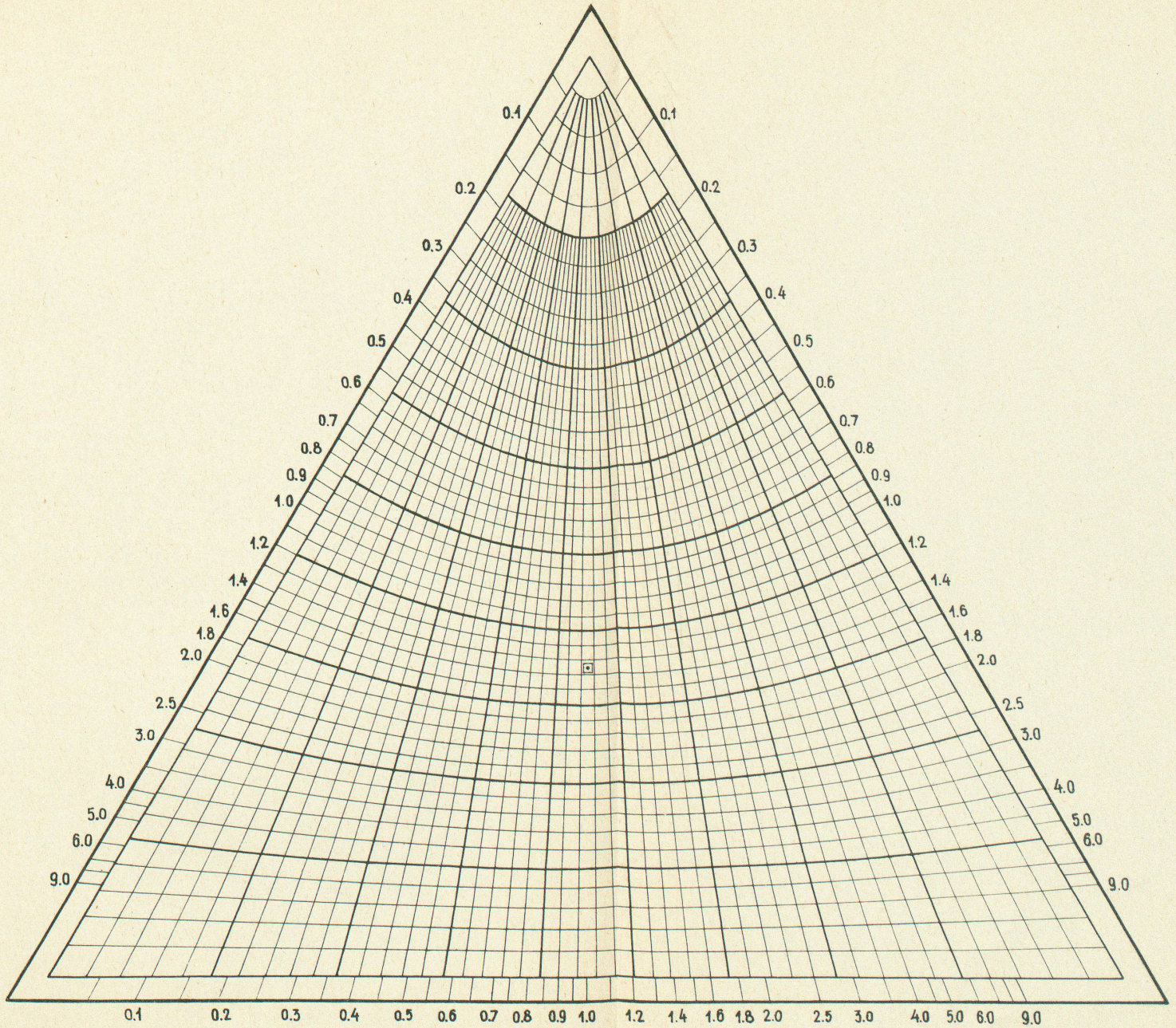
(links) X = 1,90 = 0,57 + 1,33 = X_{001} + p_0 (also p_0 = 1,33)
(rechts) Y = 0,85 = q_0

In ähnlicher Weise ergeben sich für w = (hkl):

(links) X = 0,90 = 0,57 + 0,33 = X_{001} + pp_0, woraus $p = \frac{1}{4}$
(rechts) Y = 0,43 = qq_0, woraus $q = \frac{1}{2}$

Somit lautet das Symbol der Fläche pq = $\frac{1}{4}\frac{1}{2}$ oder nach MILLER $(\frac{1}{4}\frac{1}{2}1)$ = (1 2 4). Die untere (Z-) Koordinate kann im monoklinen

Schweiz. Mineralog.-Petrogr. Mittlgn.,
Bd. XVIII, Heft 2, 1938



Gnomonisches Netz für winkeltreue Dreiecksprojektion (Position der Projektionsebene $\varphi = 45°$ $\varrho = 54°44'$)

Leere Seite
Blank page
Page vide

System nicht verwertet werden. Soll trotzdem eine auf der unteren Dreiecksseite liegende Prismenfläche indiziert werden, so kann folgendermassen vorgegangen werden: Man verbindet den betreffenden Pol mit demjenigen von (001) durch eine Zonenlinie und indiziert nach der angegebenen Methode einen beliebigen Schnittpunkt dieser mit einer anderen Zonenlinie. Lauten die erhaltenen Indizes (hkl), so sind diejenigen des Prismas (hk0).

Trägt man auf Grund ihrer Positionswinkel die Flächen eines hexagonalen oder rhomboedrischen Kristalls in das Dreieck ein und wählt man die Fläche $(01\bar{1}1)$ als Einheitsfläche, so entsprechen die nach der Methode von Beispiel 1 (rhombisch) erhaltenen Werte von p_0 und q_0 dem sog. orthohexagonalen Achsenverhältnis des Minerals, wobei q_0 gleich dem normalen c-Wert ist. Die Indizierung irgend einer anderen Fläche ergibt Werte von p und q, die sich so zu den gewöhnlichen hexagonalen Indizes verhalten, dass

$$\begin{aligned} h\ (hex.) &= \tfrac{1}{2}\,(p-q) \\ k\ (hex.) &= q \\ l\ (hex.) &= 1 \end{aligned}$$

Der dritte hexagonale Index i muss gleich $-(h+k)$ eingesetzt werden. Somit gelingt auch in diesen Systemen die Indizierung in einfacher Weise mit Hilfe der Randkoordinaten, die nur im triklinen System keine Verwendung finden können.

Durch einfache Umkehrung der bis jetzt beschriebenen Verfahren können Flächen auch auf Grund ihrer Indizes mit Hilfe der Randkoordinaten eingetragen und die Positionswinkel dann aus den erhaltenen Lagen im Dreieck abgeleitet werden.

Mineralogische Sammlung, Eidg. Techn. Hochschule.

Eingegangen: Oktober 1938.