

Zeitschrift: Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft =
Actes de la Société Helvétique des Sciences Naturelles = Atti della
Società Elvetica di Scienze Naturali

Herausgeber: Schweizerische Naturforschende Gesellschaft

Band: 95 (1912)

Artikel: Sur les singularités des surfaces

Autor: Dumas, Gustave

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-90210>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 08.06.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Betrachtungsweise lässt sich natürlich auch auf unendliche Gruppen ausdehnen.

6. Prof. J. ANDRADE, Besançon (France). *Nouveaux modèles de mouvements pour l'enseignement de la géométrie.*

Ces modèles ne concernent que la géométrie qualitative, la seule qui offre au débutant une réelle difficulté; ce sont des modèles de mouvements ou d'assemblages, matérialisant les premiers concepts de la géométrie, qui sont non des concepts de formes, mais des concepts de mouvements.

- I. Modèle relatif à la définition réaliste de la droite.
- II. Triangle évidé avec axe perpendiculaire traversant son plan en un sommet.
- III. Modèle dont les deux phases de mouvement schématisent la propriété fondamentale du dièdre.
- IV. Modèle pour illustrer une propriété fondamentale du trièdre, ou théorème du parapluie.
- V. Modèle de démonstration pour ce théorème: que deux plans qui ont un point commun ont une droite commune, ou ce qui revient de même: qu'une seule droite perpendiculaire à un plan peut-être conduite par un point de ce plan. Les modèles I, II, III, IV ont déjà été indiqués par l'auteur dans son livre « Le mouvement »¹ mais le modèle V, réalise par un jeu de fils la conséquence singulière de deux normales élevées d'un même point à un plan: à savoir qu'un même point d'un solide en rotation décrirait *à la fois une ligne et une surface* si le théorème étudié était en défaut.

Des photographies de ces modèles de mouvements paraîtront en décembre dans la « Revue de l'enseignement technique ».

7. M. Gustave DUMAS, Zurich: *Sur les singularités des surfaces.*

L'auteur de cette communication rappelle d'abord, en quel-

¹ Le mouvement, mesures du temps et mesures de l'étendue. Alcan éditeur. Paris 1911.

ques mots, comment se pose le problème de la résolution des singularités des surfaces, puis, dans un exposé d'un caractère tout à fait général, développe sa méthode, en résolvant d'une manière complète la singularité que la surface

$$(1) \quad z^{10} - 4y^{12} + 4x^3y^8 + x^8y^4 - x^9 + Ax^4y^5z^2 = 0$$

présente au point

$$(2) \quad x = y = z = 0.$$

Son procédé le conduit à faire correspondre aux points singuliers considérés certains polyèdres analogues aux polygones de Newton utilisés pour les courbes algébriques planes.

Dans l'exemple de ci-dessus, la polyèdre comporte une seule face finie, triangulaire, T. La résolution complète de la singularité s'effectue en partant de trois substitutions se rattachant respectivement à chacune des arêtes de T, et de la forme :

$$(3) \quad \begin{cases} x = \xi^a \eta^{a'} u^{a''} \\ y = \xi^b \eta^{b'} u^{b''} \\ z = \xi^c \eta^{c'} u^{c''} \end{cases}$$

Les exposants a, b, c , etc., sont des entiers positifs ; quelques-uns d'entre eux peuvent être nuls. Leur déterminant, pris en valeur absolue, doit se réduire à l'unité.

Par l'intermédiaire des substitutions (3) on obtient des représentations holomorphes de portions de la surface (1), dans le voisinage du point (2), qui, dans leur ensemble, représentent complètement cette surface (1) dans le voisinage de ce même point (2).

Pour atteindre ce dernier résultat, il suffit d'ailleurs un nombre fini de ces représentations ¹.

M. G. Dumas montre ensuite que le polyèdre permet de distinguer les uns des autres les différents *cycles*, ou, ce qui revient au même, les diverses nappes qu'une surface présente dans le voisinage d'un point singulier, et, termine en donnant quelques

¹) Pour de plus amples renseignements sur la résolution de la singularité considérée, voir *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. 154, p. 1495, séance du 3 juin 1912.

indications relatives à différents polyèdres rencontrés dans le cours de ses recherches.

8. Prof. D^r M. PLANCHEREL, Fribourg. *Unicité du développement d'une fonction en série de polynômes de Legendre et expression analytique des coefficients de ce développement.*

$P_n(x)$ désignant le polynôme de Legendre $\frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2-1)^n$, nous appellerons série de polynômes de Legendre toute série de la forme $\sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(x)$. $f(x)$ étant une fonction sommable dans l'intervalle $(-1, +1)$, on peut former les *coefficients de Legendre* $f_n = \frac{2n+1}{2} \int_{-1}^{+1} f(x) P_n(x) dx$. La série $\sum f_n P_n(x)$ formée au moyen de ces coefficients n'est pas nécessairement convergente; nous l'appellerons la *série de Legendre* de $f(x)$, $f(x)$ en sera dite la *génératrice*.

On peut se poser au sujet de ces séries des questions analogues à celles que *Cantor* et *Dubois-Reymond* ont posées et partiellement résolues dans la théorie des séries trigonométriques. Les théorèmes suivants constituent une réponse partielle à ces questions.

I. *La condition nécessaire et suffisante pour que dans tout l'intervalle $(-1, +1)$ à l'exception au plus d'un ensemble réductible de points, $\sum a_n P_n(x)$ converge vers zéro, est que $a_n = o(n = 1, 2, 3, \dots)$.* Ce théorème est dû à M. Dini. La méthode qui me donne les théorèmes suivants m'en fournit une démonstration plus simple.

II. *Si la série $\sum a_n P_n(x)$ converge dans tout l'intervalle $(-1, +1)$, à l'exception au plus d'un ensemble réductible de points, vers une fonction $f(x)$ bornée, c'est une série de Legendre dont $f(x)$ est la génératrice.*

III. *La condition nécessaire et suffisante pour qu'une série $\sum a_n P_n(x)$ (convergente ou non) possède une fonction génératrice*