

Die optische Orientierung von HT-Labradorit aus Andesit von Khuchiré (Iran), zugleich ein Beitrag zur U-Tischmethodik

Autor(en): **Burri, Conrad**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische mineralogische und petrographische Mitteilungen
= Bulletin suisse de minéralogie et pétrographie**

Band (Jahr): **48 (1968)**

Heft 3

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-37793>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Die optische Orientierung von HT-Labradorit aus Andesit von Khuchiré (Iran), zugleich ein Beitrag zur U-Tischmethodik

Von *Conrad Burri* (Zürich) *)

Mit 3 Textfiguren

Zusammenfassung

Die optische Orientierung eines HT-Labradors An_{62} aus Andesit von Khuchiré (Iran) wurde durch U-Tischmessungen, ausgehend von den Köhler-Winkeln, ohne Einmessung von morphologischen Bezugsrichtungen, ermittelt. Die für P (001) und M (010) berechneten Auslöschungsschiefen stimmen besser mit den gemessenen überein, wenn die optische Orientierung nur auf Grund der Positionen der beiden Bisektrizen festgelegt und die eine grössere Streuung aufweisende optische Normale ausser acht gelassen wird, als wenn man diese mit berücksichtigt und in den Ausgleich mit einbezieht. Die Übereinstimmung von berechneten und gemessenen Auslöschungsschiefen ist vergleichbar mit derjenigen, wie sie bei mikrokonoskopischer Bestimmung der Achsenlage nach der Methode von F. BECKE erzielt wird.

Summary

The optical orientation of high-temperature labradorite An_{62} from an andesite near Khuchiré (Iran) is determined by Universal-Stage measurements making use of the Köhler angles, without reference to morphological elements. The extinction angles on P (001) and M (010) as calculated from the optical orientation show a better agreement with the measured ones when the orientation is based solely on the positions of the two bisectrices. The measured positions of the optical normal show a greater standard deviation and can, therefore, advantageously be set aside. The agreement between calculated and measured extinction angles is of the same order as that obtained when the position of the optic axes is located by BECKE's microconoscopic method.

Inhalt

I. Einleitung	782
II. Methodisches	783
III. Der Hochtemperatur-Labrador von Khuchiré (Iran)	785
1. Vorkommen und Beschreibung	785

*) Institut für Kristallographie und Petrographie der Eidg. Technischen Hochschule, Sonneggstrasse 5, 8006 Zürich.

2. Chemische Zusammensetzung	786
3. Bestimmung der Lichtbrechung von Spaltblättchen	788
4. Bestimmung der optischen Orientierung	788
a) Die Ausgangswerte (Köhler-Winkel)	788
b) Ausgleich der Messwerte und Berechnung der Koordinaten der Hauptschwingungsrichtungen mit Hilfe der Euler-Winkel	789
c) Berechnung der Positionen der optischen Achsen	792
d) Zusammenstellung und Interpretation der Resultate	794
e) Berechnung der Auslöschungsschiefe auf P (001) und M (010)	796
f) Rechtfertigung der angewandten Methode	798
Anhang 1. Zur Definition der Euler-Winkel I—III	799
2. Beziehungen zwischen den sphärischen Koordinaten (φ, ρ) nach Goldschmidt und (λ, φ^*) nach Becke	800
IV. Zitierte Literatur	801

I. EINLEITUNG

Wenn auch unsere Kenntnisse von der optischen Orientierung der Plagioklasse heute einen Stand erreicht haben, welcher gegenüber früher einen entschiedenen Fortschritt bedeutet, und wenn die mikroskopischen Plagioklasbestimmungsmethoden dadurch auf bedeutend gesicherteren Unterlagen beruhen, so erscheint es trotzdem wünschenswert, dass in der Untersuchung von geeigneten Plagioklasvorkommen hinsichtlich chemischer Zusammensetzung und optischer Orientierung kein Stillstand eintritt. Derartige Untersuchungen sind sowohl geeignet, die Zuverlässigkeit der heute im Gebrauch stehenden Bestimmungsdiagramme neu zu überprüfen, wie auch gegebenenfalls diese zu ergänzen und damit auf sicherere Grundlagen zu stellen, ein Ziel, das angesichts der Wichtigkeit, die den mikroskopischen Plagioklasbestimmungsmethoden bei petrographischen Untersuchungen zukommt, weiterverfolgt werden sollte.

Hierfür werden angesichts des relativ spärlichen Vorkommens aufgewachsener, kristallographisch gut ausgebildeter Beispiele vorzugsweise gesteinsbildend auftretende Plagioklasse in Betracht zu ziehen sein, wie sie sich ja gerade in neuerer Zeit als gut geeignet erwiesen haben. Damit ist allerdings zwangsläufig ein Verzicht auf die Anwendung der konoskopischen Methoden von BECKE und WÜLFING verbunden, die bis jetzt die genauesten Bestimmungen hinsichtlich der optischen Orientierung lieferten, über welche wir heute verfügen. Als einzig anwendbar bleiben für gesteinsbildende Vorkommen die U-Tischmethoden. Diese erwiesen sich zwar schon seit langem beim petrographischen Arbeiten als ausserordentlich ergiebig für die Plagioklasuntersuchung, aber es herrschte doch allgemein die Ansicht vor, dass sie nicht imstande seien, eine genügend genaue Bestimmung der optischen Orientierung

von Typenplagioklasen zu liefern, wie sie als Unterlage für Bestimmungsdiagramme benötigt werden. Zahlreiche Untersuchungen der neueren Zeit, vorwiegend aus dem Basler mineralogisch-petrographischen Institut, dürften jedoch gezeigt haben, dass sich mit den heute zur Verfügung stehenden modernen Instrumentarien, bei sorgfältigem Arbeiten und beim Vorhandensein von geeignetem Untersuchungsmaterial, sehr wohl auch für diese Zwecke befriedigende Resultate erreichen lassen.

Die Kleinheit der gesteinsbildenden Plagioklase, sowie ihre oft nur mit Schwierigkeit durchzuführende Separierung, bedingen in den meisten Fällen wohl auch einen Verzicht auf die früher bei derartigen Untersuchungen allgemein übliche vollständige chemische Analyse. Die modernen chemischen und instrumentellen Analysenverfahren, wie z. B. die flammenphotometrische Alkalibestimmung, die komplexometrische Titration des Ca mit EDTA, quantitativ spektroskopische Methoden, sowie die Untersuchung mit der Elektronenmikrosonde oder durch Neutronenaktivierung, liefern jedoch, wie die zunehmende Erfahrung zeigt, genügend genaue Bestimmungen des Gehaltes an An, Ab und Or von gesteinsbildenden Plagioklasen. Bei der Mikrosonde besteht ausserdem der grosse Vorteil, dass die Bestimmungen der chemischen Zusammensetzung am gleichen Korn des Dünnschliffes vorgenommen werden kann, an welchem die optische Orientierung ermittelt wurde.

II. METHODISCHES

Unter der optischen Orientierung eines Kristalles versteht man bekanntlich die Definition der gegenseitigen Lage von Indikatrix und Kristallgebäude, d. h. von optisch und morphologisch definierten Richtungen. Es ist nun ein Charakteristikum der U-Tischmethoden, dass sich die ersteren bei Abwesenheit von Zonarstruktur — und nur solche Beispiele kommen für die hier verfolgten Ziele in Betracht — zwar meist mit durchaus befriedigender Genauigkeit eruieren lassen, während die letzteren oft nur schlecht einmessbar sind, wie z. B. bei unvollkommen ausgebildeter Spaltbarkeit oder unregelmässiger Verwachsungsebene von Zwillingen. Methodisch ist es daher von Vorteil, wenn auf das Einmessen morphologischer Bezugselemente weitgehend verzichtet werden kann. Ein diesbezüglicher Vorschlag stammt von TERTSCH (1943/44), wenn es auch nicht scheint, als ob die Methode vom Autor selbst, oder von anderer Seite je zur genauen Ermittlung der optischen Orientierung von Plagioklasen konsequent angewandt worden wäre. Die Methode geht von den sog. Köhler-Winkeln $K_x K_y K_z$ aus, d. h. von den Winkeln, welche gleichartige Hauptschwingungsrichtungen von Zwillingen nach dem Roc-Tourné-, Albit- und Karlsbad-Gesetz miteinander bilden, wobei die Winkel jeweils über die Zwillingsachse zu messen sind. Da die Zwillingsachsen dieser drei Gesetze

senkrecht zueinander stehen, lassen sie sich als ein rechtwinkliges System XYZ auffassen, in welchem irgend eine beliebige Richtung R durch ihre Richtungswinkel bzw. Richtungscosinus definiert erscheint. In der stereographischen Projektion entsprechen diese Richtungswinkel Kleinkreiskoordinaten, wie sie schon von FEDOROW und NIKITIN benutzt wurden. Diese Richtungswinkel, welche auch als Fedorow-Winkel F_x , F_y , F_z (BURRI, PARKER, WENK 1967) bezeichnet werden, entsprechen den halben Köhlerwinkeln, so dass bei deren Kenntnis der betreffende Pol in stereographischer Projektion als Schnittpunkt von drei Kleinkreisen erhalten wird. Da die drei Richtungscosinus einer beliebigen Richtung R den Komponenten des entsprechenden Einheitsvektors \mathfrak{R}_0 gleich sind, gilt für diesen:

$$\mathfrak{R}_0 = (\cos F_x) \mathbf{i} + (\cos F_y) \mathbf{j} + (\cos F_z) \mathbf{k}$$

womit, falls dies als erwünscht erscheint, sofort zur vektoriellen Darstellung übergegangen werden kann, indem jedem Pol auf der Einheitskugel ein Ortsvektor zugeordnet wird.

In der Praxis wird so vorgegangen, dass die Köhler- bzw. Fedorow-Winkel für je eine grössere Anzahl, z. B. 5—10 der drei erwähnten Zwillingsarten gemessen und gemittelt werden. Die gewünschten Zwillingsgesetze findet man leicht durch eine Voruntersuchung nach der Rittmannschen Zonenmethode (RITTMANN 1929). Man stellt hierzu, unter Verwendung der Achse A_2 des U-Tisches, die Verwachsungsebene normal zur Achse A_4 und beobachtet die Auslöschungswinkel σ_1 und σ_2 der beiden Zwillingsindividuen, bezogen auf die Spur der Verwachsungsebene. Ist $\sigma_1 = -\sigma_2$, so liegt das Albitgesetz vor; ist $\sigma_1 \leq -\sigma_2$, das Karlsbader-, und bei $\sigma_1 \leq \sigma_2$ das Roc-Tourné-Gesetz. Es ist durchaus nicht notwendig, für die Messungen nur Zwillinge i. e. S., d. h. in unmittelbarem Kontakt stehende Individuen zu betrachten, sondern es können auch durch weitere Lamellen voneinander getrennte Individuen eines Zwillingsstockes, insofern sie nur die gewünschte Stellung aufweisen, verwendet werden. Im allgemeinen werden auf diese Weise die gesuchten Positionen der drei Hauptschwingungsrichtungen nicht exakt definiert sein, indem sich die drei mit F_x , F_y , F_z um X , Y , Z geschlagenen Kleinkreise nicht genau in einem Punkte schneiden. Immerhin zeigt es sich, dass bei geeignetem, nicht zonarem Untersuchungsmaterial und sorgfältigem Arbeiten mit einem gut justierten Instrumentarium die Abweichungen erstaunlich gering zu sein pflegen. Zur Bestimmung der Orientierung von Typenplagioklasen, und nicht nur zur routinemässigen Plagioklasbestimmung, wird die Methode jedoch erst in Verbindung mit einem geeigneten Ausgleichsverfahren brauchbar, wie es von PARKER (BURRI, PARKER, WENK 1967, 135) vorgeschlagen wurde. Zuerst hat ein Ausgleich auf die Summe des $\cos^2 F_i = 1$ zu erfolgen, indem die Differenz der Summe der \cos^2 gegen 1 gleichmässig auf die drei Winkel verteilt wird. Ein weiterer Ausgleich hat sich auf die Orthogonalität der Haupt-

schwingungsrichtungen zu beziehen. Auch hierfür hat PARKER (loc. cit. 1967, 196) unter Verwendung der durch BURRI zur Definition der optischen Orientierung der Plagioklase eingeführten Euler-Winkel (BURRI 1956, PARKER, 1961, BURRI, PARKER, WENK 1967) eine elegante Methode entwickelt.

Beim Arbeiten zeigt sich nun sozusagen immer die jedem U-Tischpraktiker wohlbekanntere Tatsache, dass die Position der optischen Normalen, auch bei günstiger Lage der Achsenebene, eine grössere Streuung aufweist als diejenigen der beiden Bisektrizen. Für sie tritt im allgemeinen ein kleines Fehlerdreieck auf, auch in Fällen, wo dies für die Bisektrizen kaum wahrnehmbar ist. In solchen Fällen scheint es empfehlenswert, die Position von n_β nicht aus den gemessenen F_i zu bestimmen, sondern als Normale zu der durch die beiden Bisektrizen bestimmten Achsenebene, und den Ausgleich für die Orthogonalität von $[n_\alpha]$ und $[n_\gamma]$ innerhalb dieser vorzunehmen. Auf diese Weise lässt sich vermeiden, dass der grössere Messfehler für $[n_\beta]$ einen Einfluss auf die genauer ermittelte Position der beiden Bisektrizen gewinnt, wie dies der Fall wäre, wenn alle drei Hauptschwingungsrichtungen beim Ausgleich gleich behandelt würden. Die Berechtigung für ein derartiges Vorgehen wird aus dem im folgenden behandelten Beispiel hervorgehen, für welches die berechneten Auslöschungsschiefen auf P(001) und M(010) mit den gemessenen verglichen werden sollen.

III. DER HOCHTEMPERATUR-LABRADOR VON KHUCHIRÉ (IRAN)

1. Vorkommen und Beschreibung

Im Laufe seiner Kartierungsarbeiten im Elburzgebirge (N-Iran) fand Herr Pierre Stalder, dipl. Geologe ETH, ein andesitisches Gestein von eozänem bis oligozänem Alter, welches in Form eines Lagerganges auftritt. Es weist einen péléitischen bis belugitischen Chemismus auf und führt zahlreiche bis 2 cm lange und bis 4 mm dicke tafelige Einsprenglinge von Labrador. Der Fundort liegt ca. 1,5 km NNE des Dorfes Khuchiré im oberen Taleghan Tal, ungefähr 80 km W von Teheran. Über nähere Einzelheiten wird Herr Stalder in seiner Promotionsarbeit berichten. Der Plagioklas wurde von ihm dem Schreibenden in freundlicher Weise zur Untersuchung überlassen, wofür ihm auch an dieser Stelle bestens gedankt sei. Der Plagioklas ist ausgesprochen tafelig nach (010) entwickelt und erweist sich u. d. M. als intensiv verzwilligt nach den Gesetzen Albit, Karlsbad und Roc Tourné. Das Periklin-Gesetz ist vorhanden, tritt aber gegenüber den Gesetzen mit VE (010) sehr stark zurück. Das Mineral ist sehr frisch und nur äusserst schwach zonar, so dass die Zonarstruktur nur an geeigneten Schnittlagen, wie z. B. (010), in Erscheinung tritt. Es enthält Einschlüsse von unter Magnetitausscheidung serpentiniertem Olivin, von orange-

gelber Farbe. Diese stellen die Quelle von limonitischem Material dar, welches den Plagioklas vielfach aderartig auf feinen Rissen durchsetzt.

2. Chemische Zusammensetzung

Hinsichtlich der Bestimmung der chemischen Zusammensetzung bestanden, trotz des Vorhandenseins grosser Kristalle, gewisse Schwierigkeiten, vor allem wegen des schon erwähnten, auf Rissen eingewanderten limonitischen Materials, das nur durch eine Säurebehandlung zu entfernen gewesen wäre. Auf eine solche wurde jedoch aus verschiedenen Gründen verzichtet. Ausserdem stand nach Anfertigung der Dünnschliffe nur noch relativ wenig Material zur Verfügung, da seinerzeit beim Sammeln desselben eine besondere Untersuchung des Feldspates nicht in Betracht gezogen wurde. Die Anfertigung einer vollständigen chemischen Analyse war daher nicht möglich, es kamen nur Methoden in Frage, die sich mit einem Minimum von Substanz durchführen liessen.

Durch M. Weibel wurde der Gehalt an CaO durch komplexometrische Titration mit EDTA ermittelt, während die Alkalien flammenphotometrisch bestimmt wurden:

CaO	12,5 Gew.-%
Na ₂ O	3,9
K ₂ O	0,5

Daraus ergibt sich das atomare Verhältnis Ca:Na:K von 212:125:6 entsprechend An_{62,0}Ab_{35,0}Or_{3,0}.

Durch A. Gubser wurde mit der Elektronenmikrosonde bestimmt:

An	58,7 Gew.-%
Ab	31,9
Or	4,3

was in Mol.-%, auf die Summe 100 umgerechnet, ergibt: An_{61,9}Ab_{33,6}Or_{4,5}. Von L. Rybach wurde schliesslich durch Neutronenaktivierung ein An-Gehalt von $62,0 \pm 0,5$ Mol.-% bestimmt.

Den Kollegen M. Weibel, A. Gubser und L. Rybach sei für ihre wertvolle Mitarbeit auch an dieser Stelle bestens gedankt.

Auf Grund der gut miteinander übereinstimmenden Resultate nach drei verschiedenen Methoden darf dem Plagioklas eine Zusammensetzung von An₆₂ (Mol.-%) zugeschrieben werden. Die optischen Bestimmungen ergeben, wie sich zeigen wird, einen leicht höheren An-Gehalt von im Mittel An₆₃. Diese Abweichung lässt sich eventuell auf Grund der erwähnten, leichten Zonarstruktur deuten. Bei der Einmessung der optischen Symmetrieebenen stellt man erfahrungsgemäss auf maximale Dunkelheit für die grösste Fläche des betreffenden Kornes ein, unter bewusster Vernachlässigung des sich eventuell verschieden verhaltenden äussersten Randes. Dieser fällt jedoch, auch wenn

er nur sehr schmal ausgebildet ist, volumenmässig relativ stark in Betracht und beeinflusst daher die durchschnittliche chemische Zusammensetzung im Sinne eines höheren Albitgehaltes. Derartige Diskrepanzen finden sich auch in der Literatur erwähnt. So fanden z. B. JÄGER und HUTTENLOCHER (1955) für den Bytownit von Anzola im Val d'Ossola mit dem U-Tisch eine Zusammensetzung von nur An_{70-76} , während die chemische Analyse An_{76} lieferte. Generell ist allerdings für derartige Beobachtungen älteren Datums in Betracht zu ziehen, dass sie nicht unbedingt stichhaltig zu sein brauchen, da die Kalibrierung der Migrationskurven, ganz besonders im Gebiet der basischen Plagioklase, vor Einführung der Euler-Winkel nicht die heute erreichte Zuverlässigkeit aufwies. Alle auf derartigen älteren Grundlagen vorgenommenen Bestimmungen können daher mit einem prinzipiellen Fehler behaftet sein.

Im Zusammenhang mit der kleinen, zwischen optisch und chemisch ermittelten Zusammensetzung bestehenden Diskrepanz muss jedoch auch in Betracht gezogen werden, dass die für die HT-Labradore zur Verfügung stehenden Unterlagen leider noch recht wenig befriedigen. Zwar finden sich im Datenkatalog von BURRI, PARKER, WENK (1967) für das Intervall An_{50-70} sieben optisch untersuchte HT-Plagioklase von bekannter chemischer Zusammensetzung verzeichnet. Von diesen wurde jedoch einzig für den Labrador $An_{66,3}$ aus grönländischem Plateaubasalt (WENK, GRÜTTER und SCHWANDER 1961) die chemische Zusammensetzung direkt (Spektralanalyse) bestimmt. Von den übrigen 6 betreffen 4 Linosafeldspäte (ERNST und NIELAND 1934), für die der An-Gehalt nur aus der Lichtbrechung ermittelt wurde, und die anderen 2 getemperte Labradore von Korostenski (MARFUNIN 1960, 1966), bei denen die Zusammensetzung aus der Lichtbrechung von erschmolzenen Gläsern gefolgert wurde, beides Methoden, denen nicht die gleiche Zuverlässigkeit zukommt wie einer chemischen Analyse. Es wäre daher sehr wohl möglich, dass bei einer genaueren Kenntnis des An-Gehaltes die Interpolation auf den Migrationskurven eine leichte Änderung erfahren müsste, was auch eine Modifikation des abgelesenen An-Gehaltes zur Folge hätte.

Seit der Erstellung der Diagramme von BURRI, PARKER, WENK (1967) wurde durch E. WENK, SCHWANDER und H. R. WENK (1965) und H. R. WENK (1966) der HT-Labrador von Surtsey (Island) neu untersucht, dessen Zusammensetzung mit der Elektronensonde zu $An_{65,6}$, sowie spektralanalytisch zu $An_{65,2}$ bestimmt wurde, womit ein neuer, wertvoller Fixpunkt im HT-Labradorgebiet gewonnen wurde. Es fällt nun auf, dass dort, wo die Projektionspunkte für diesen Feldspat, wie auch für den hier neu beschriebenen, nicht genau auf die Variationskurven der Euler-Winkel I—III fallen, wie dies z. B. für Φ , Ψ , I , D und K_{α} der Fall ist, die im Mittel ca. 1° betragenden Abweichungen immer nach derselben Seite hin erfolgen. Es darf vielleicht daraus geschlossen werden, dass die betreffenden Kurven im Gebiet der HT-Labradore entsprechend zu korrigieren sein werden, sobald einmal vermehrte und gesicherte Unterlagen

vorliegen. Über das Bedürfnis nach solchen dürfte wohl kein Zweifel bestehen, wie überhaupt ganz allgemein darauf hingewiesen werden muss, dass die Migrationskurven der HT-Plagioklase weniger gesichert erscheinen als dies für die TT-Formen heute der Fall ist.

3. Bestimmung der Lichtbrechung von Spaltblättchen

Zur weiteren Charakterisierung des Untersuchungsmaterials wurde n'_α an Spaltblättchen, sowohl nach der gewöhnlichen Immersionsmethode, wie auch nach der λ -Variationsmethode (TSUBOI 1934) bestimmt. Benützt wurden Gemische von Monochlornaphtalin und Kerosin. Nach der gewöhnlichen Immersionsmethode ergab sich $n'_\alpha = 1,562$, was nach dem Diagramm von BURRI, PARKER, WENK (1967), Taf. XVII A₆₄ entspricht. Nach der Methode von TSUBOI resultierte An_{62,5}—An_{63,5}. Die Übereinstimmung mit den bisherigen Ergebnissen ist somit befriedigend. Die Bestimmungen wurden durch R. Schmid ausgeführt, wofür ihm auch an dieser Stelle bestens gedankt sei.

4. Bestimmung der optischen Orientierung

a) Die Ausgangswerte (Köhler-Winkel)

Es wurden an je 10 Zwillingen nach den Gesetzen Roc Tourné, Albit und Karlsbad die nachstehend angegebenen Köhlerwinkel K_x , K_y , K_z gemessen, aus welchen durch Halbierung die Fedorow-Winkel F_x , F_y , F_z folgen.

K_x (Roc-Tourné-Gesetz)

α)	128	123	123	125	120	124	122	122	121	126	Mittel: $123,4^\circ \pm 2,41^\circ$
β)	64	72	69	68	73	65	68	70	72	75	Mittel: $69,6^\circ \pm 3,50^\circ$
γ)	145	141	143	142	151	148	147	144	144	146	Mittel: $145,1^\circ \pm 3,00^\circ$

K_y (Albit-Gesetz)

α)	140	141	143	146	146	143	148	142	143	147	Mittel: $143,9^\circ \pm 2,74^\circ$
β)	114	123	117	120	123	123	124	123	122	123	Mittel: $121,2^\circ \pm 3,26^\circ$
γ)	72	71	75	70	67	70	67	70	71	68	Mittel: $70,1^\circ \pm 2,41^\circ$

K_z (Karlsbad-Gesetz)

α)	68	72	72	70	70	70	72	70	71	71	Mittel: $70,6^\circ \pm 1,26^\circ$
β)	149	144	144	146	146	146	143	147	147	147	Mittel: $145,9^\circ \pm 1,79^\circ$
γ)	120	118	119	120	120	120	120	119	120	120	Mittel: $119,6^\circ \pm 0,70^\circ$

Zusammenstellung der Fedorow-Winkel nach Schwingungsrichtungen¹⁾:

¹⁾ In Übereinstimmung mit BURRI, PARKER, WENK (1967, 26) werden die Symbole n_α , n_β , n_γ ausschliesslich für die Hauptbrechungsindizes reserviert, während die entsprechenden Hauptschwingungsrichtungen immer mit $[n_\alpha]$, $[n_\beta]$, $[n_\gamma]$ und die ihnen zugeordneten Vektoren mit a, b, c bezeichnet werden.

$$\left. \begin{array}{l} F_x = -61,70^\circ \pm 1,20^\circ \\ F_y = -71,95^\circ \pm 1,37^\circ \\ F_z = 35,30^\circ \pm 0,63^\circ \end{array} \right\} [n_\alpha], \quad \left. \begin{array}{l} F_x = 34,80^\circ \pm 1,75^\circ \\ F_y = -60,60^\circ \pm 1,63^\circ \\ F_z = 72,95^\circ \pm 0,89^\circ \end{array} \right\} [n_\beta],$$

$$\left. \begin{array}{l} F_x = 72,55^\circ \pm 1,50^\circ \\ F_y = 35,05^\circ \pm 1,20^\circ \\ F_z = 59,80^\circ \pm 0,35^\circ \end{array} \right\} [n_\gamma].$$

Aus den angegebenen Standardabweichungen ergibt sich deutlich, dass die Position der optischen Normalen $[n_\beta]$ mit einem grösseren Messfehler behaftet ist als diejenigen der beiden Bisektrizen, eine Tatsache, die jedem U-Tischpraktiker hinlänglich bekannt ist.

b) *Ausgleich der Messwerte und Berechnung der Koordinaten der Hauptschwingungsrichtungen mit Hilfe der Euler-Winkel*

Eine Kontrolle ergibt, dass die Summe der $\cos^2 F_i$ in allen drei Fällen von 1 abweicht:

$[n]$	$\sum \cos^2 F_i$	Differenz gegen 1
$[n_\alpha]$	0,98685	0,01315
$[n_\beta]$	1,00122	0,00122
$[n_\gamma]$	1,09316	0,09316

Es hat somit ein Ausgleich zu erfolgen, derart, dass die Differenzen gleichmässig auf die $3 F_i$ verteilt werden (BURRI, PARKER, WENK 1967, 143). Auf diese Weise erhält man²⁾

$$\left. \begin{array}{l} F_x = -61,38^\circ \\ F_y = -71,63^\circ \\ F_z = 34,98^\circ \end{array} \right\} [n_\alpha], \quad \left. \begin{array}{l} F_x = 34,83^\circ \\ F_y = -60,63^\circ \\ F_z = 72,98^\circ \end{array} \right\} [n_\beta], \quad \left. \begin{array}{l} F_x = 72,87^\circ \\ F_y = 35,37^\circ \\ F_z = 60,12^\circ \end{array} \right\} [n_\gamma].$$

Daraus folgen als (φ, ρ) -Werte nach GOLDSCHMIDT (BURRI, PARKER, WENK 1967, 143—144):

$$\begin{array}{l} \varphi_\alpha = 236,66^\circ, \quad \varphi_\beta = 120,86^\circ, \quad \varphi_\gamma = 19,86^\circ. \\ \rho_\alpha = 34,98^\circ, \quad \rho_\beta = 72,98^\circ, \quad \rho_\gamma = 60,12^\circ. \end{array}$$

Eine Prüfung auf Orthogonalität der Schwingungsrichtungen ergibt die Winkel:

$$[n_\alpha, n_\beta] = 89,60^\circ, \quad [n_\alpha, n_\gamma] = 89,42^\circ, \quad [n_\beta, n_\gamma] = 90,71^\circ.$$

Die Abweichungen bewegen sich somit in der Grössenordnung eines halben Grades, was für U-Tischmessungen als befriedigend angesehen werden darf. Für die hier verfolgten Zwecke ist jedoch ein weiterer Ausgleich vorzunehmen.

²⁾ Alle Rechnungen wurden durchwegs mit 5stelligen Logarithmen auf $0,01^\circ$ genau durchgeführt. Zwischenresultate werden ebenfalls auf $0,01^\circ$ angegeben, die Schlussresultate jedoch auf $0,1^\circ$ gerundet.

Anstatt des eleganten, durch PARKER vorgeschlagenen Verfahrens (BURRI, PARKER, WENK 1967, 135—137), das den Messwerten für die Positionen aller drei Hauptschwingungsrichtungen gleiches Gewicht zuteilt, wird hier vorgezogen, nur diejenigen für $[n_\alpha]$ und $[n_\gamma]$ zu berücksichtigen und $[n_\beta]$ als Normale auf die durch diese bestimmte Ebene (optische Achsenebene) zu berechnen. Der Grund für dieses Vorgehen liegt in den konstatierten grösseren Messfehlern, mit denen die Position von $[n_\beta]$ behaftet ist und welche bei gleichmässiger Berücksichtigung der drei Hauptschwingungsrichtungen die genaueren Positionen der beiden Bisektrizen ungünstig beeinflussen würde. Wie aus der Diskussion in Abschnitt 4f hervorgeht, erweist sich dieses Vorgehen als durchaus gerechtfertigt.

Auf Grund der früher angegebenen Beziehung für die vektorielle Formulierung einer durch die Fedorow-Winkel $F_x F_y F_z$ definierten Richtung erhält man für die beiden Bisektrizen:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_0 &= -(\cos 61,38) \mathbf{i} - (\cos 71,63) \mathbf{j} + (\cos 34,98) \mathbf{k}, \\ \mathbf{b}_0 &= (\cos 72,87) \mathbf{i} + (\cos 35,37) \mathbf{j} + (\cos 60,12) \mathbf{k}. \end{aligned}$$

Das gesuchte $[n_\beta]$ erhält man als Vektorprodukt $[\mathbf{a}_0 \mathbf{c}_0]$ zu

$$\mathbf{b}_0 = 0,82513 \mathbf{i} - 0,47996 \mathbf{j} + 0,29776 \mathbf{k}$$

woraus folgt:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= 34,40^\circ \\ F_y &= -61,31^\circ \\ F_z &= 72,68^\circ \end{aligned} \right\} [n_\beta], \quad \varphi_\beta = 120,19^\circ, \quad \rho_\beta = 72,68^\circ.$$

Die Unterschiede dieser Fedorow-Winkel gegenüber den auf $\sum \cos^2 F_i = 1$ ausgeglichenen Messwerten betragen $0,43^\circ$, $0,68^\circ$ bzw. $0,30^\circ$, sind somit ebenfalls von der Grössenordnung eines halben Grades.

Die Abstände $[n_\alpha, n_\beta]$ und $[n_\beta, n_\gamma]$ betragen nun je 90° , während für $[n_\alpha, n_\beta]$ noch ein Ausgleich notwendig ist. Dieser erfolgt am besten mit Hilfe der Euler-Winkel II³⁾. Von diesen ergeben sich zwei ohne weiteres zu

$$\begin{aligned} R &= \varphi_\beta = 120,19^\circ, \\ I &= \rho_\beta = 72,68^\circ, \end{aligned}$$

während der dritte sich folgendermassen berechnet. Bezeichnet man den der optischen Achse A benachbarten Schnittpunkt des Grosskreises $[n_\alpha n_\gamma]$ mit dem Grundkreis mit K (Fig. 1), so ergeben sich dessen (φ, ρ) -Werte zu $\varphi_K = \varphi_\beta + 90^\circ = 210,19^\circ$ und $\rho_K = 90,0^\circ$, und man erhält:

$$\begin{aligned} \cos(n_\alpha, K) &= \sin \rho_\alpha \cos(\varphi_\alpha - \varphi_K) = 59,12^\circ, \\ \cos(n_\gamma, K) &= \sin \rho_\gamma \cos(\varphi_\gamma - \varphi_K) = 148,53^\circ. \end{aligned}$$

³⁾ Für die Definition der Euler-Winkel I—III wird auf den Anhang verwiesen.

Gleicht man die Differenz $148,53^\circ - 59,12^\circ = 89,41^\circ$ auf 90° aus, so resultiert $L_\alpha = 59,12^\circ - 0,295^\circ = 58,825^\circ$, und die Euler-Winkel II lauten somit:

$$\left. \begin{aligned} R &= 120,19^\circ \\ I &= 72,68^\circ \\ L_\alpha &= 58,82^\circ \end{aligned} \right\}$$

Nach dem von PARKER (BURRI, PARKER, WENK 1967, 124) gegebenen Verfahren berechnen sich daraus die Euler-Winkel I wie folgt:

$$\Phi = R - \Delta, \quad \text{wobei} \quad \cotg \Delta = \cos I \cotg L_\gamma, \quad L_\gamma = L_\alpha + 90^\circ = 148,82^\circ,$$

$$\text{woraus} \quad \Phi = 120,19^\circ - 63,80^\circ = 56,39^\circ, \quad \cos \Theta = \sin I \cos L_\gamma,$$

$$\text{woraus} \quad \Theta = 35,24^\circ,$$

$$\text{tg } \Psi_\beta = \text{tg } I \sin L_\gamma, \quad \text{woraus} \quad \Psi = 31,06^\circ.$$

Die Euler-Winkel I lauten somit:

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= 56,39^\circ \\ \Psi &= 31,06^\circ \\ \Theta &= 35,24^\circ \end{aligned} \right\}$$

Aus den Euler-Winkeln I lassen sich auf einfache Weise die auf XYZ bezogenen Richtungswinkel (Fedorow-Winkel) zurückberechnen, was einen Vergleich mit den Messwerten, von welchen ausgegangen wurde, ermöglicht. Die entsprechenden Ausdrücke finden sich in den meisten Lehrbüchern der analytischen Geometrie, eine elementare Ableitung auch bei BURRI (1956). Im folgenden sind die Ergebnisse dieser Rückberechnung zusammengestellt, wobei die unausgeglichenen Messwerte jeweils in Klammern beigelegt sind.

$$\left. \begin{aligned} F_x &= -61,28^\circ (61,70^\circ) \\ F_y &= -71,42^\circ (71,95^\circ) \\ F_z &= 35,24^\circ (35,30^\circ) \end{aligned} \right\} [n_\alpha], \quad \left. \begin{aligned} F_x &= 34,40^\circ (34,80^\circ) \\ F_y &= -61,31^\circ (60,60^\circ) \\ F_z &= 72,68^\circ (72,95^\circ) \end{aligned} \right\} [n_\beta],$$

$$\left. \begin{aligned} F_x &= 72,72^\circ (72,95^\circ) \\ F_y &= 35,22^\circ (35,05^\circ) \\ F_z &= 60,38^\circ (59,80^\circ) \end{aligned} \right\} [n_\gamma].$$

Die Abweichungen übersteigen nur in drei Fällen $0,5^\circ$ und erreichen maximal $0,71^\circ$ für den Winkel $F_y [n_\beta]$. Sie bleiben somit auch hier immer innerhalb der mit dem U -Tisch erreichbaren Messgenauigkeit.

Durch Verdoppelung dieser F_i ergeben sich die auf den ausgeglichenen Positionen der Hauptschwingungsrichtungen beruhenden Köhler-Winkel, die sich wiederum mit den ursprünglichen Messdaten, von denen ausgegangen wurde (in Klammern beigelegt) vergleichen lassen:

K_x (Roc-Tourné-Gesetz)	K_y (Albit-Gesetz)	K_z (Karlsbad-Gesetz)
$[n_\alpha]$ 122,6° (123,4°)	$[n_\alpha]$ 142,8° (143,9°)	$[n_\alpha]$ 70,4° (70,6°)
$[n_\beta]$ 68,8° (69,6°)	$[n_\beta]$ 122,6° (121,2°)	$[n_\beta]$ 145,4° (145,9°)
$[n_\gamma]$ 145,4° (145,1°)	$[n_\gamma]$ 70,4° (70,1°)	$[n_\gamma]$ 120,8° (119,6°)

Hier sind die Abweichungen naturgemäss etwas grösser und erreichen die Grössenordnung von einem Grad, womit jedoch die mit der U -Tischmethode erreichbare Messgenauigkeit immer noch nicht überschritten wird.

Die Euler-Winkel III berechnen sich schliesslich wie folgt:

$D = \Phi - \Delta$, wobei $\cotg \Delta = \cos \Theta \cotg \Psi_\beta$ und $\Delta = 36,31^\circ$, woraus $D = 19,98^\circ$; ferner ist $\cos N = \sin \Theta \cos \Psi$, woraus $N = 60,38^\circ$ und $\tg K_\alpha = -\tg I \sin L_\alpha$, woraus $K_\alpha = 109,92^\circ$. Die Euler-Winkel III lauten somit:

$$\left. \begin{aligned} D &= 19,98^\circ \\ N &= 60,38^\circ \\ K_\alpha &= 109,92^\circ \end{aligned} \right\}$$

Auf Grund der Beziehungen

$$\begin{aligned} \varphi_\alpha &= \Phi + 180^\circ & \varphi_\beta &= R & \varphi_\gamma &= D \\ \rho_\alpha &= \Theta & \rho_\beta &= I & \rho_\gamma &= N \end{aligned}$$

erhält man schliesslich als definitive, ausgeglichene Positionen für die Hauptschwingungsrichtungen, durch welche die optische Orientierung definiert ist:

$$\begin{aligned} \varphi_\alpha &= 236,39^\circ (236,66^\circ) & \varphi_\beta &= 120,19^\circ (120,86^\circ) & \varphi_\gamma &= 19,98^\circ (19,86^\circ) \\ \rho_\alpha &= 35,24^\circ (34,98^\circ) & \rho_\beta &= 72,68^\circ (72,98^\circ) & \rho_\gamma &= 60,38^\circ (60,12^\circ) \end{aligned}$$

Die Abweichung gegenüber den unausgeglichene, jedoch auf $\sum \cos^2 F_i$ korrigierten Positionen ist nur gering und bleibt ebenfalls innerhalb der erzielbaren Messgenauigkeit, wie ein Vergleich mit den in Klammern angegebenen Werten zeigt.

c) Berechnung der Positionen der optischen Achsen

Die berechneten Positionen der drei Hauptschwingungsrichtungen bestimmen zwar eindeutig die Lage der optischen Indikatrix in bezug auf das Kristallgebäude und damit die optische Orientierung. Sie lassen jedoch noch keine Berechnung der Auslöschungsschiefen nach der Fresnelschen Konstruktion zu, da man hierzu die Kenntnis der Lage der optischen Achsen benötigt. Diese sind somit ebenfalls noch festzulegen. Als Mittel von 36 Messungen des Achsenwinkels wurde erhalten:

$$(+)\ 2V = 78,8^\circ \pm 1,7^\circ, \text{ woraus folgt: } V_\gamma = 39,4^\circ \text{ bzw. } V_\alpha = 50,6^\circ.$$

Position der Achse A:

Wie aus Fig. 1 ersichtlich ist, ist in $\Delta K A a$ $L_A = L_\alpha - V_\alpha = 58,82^\circ - 50,6^\circ = 8,22^\circ$, sowie in $\Delta Z A n_\alpha$ nach dem Cosinussatz

$$\cos \rho_A = \cos V_\alpha \cos \rho_\alpha + \sin V_\alpha \sin \rho_\alpha \cos (180^\circ - \Psi), \text{ woraus } \rho_A = 82,16^\circ.$$

Nach dem Sinussatz ist im gleichen Dreieck:

$$\sin \epsilon = \frac{\sin (180^\circ - \Psi)}{\sin \rho_A} \sin V_\alpha,$$

woraus $\epsilon = 23,73^\circ$. Da $\varphi_A = \varphi_\alpha - \epsilon$, wird $\varphi_A = 212,66^\circ$.

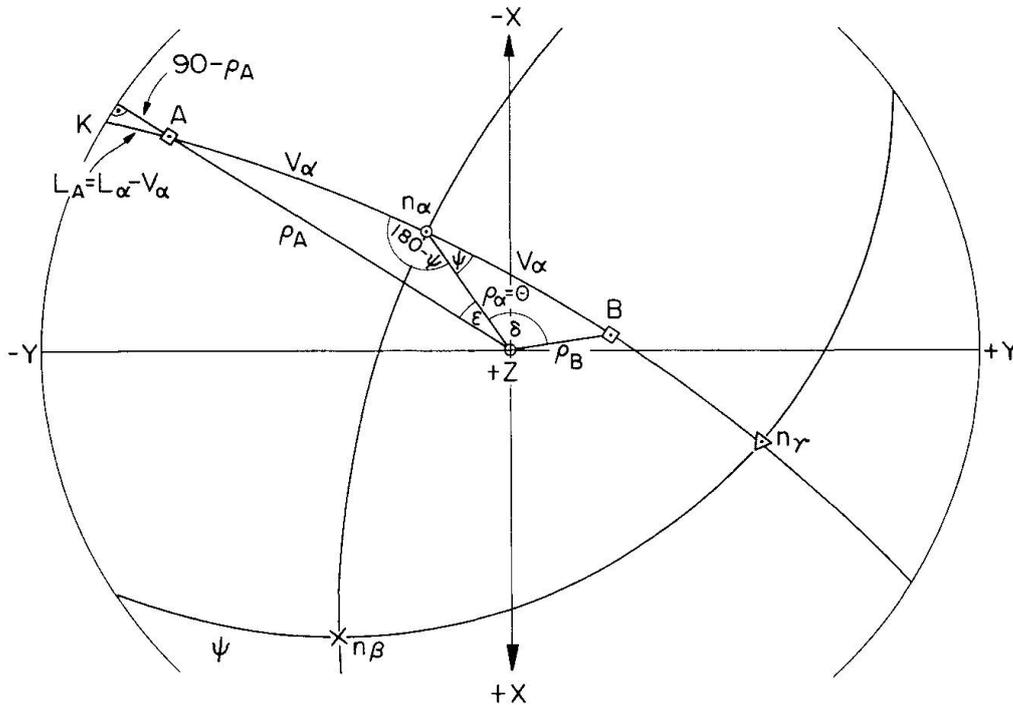


Fig. 1.

Position der Achse B:

In $\Delta Z B n_\alpha$ ist wiederum nach dem Cosinussatz:

$$\cos \rho_B = \cos \rho_\alpha \cos V_\alpha + \sin \rho_\alpha \sin V_\alpha \cos \Psi, \text{ woraus } \rho_B = 25,65^\circ$$

und nach dem Sinussatz $\sin \delta = \frac{\sin \Psi}{\sin \rho_B} \sin V_\alpha$, woraus $\delta = 113,60^\circ$. Da $\varphi_B = \varphi_\alpha + \delta$, so wird

$$\varphi_B = 349,99^\circ.$$

Die gesuchten Achsenpositionen sind somit

$$\begin{array}{ll} \varphi_A = 212,66^\circ & \varphi_B = 349,99^\circ, \\ \rho_A = 82,16^\circ & \rho_B = 25,79^\circ. \end{array}$$

Vielfach werden die Achsenpositionen in Kugelkoordinaten (λ, φ^*) nach MICHEL-LÉVY bzw. BECKE angegeben. Zur Ermöglichung von Vergleichen seien daher auch diese angeführt. Der Gang der Berechnung aus den (φ, ρ) -Werten ist im Anhang erläutert.

$$\begin{array}{ll} \text{Achse } A & \varphi^* = -56,51^\circ \\ & \lambda = +75,66^\circ \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{Achse } B & \varphi^* = +25,37^\circ \\ & \lambda = +4,80^\circ \end{array}$$

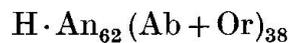
Zur Kontrolle kann der Achsenwinkel aus den Achsenpositionen zurückberechnet werden. Wird wiederum von den (φ, ρ) -Werten ausgegangen, so erhält man nach dem Cosinussatz:

$$\cos 2V = \cos \rho_A \cos \rho_B + \sin \rho_A \sin \rho_B \cos (\varphi_A - \varphi_B),$$

woraus folgt $2V_\gamma = 78,81^\circ$, in Übereinstimmung mit dem gemessenen Werte.

d) Zusammenstellung und Interpretation der Resultate

In der für den Datenkatalog in BURRI, PARKER, WENK (1967) gewählten Form der Darstellung lautet die Charakteristik der optischen Orientierung für den untersuchten Plagioklas:



Labradorit aus Andesit, Khuchiré, Iran

Daten: B/oA (U -Tisch)

$$\begin{array}{lll} \Phi & 56,4^\circ & \Theta & 35,2^\circ & \Psi & 31,1^\circ \\ R & 120,2^\circ & I & 72,2^\circ & L & 58,8^\circ \\ L_A & 8,2^\circ & L_B & 109,4^\circ & 2V_\gamma & 78,8^\circ \\ D & 20,0^\circ & N & 60,4^\circ & K_\alpha & 109,8^\circ \\ n'_\alpha & 1,562 & & & & \text{(Spaltblättchen),} \end{array}$$

wobei $L_A = L_\alpha - V_\alpha$ und $L_B = L_A + 2V_\alpha$.

Optische Orientierung, ausgedrückt durch die Positionen der drei Hauptschwingungsrichtungen:

$$\begin{array}{lll} \varphi_\alpha = 236,7^\circ & \varphi_\beta = 120,9^\circ & \varphi_\gamma = 19,9^\circ \\ \rho_\alpha = 35,0^\circ & \rho_\beta = 73,0^\circ & \rho_\gamma = 60,1^\circ \end{array}$$

Interpretiert nach BURRI, PARKER, WENK (1967), Tafel V: An_{63} HT.

Optische Orientierung, ausgedrückt durch die Position der optischen Achsen:

$$\begin{array}{llll} \text{Achse } A & \varphi = 212,7^\circ & \varphi^* = -56,5^\circ & \text{Achse } B & \varphi = 350,0^\circ & \varphi^* = +25,4^\circ \\ & \rho = 82,2^\circ & \lambda = +75,7^\circ & & \rho = 25,6^\circ & \lambda = +4,8^\circ \end{array}$$

Interpretiert nach BURRI, PARKER, WENK (1967), Tafel V: An₆₃ HT

Euler-Winkel I	Euler-Winkel II	Euler-Winkel III
$\Phi = 56,4^\circ$	$R = 120,2^\circ$	$D = 20,0^\circ$
$\Psi = 31,1^\circ$	$I = 72,2^\circ$	$N = 60,4^\circ$
$\Theta = 35,2^\circ$	$L_\alpha = 58,8^\circ$	$K_\alpha = 109,9^\circ$

Gemäss BURRI, PARKER, WENK

(1967) Tafel I: An₆₃ HT
für alle drei Winkel

Gemäss Tafel II, loc. cit.

Für I : An₆₃ HT
Für R und L_α Kurven-
verlauf ungünstig

Gemäss Taf. III, loc. cit.

Für D : An_{62,5} HT
Für N : An₆₁ HT
Für K_α : An_{63,5} HT

Optischer Achsenwinkel (+) $2V = 78,8^\circ$.

Aus Tafel XII loc. cit. folgt An_{63,5} HT. Eine Interpretation nach der TT-Kurve ergäbe An_{47,5} oder An_{52,5}. Die gute Übereinstimmung des auf Grund der HT-Interpretation erhaltenen An-Gehaltes mit den aus der optischen Orientierung erhaltenen Werten spricht eindeutig für das Vorliegen der HT-Form. Auf Grund der Standardabweichung $\pm 1,7^\circ$ würde sich für den An-Gehalt eine Variation von An₆₀ – An_{65,5} HT ergeben.

Eine weitere Möglichkeit zur Ermittlung des An-Gehaltes bieten die Köhler-Winkel, wobei sowohl die unveränderten Messdaten, von denen ursprünglich ausgegangen wurde, wie auch die aus den ausgeglichenen Fedorow-Winkeln zurückberechneten Winkel zur Verfügung stehen. Die Interpretation nach den Tafeln XIII—XV loc. cit. (1967) führt auf folgende Werte für die ausgeglichenen Werte (in Klammer die An-Gehalte auf Grund der Originalmessdaten):

K_x (Roc-Tourné-Gesetz)	K_y (Albit-Gesetz)	K_z (Karlsbad-Gesetz)
$[n_\alpha]$ An ₆₄ (An _{64,5})	$[n_\alpha]$ An _{62,5} (An ₆₂)	$[n_\alpha]$ Kurvenverlauf ungünstig
$[n_\beta]$ An _{63,5} (An ₆₃)	$[n_\beta]$ Kurvenverlauf ungünstig	$[n_\beta]$ An ₆₃ (An _{63,5})
$[n_\gamma]$ Kurvenverlauf ungünstig	$[n_\gamma]$ An _{62,5} (An ₆₂)	$[n_\gamma]$ An _{61,5} (An ₆₃)

Mit Ausnahme des Winkels $K_x[n_\alpha]$ (Roc-Tourné-Gesetz), welcher auf An₆₄ führt, stimmen somit die aus den Köhler-Winkeln erhaltenen Resultate befriedigend mit den bisherigen überein.

e) Berechnung der Auslöschungsschiefe auf $P(001)$ und $M(010)$

Nach dem Satz von Fresnel entsprechen die Schwingungsebenen der beiden Wellen, die sich in einem doppelbrechenden Kristall in einer beliebigen Wellennormalenrichtung N fortpflanzen, den Halbierungsebenen der räumlichen Winkel, die durch die zwei, je durch N und eine der beiden optischen Achsen A und B gelegten sog. Konstruktionsebenen gebildet werden. Die Welle mit dem kleineren Brechungsindex n_α liegt hierbei im gleichen Winkel wie n_α , und diejenige mit dem grösseren Brechungsindex n'_γ im gleichen wie n_γ . Zur rechnerischen Auswertung bedient man sich mit Vorteil einfacher Vektormethoden (BURRI 1950). Handelt es sich um die Berechnung der Auslöschungsschiefe auf einer Fläche F , so wird diese durch ihren Normalvektor \mathfrak{F} charakterisiert, welcher der oben erwähnten Wellennormalenrichtung entspricht. Die beiden durch die Flächennormale und je eine optische Achse verlaufenden Konstruktionsebenen sind ebenfalls durch ihre Normalvektoren \mathbf{r}_1 und \mathbf{r}_2 bestimmt. Diese entsprechen den Vektorprodukten $\mathbf{r}_1 = [\mathfrak{A} \mathfrak{F}]$ und $\mathbf{r}_2 = [\mathfrak{B} \mathfrak{F}]$. Die gesuchten Schwingungsrichtungen $S_{1,2}$ werden als $\mathbf{r}_{10} \pm \mathbf{r}_{20}$ erhalten. Die Bezugsrichtung R entspricht der Schnittgeraden der betrachteten Fläche F , für welche die Auslöschungsrichtung gesucht wird, mit einer Fläche G , auf deren Spur sie bezogen werden soll, d. h. es ist $\mathfrak{R} = [\mathfrak{F} \mathfrak{G}]$. Den gesuchten Auslöschungswinkel σ schliesslich erhält man aus dem skalaren Produkt $(\mathfrak{S}_0 \mathfrak{R}_0) = \cos \sigma$.

α) Berechnung der Auslöschungsschiefe auf $P(001)$ bezogen auf die Spur von $M(010)$

Der einer durch ihre (φ, ρ) -Werte charakterisierten Richtung R zugeordnete Einheitsvektor ist gegeben durch:

$$\mathfrak{R}_0 = (\sin \varphi \sin \rho) \mathbf{i} + (\cos \varphi \sin \rho) \mathbf{j} + (\cos \rho) \mathbf{k}.$$

Für die beiden Achsen A und B erhält man derart aus den w. o. gegebenen Positionswerten:

$$\mathfrak{A}_0 = -0,53460 \mathbf{i} - 0,83400 \mathbf{j} + 0,13641 \mathbf{k},$$

$$\mathfrak{B}_0 = -0,07563 \mathbf{i} + 0,42856 \mathbf{j} + 0,90039 \mathbf{k}.$$

Für die Position von $P(001)$ ergibt sich für An_{60} nach PARKER (BURRI, PARKER, WENK, 1967, 294) $\varphi = 81,08^\circ$, $\rho = 26,37^\circ$, und dementsprechend für den Normalvektor von P :

$$\mathfrak{P}_0 = 0,43880 \mathbf{i} + 0,06887 \mathbf{j} + 0,89594 \mathbf{k}.$$

Für die Flächennormalen zu den beiden Konstruktionsebenen ergibt sich ferner:

$$\mathbf{r}_1 = [\mathfrak{A}_0 \mathfrak{B}_0] = -0,75661 \mathbf{i} + 0,53833 \mathbf{j} + 0,32915 \mathbf{k}$$

und daraus

$$|\mathbf{r}_1| = 0,98546,$$

$$\mathbf{r}_{1_0} = -0,76778 \mathbf{i} + 0,54678 \mathbf{j} + 0,33400 \mathbf{k}.$$

$$\mathbf{r}_2 = [\mathfrak{B}_0 \mathfrak{P}_0] = -0,28880 \mathbf{i} - 0,46284 \mathbf{j} + 0,19321 \mathbf{k}$$

und daraus

$$|\mathbf{r}_2| = 0,57839$$

und

$$\mathbf{r}_{2_0} = -0,49807 \mathbf{i} - 0,80022 \mathbf{j} + 0,33405 \mathbf{k}.$$

Von den beiden Schwingungsrichtungen $S_{1,2}$ kommt konventionellerweise nur die n'_α entsprechende in Betracht, die als $\mathfrak{S} = \mathbf{r}_{1_0} + \mathbf{r}_{2_0}$ erhalten wird. $\mathfrak{S} = \mathbf{r}_{1_0} + \mathbf{r}_{2_0} = -1,26585 \mathbf{i} - 0,25344 \mathbf{j} + 0,66805 \mathbf{k}$, woraus $|\mathfrak{S}| = 1,45362$ und $\mathfrak{S}_0 = -0,87084 \mathbf{i} - 0,17436 \mathbf{j} + 0,45959 \mathbf{k}$.

Für die Bezugsrichtung R , d. h. die Spur von $M(010)$ auf $P(001) =$ kristallographisch a , erhält man aus

$$\mathfrak{M}_0 = 0 \mathbf{i} + 1 \mathbf{j} + 0 \mathbf{k},$$

$$\mathfrak{P}_0 = 0,43880 \mathbf{i} + 0,06887 \mathbf{j} + 0,89594 \mathbf{k},$$

$$\mathfrak{R} = [\mathfrak{M}_0 \mathfrak{P}_0] = -0,89594 \mathbf{i} + 0 \mathbf{j} + 0,43880 \mathbf{k}, \text{ woraus } |\mathfrak{R}| = 0,99762$$

und

$$\mathfrak{R}_0 = -0,89808 \mathbf{i} + 0 \mathbf{j} + 0,45009 \mathbf{k},$$

$$\cos \sigma_P = (\mathfrak{S}_0 \mathfrak{R}_0) = 0,98892.$$

Nach der Schusterschen Regel ist die Auslöschungsschiefe negativ zu nehmen, so dass

$$\sigma_P = -8,54^\circ.$$

Gemessen wurde im Mittel von je 5 Messungen an 4 verschiedenen Spaltblättchen:

$$\sigma_{P(\text{gemessen})} = -8,4^\circ \pm 0,5^\circ$$

in sehr guter Übereinstimmung mit dem aus den Achsenpositionen berechneten Wert. Nach Taf. XI loc. cit. (1967) entspricht dies An_{62} HT, während sich für TT An_{54} ergeben würde.

β) Berechnung der Auslöschungsschiefe auf $M(010)$, bezogen auf die Spur von $P(001)$

Aus den w. o. gegebenen Vektoren \mathfrak{A}_0 und \mathfrak{B}_0 sowie $\mathfrak{M}_0 = 0 \mathbf{i} + 1 \mathbf{j} + 0 \mathbf{k}$ erhält man $\mathbf{r}_1 = [\mathfrak{A}_0 \mathfrak{M}_0] = 0,13641 \mathbf{i} + 0 \mathbf{j} + 0,53460 \mathbf{k}$, woraus

$$|\mathbf{r}_1| = 0,55179 \text{ und } \mathbf{r}_{1_0} = 0,24721 \mathbf{i} + 0 \mathbf{j} + 0,96886 \mathbf{k}$$

und in analoger Weise $\mathbf{r}_2 = [\mathfrak{B}_0 \mathfrak{M}_0] = 0,90039 \mathbf{i} + 0 \mathbf{j} + 0,07562 \mathbf{k}$, woraus

$$|\mathbf{r}_2| = 0,90354 \text{ und } \mathbf{r}_{2_0} = 0,99650 \mathbf{i} + 0 \mathbf{j} + 0,08370 \mathbf{k}.$$

$\mathfrak{S} = \mathbf{r}_{1_0} - \mathbf{r}_{2_0} = -0,74929 \mathbf{i} + 0 \mathbf{j} + 0,88516 \mathbf{k}$, woraus

$$|\mathfrak{S}| = 0,11597 \quad \text{und} \quad \mathfrak{S}_0 = -0,64610 \mathbf{i} + 0 \mathbf{j} + 0,76325 \mathbf{k}.$$

Die Bezugsrichtung R ist identisch mit derjenigen des vorigen Falls und es wird

$$\cos \sigma_M = (\mathfrak{S}_0 \mathfrak{R}_0) = 0,92377.$$

Auch hier ist die Auslöschungsschiefe nach der Schusterschen Regel negativ zu nehmen, so dass

$$\sigma_M = -22,52^\circ.$$

Das Mittel von je 5 Messungen an 3 verschiedenen Spaltblättchen ergab

$$\sigma_{M(\text{gemessen})} = -22,3^\circ \pm 0,6^\circ$$

ebenfalls in sehr guter Übereinstimmung mit dem berechneten Wert.

Nach Tafel XI loc. cit. 1967 führt dieser Wert auf $\text{An}_{63} \text{HT}$, während die Annahme von TT auf An_{58} führen würde. Die Auslöschungsschiefen auf P(001) und M(010) führen somit beide auf die gleiche Zusammensetzung wie die bisher betrachteten Methoden.

f) *Rechtfertigung der angewandten Methode*

Die vorliegenden Ergebnisse dürften gezeigt haben, dass die angewandte Methode, bei der die optische Orientierung allein aus den Positionen der beiden Bisektrizen $[n_\alpha]$ und $[n_\gamma]$ und denjenigen der optischen Achsen ermittelt wurde, während die eine grössere Streuung aufweisenden Messwerte für die optische Normale $[n_\beta]$ nicht berücksichtigt wurden, imstande ist, brauchbare Resultate zu liefern. Ein Vergleich der aus der auf diese Weise ermittelten optischen Orientierung berechneten Auslöschungsschiefen auf P(001) und M(010) mit den an Spaltblättchen gemessenen ergab im vorliegenden Falle eine Übereinstimmung, welche derjenigen vergleichbar ist, wie sie z. B. von CHUBODA (1925) anlässlich seiner Untersuchung des Albites von Rischuna nach der Beckeschen mikrokonoskopischen Methode erzielt wurde. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass die in diesem Falle angewandte Methode, neben derjenigen von Wülfing, die ebenfalls auf der konoskopischen Bestimmung der Achsenpositionen beruht, wohl die zuverlässigsten Bestimmungen der optischen Orientierung von Plagioklasen geliefert hat, über die wir überhaupt verfügen, sowie dass es sich im Falle des Albites von Rischuna (aus Bündnerschieferklüften) um wasserklare Kristalle, somit ein ganz besonders geeignetes Material handelte. Es dürfte somit feststehen, dass es möglich ist, mit Hilfe der U-Tischmethoden geeignetes und vor allem in geeigneter Weise verzwilligtes Material voraussetzt, Resultate zu erlangen, die sich mit den besten bekannten durchaus vergleichen lassen.

Unter diesen Umständen erschien es wünschenswert, zu untersuchen, inwie-

fern die vorgeschlagene Methode zur Erreichung des guten Resultates beigetragen hat und wie sich das Ergebnis gestaltet hätte, wenn nach der bis jetzt üblichen Weise vorgegangen worden wäre, d. h. wenn die drei Hauptschwingungsrichtungen gleichermaßen berücksichtigt und die Messfehler gleichmäßig auf sie verteilt worden wären, um den nötigen Ausgleich zu erhalten. Eine Durchführung der Berechnung auf diese Weise ergibt folgende Euler-Winkel (in Klammer zum Vergleich die ohne Berücksichtigung von $[n_\beta]$ erhaltenen Werte):

Euler-Winkel I	Euler-Winkel II	Euler-Winkel III
Φ 56,5° (56,4°)	R 120,5° (120,2°)	D 20,3° (20,0°)
Ψ 30,8° (31,1°)	I 72,8° (72,7°)	N 60,3° (60,4°)
Θ 35,3° (35,2°)	L_α 58,7° (58,8°)	K_α 109,9° (109,9°)

Für die Positionen der drei Hauptschwingungsrichtungen erhält man:

$$\begin{aligned} \varphi_\alpha &= 236,5^\circ (236,4^\circ) & \varphi_\beta &= 120,5^\circ (120,2^\circ) & \varphi_\gamma &= 20,3^\circ (20,0^\circ) \\ \rho_\alpha &= 35,3^\circ (35,2^\circ) & \rho_\beta &= 72,8^\circ (72,7^\circ) & \rho_\gamma &= 60,3^\circ (60,4^\circ) \end{aligned}$$

Die Positionen der optischen Achsen lauten:

$$\begin{aligned} \varphi_A &= 212,9^\circ (212,7^\circ) & \varphi_B &= 350,3^\circ (350,0^\circ) \\ \rho_A &= 82,3^\circ (82,2^\circ) & \rho_B &= 25,6^\circ (25,8^\circ) \end{aligned}$$

Aus diesen Achsenpositionen, die von den w. o. benutzten maximal nur um 0,3° abweichen, berechnen sich als Auslöschungsschiefen auf P und M die Werte

$$\sigma_P = -9,10^\circ \quad \sigma_M = -22,90^\circ$$

die eine weniger gute Übereinstimmung mit den gemessenen Werten zeigen als dies für die aus der ohne Berücksichtigung von $[n_\beta]$ ermittelten optischen Orientierung gewonnenen der Fall ist. Die hier vorgeschlagene und durchgeführte Methode erfährt hierdurch ihre Rechtfertigung.

ANHANG

1. Zur Definition der Euler-Winkel I—III

Die Euler-Winkel, wie sie 1738 durch LEONHARD EULER in die analytische Geometrie eingeführt wurden, gestatten die Beschreibung der gegenseitigen Orientierung von zwei rechtwinkligen Koordinatensystemen XYZ und $X'Y'Z'$ durch drei Winkel. Im vorliegenden Falle ist das erste (kristallographische) System durch die Zwillingsachsen des Roc-Tourné-Gesetzes (X), des Albit-Gesetzes (Y) und des Karlsbad-Gesetzes (Z) gegeben, während das zweite (optische) $X'Y'Z'$ durch die drei Hauptschwingungsrichtungen $[n_\alpha]$,

$[n_\beta]$, $[n_\gamma]$ gebildet wird. Für die Zuordnung dieser zu den Richtungen X' , Y' und Z' ergeben sich drei Möglichkeiten, die als Euler-Winkel I—III bezeichnet werden, gemäss dem folgenden Schema:

Euler-Winkel	I	II	III
X'	$[n_\beta]$	$[n_\gamma]$	$[n_\alpha]$
Y'	$[n_\gamma]$	$[n_\alpha]$	$[n_\beta]$
Z'	$[n_\alpha]$	$[n_\beta]$	$[n_\gamma]$

Lage und Definition dieser drei Trippel von Winkeln für HT- Labrador An_{62} geht aus Fig. 2 hervor. Für nähere Angaben sei auf BURRI, PARKER, WENK 1967, 41—45 und 117—125, verwiesen.

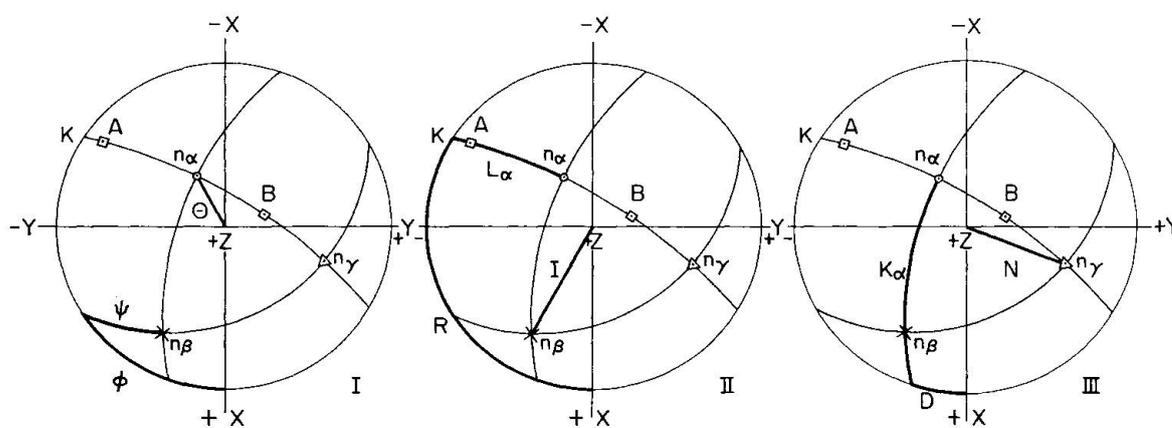


Fig. 2.

2. Beziehungen zwischen den sphärischen Koordinaten (φ, ρ) nach Goldschmidt und (λ, φ^*) nach Becke

Die gesuchten Beziehungen ergeben sich unmittelbar aus Fig. 3.

$$\begin{aligned} \sin \varphi^* &= \sin \rho \sin \Delta. & \text{Dabei gilt für den} & \text{I. Quadranten } \Delta = \varphi - 270^\circ \\ \sin \lambda &= \text{tg } \varphi^* \text{ cotg } \Delta & & \text{II. Quadranten } \Delta = 270^\circ - \varphi \\ & & & \text{III. Quadranten } \Delta = \varphi - 90^\circ \\ & & & \text{IV. Quadranten } \Delta = 90^\circ - \varphi \end{aligned}$$

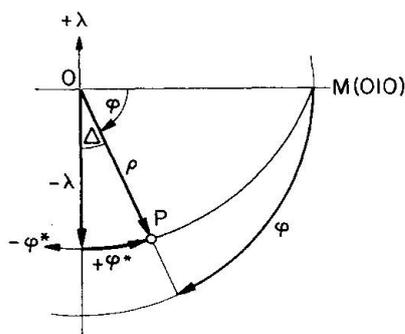


Fig. 3.

IV. ZITIERTE LITERATUR

SMPM = Schweiz. Mineralogische und Petrographische Mitteilungen

- BURRI, C. (1950): Anwendung der Vektorrechnung auf einige häufig auftretende kristalloptische Probleme. *SMPM* 30, 258—303.
- (1956): Charakterisierung der Plagioklasoptik durch drei Winkel und Neuentwurf des Stereogramms der optischen Orientierung für konstante Anorthitintervalle. *SMPM* 36, 539—592.
- BURRI, C., PARKER, R. L. und WENK, ED. (1967): Die optische Orientierung der Plagioklasse. Basel, Birkhäuser.
- CHUDOBA, K. (1925): Die optische Orientierung des Albites von Rischuna (Schweiz). *Tscherm. Mitt.*, N. F. 38 (Festband F. Becke), 88—99.
- ERNST, E. und NIELAND, H. (1934): Plagioklasse von Linosa, ein Beitrag zur Anemousitfrage. *Min. Petr. Mitt.* 46, 93—126.
- JÄGER, E. und HUTTENLOCHER, H. (1955): Beobachtungen an basischen Plagioklassen der Ivreazone. *SMPM* 35, 199—206.
- MARFUNIN, A. (1960): Ableitung eines Diagramms der optischen Orientierung saurer und intermediärer Plagioklasse (russisch). *Izvest. Akad. Nauk USSR (Ser. Geol.)* Nr. 5, 88—102.
- (1966): The feldspars, phase relations, optical properties and geological distribution (translation from the Russian). Jerusalem, Israel Program for Scient. Transl.
- PARKER, R. L. (1961): Betrachtungen über die Wahl von Winkeln zur Charakterisierung der Plagioklas-Optik. *SMPM* 41, 433—442.
- RITTMANN, A. (1929): Die Zonenmethode. Ein Beitrag zur Methodik der Plagioklasbestimmung mit Hilfe des Theodolithisches. *SMPM* 9, 1—46.
- TERTSCH, H. (1943/44): Die Ermittlung der kristallographischen Orientierung der Plagioklasoptik ohne Verwendung von Spaltrissen oder Flächenspuren. *Z. Krist.* 105, 330—334.
- TSUBOI, S. (1934): A straight-line diagram for determining plagioclases by the dispersion method. *Jap. J. Geol. Geogr.* 11, 325—326, Pl. XLI.
- WENK, ED., GRÜTTER, O. und SCHWANDER, H. (1961): Labradorit aus Plateaubasalt von Ostgrönland. *SMPM* 41, 53—63.
- WENK, ED., SCHWANDER, H. und WENK, H. R. (1965): Labradorit von Surtsey (Island). *Acta Nat. Islandica* 2, 1—29.
- WENK, H. R. (1966): Labradorite from Surtsey (Iceland). *SMPM* 46, 81—84.

Manuskript eingegangen am 10. Juli 1968.