

**Zeitschrift:** Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft.  
Wissenschaftlicher und administrativer Teil = Actes de la Société  
Helvétique des Sciences Naturelles. Partie scientifique et administrative  
= Atti della Società Elvetica di Scienze Naturali

**Herausgeber:** Schweizerische Naturforschende Gesellschaft

**Band:** 141 (1961)

**Vereinsnachrichten:** Symmetrie und Unordnung in der Kristallwelt

**Autor:** Laves, F.

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 22.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Symmetrie und Unordnung in der Kristallwelt

Prof. Dr. F. LAVES, (Zürich)

Gesetz ist nur, daß keines ist.

(F. Dürrenmatt in «Frank der Fünfte»)

Seit Jahrtausenden haben Kristalle und ihre Verwachsungen den Menschen fasziniert. Er spürt Gesetzmäßiges, welches sich hinter einer ungesetzmäßigen Variation der sich dem Auge bietenden Gestaltenmannigfaltigkeit verbirgt. Die Spannung zwischen Gesetz und Ungesetz empfindet er als schön, auch wenn er von dem Gesetz nichts weiß, dessen Existenz er aber ahnt.

Um das Ungesetzmäßige oder die Unordnung in der Kristallwelt diskutieren zu können, ist es zweckmäßig, sich zunächst darüber zu einigen, was unter Gesetz oder Ordnung verstanden werden soll. Jede Abweichung von der Ordnung kann dann als «Unordnung» aufgefaßt werden. In diesem Sinne gibt es viele Grade und Typen der Unordnung, von denen später die Rede sein wird.

«Ordnung» kann in einfacher Weise durch Symmetriebedingungen definiert werden, denen ein idealer Kristall genügen sollte: Ein Körper (oder eine Anordnung von Punkten bzw. eine Anordnung von irgendwelchen Motiven) besitzt im kristallographischen Sinne *Symmetrie*, wenn es möglich ist, die Anordnung durch kristallographisch mögliche *Symmetrioperationen* mit sich selbst zur Deckung zu bringen.

Welche kristallographischen Symmetrioperationen möglich sind, läßt sich aus einer Diskussion der wichtigsten Symmetrieeigenschaft von Kristallen ableiten, nämlich der *Translation*. Das heißt, zu jedem Atom eines Kristalles muß es andere gleiche Atome des Kristalles geben, welche die Punkte eines Translationsgitters besetzen. Unter *Translationsgitter* versteht man eine dreidimensional ausgedehnte Anordnung diskreter Punkte, welche folgender Bedingung genügt: Verschiebt man die Anordnung parallel mit sich selbst derart, daß nach der Verschiebung irgendein Punkt der Anordnung auf irgendeinen Platz zu liegen kommt, an welchem vor der Verschiebung ein Punkt der Anordnung lag, so müssen alle Punkte der Anordnung auf Plätze zu liegen kommen, die vor der Verschiebung Punkte der Anordnung waren. Die im vorstehenden Satz erwähnte Verschiebung ist eine Symmetrioperation im obigen Sinne, sie wird Translationsoperation (oder oft auch kurz Translation) genannt. Bei einem «idealen Kristall» muß jede in dieser Weise definierte

Translationsoperation die gesamte Atomanordnung des Kristalles mit sich selbst zur Deckung bringen. Die Punkte eines Translationsgitters werden *identische Punkte* genannt.

Die vorstehend beschriebene Translationssymmetrie hat eine bemerkenswerte Konsequenz: Ein idealer Kristall sollte unbegrenzt sein! Die Kristalle unserer Welt sind aber begrenzt. Es gibt große und kleine Kristalle, oft dicht nebeneinander auf der gleichen Stufe sitzend. Die «unordentliche» Abweichung vom Symmetriegesetz der Translation äußert sich hier in einer dem Zufall unterworfenen Verschiedenheit der Kristallgrößen.

Außer dieser sich im *Makroskopischen* äußernden Abweichung von der Translationssymmetrie, die man vielleicht als eine triviale Abweichung bezeichnen könnte, seien hier gleich noch zwei weitere triviale Abweichungen kurz erwähnt, die sich im *Atomaren* äußern: 1. Die Atome von Kristallen führen Wärmeschwingungen aus und genügen daher nicht exakt den Forderungen der Translationssymmetrie. 2. Die meisten chemischen Elemente sind Isotopengemische. Kristalle, welche derartige Elemente als Komponenten enthalten, werden deswegen nicht exakt den Forderungen der Translationssymmetrie genügen, da auf identischen Punkten zwar ähnliche, aber nicht identische Atome liegen.

Nach Besprechung dieser trivialen Abweichungen von idealer Translationssymmetrie, Abweichungen, welche man bei allen Kristallen antrifft, wollen wir uns folgenden Fragen zuwenden: 1. Inwieweit ist es möglich, die endlich begrenzten Kristalle wenigstens als «Ausschnitte» aus unendlich ausgedehnt zu denkenden, der Translationssymmetrie genügenden Kristallen aufzufassen? 2. Welche Folgerungen ergeben sich aus der Translationssymmetrie für die Symmetrie der endlich begrenzten Kristallgebilde? – Wir wollen uns zunächst der zweiten Frage zuwenden.

Die Translationssymmetrie der Kristalle bedingt, daß kristallisiertes und kristallisierendes Material in verschiedenen Richtungen verschiedene Eigenschaften haben kann, sofern die betrachteten Richtungen nicht «gleichwertig» sind. Gleichwertig nennen wir Richtungen dann, wenn sie durch Symmetrioperationen zur Deckung gebracht werden können. Da Wachstumsgeschwindigkeiten auch «Eigenschaften» sind, werden diese richtungsabhängig sein, und es ist zu erwarten, daß sich die Symmetrie der Atomanordnung in der Symmetrie der Kristallbegrenzung äußert.

Um die Symmetriemöglichkeiten, welche bei Kristallen als beobachtbar in Frage kommen, zu überblicken, kann man in folgender Weise vorgehen:

Versteht man unter «Symmetrioperation» eine Operation, mit Hilfe derer sich eine Anordnung in sich selbst überführen läßt, so kann man die Translationsgitter (siehe oben) daraufhin untersuchen, wieviel bezüglich Symmetrie verschiedene es gibt. Kristallbegrenzungen sollten dann höchstens solche Symmetrioperationen erkennen lassen, welche auch bei Translationsgittern erkennbar sind.

Eine systematische Untersuchung zeigt, daß es 14 bezüglich Symmetrie verschiedene Translationsgitter gibt (14 «Bravaisgitter»), welche folgende (für diese morphologische Betrachtung wichtige) Symmetrioperationen erkennen lassen:

- a) *Drehungen* um  $360^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $60^\circ$  und um deren Vielfache. Die Richtungen, um die man derart drehen kann, daß Deckung erreicht wird, nennt man Drehungsachsen, und zwar  $n$ -zählige Drehungsachsen, wenn der zur Deckung führende Drehwinkel  $360^\circ/n$  beträgt. Man kann also 1-, 2-, 3-, 4- und 6zählige Drehachsen unterscheiden.
- b) *Spiegelung*. Ebenen, an denen sich die zur Deckung führende Spiegelung vollzieht, nennt man *Spiegelebenen*.
- c) *Koppelung von Drehung und Spiegelung an einer Ebene senkrecht zur Drehung: Drehspiegelung bzw. Drehspiegelachsen*. Als mögliche Drehwinkel für diese Symmetrie erkennt man  $360^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ . Entsprechend kann man 1-, 2-, 3-, 4- und 6zählige Drehspiegelachsen unterscheiden. Da 1zählige Drehspiegelung identisch ist mit Spiegelung und da 3zählige Drehspiegelung identisch ist mit einer Kombination von 3zähliger Drehung und Spiegelung, bedeuten nur die 2-, 4- und 6zähligen Drehspiegelungen gegenüber den unter a und b genannten Operationen etwas Neues.

Die Operation der 2zähligen Drehspiegelung kann auch als «Spiegelung an einem (Zentral-) Punkt» aufgefaßt werden und wird deswegen meist *Inversion* genannt. Jede Richtung wird durch diese Operation gleichwertig mit ihrer Gegenrichtung. Der (zentrale) Punkt, an dem «gespiegelt» wird, hat als Symmetrieelement den Namen *Inversionszentrum* oder *Symmetriezentrum*. Nach Einführung dieses Begriffes «Inversions- oder Symmetriezentrum» kann die vorstehend erwähnte 6zählige Drehspiegelung auch als eine Kombination von 3zähliger Drehung und Inversion aufgefaßt werden.

- d) *Koppelung von Drehung und Inversion: Drehinversion bzw. Drehinversionsachsen*. Wieder kommen als Drehwinkel nur  $360^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $60^\circ$  in Frage. Im speziellen gilt: 1zählige Drehinversion = Inversion = 2zählige Drehspiegelung; 2zählige Drehinversion = Spiegelung; 3zählige Drehinversion = 6zählige Drehspiegelung = 3zählige Drehung kombiniert mit Inversionszentrum; 4zählige Drehinversion = 4zählige Drehspiegelung; 6zählige Drehinversion = 3zählige Drehung kombiniert mit Spiegelung.

Kombiniert man die unter a bis d aufgeführten Symmetrieelemente miteinander, so ergeben sich 32 «widerspruchsfreie» Kombinationen von Symmetrieelementen, welche man auch die 32 *Kristallklassen* nennt. Jeder Kristall kann im Prinzip eindeutig einer dieser Kristallklassen zugeordnet werden (praktisch ist es manchmal schwierig), und seine Begrenzung sollte im Idealfall dieser Kristallklassensymmetrie genügen.

Im Rahmen jeder Kristallklasse gibt es eine kleine, und zwar bestimmte Anzahl von sogenannten kristallographischen Formen, welche als Begrenzungsflächen für Kristalle der betreffenden Kristallklasse

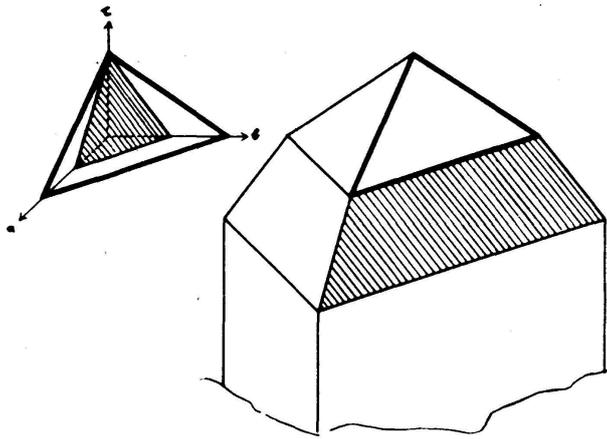


Abb. 1  
Die Achsenabschnitte der stark umrandeten und der schraffierten Fläche verhalten sich in den a-, b- und c-Richtungen wie 2:1, 2:1 und 1:1.

möglich sind. Oft wird statt des Ausdruckes «kristallographische Form» kurz «Form» gesagt. In diesem Sinne versteht man unter einer *Form* die Summe gleichwertiger, das heißt ununterscheidbarer Flächen. Im ganzen gibt es 47 Formen. Die Form mit der kleinsten Flächenanzahl – nämlich 1 – nennt man Pedion, die Form mit der größten Flächenanzahl – nämlich 48 – nennt man Hexakisoktaeder. Als weitere Formen gibt es unter anderem Pyramiden, Prismen, Tetraeder, Oktaeder und Würfel.

Den relativ kleinen Zahlen von 32 *Kristallklassen* und 47 *Formen* steht eine unbegrenzte Vielfalt der kristallographischen *Gestalten* gegenüber. Sie ergibt sich daraus, daß an den *Gestalten* meist mehrere *Formen* beteiligt sind. Man spricht dann von (Formen-) *Kombinationen*.

Die Winkel, welche die Flächen einer Gestalt miteinander bilden, sind nicht beliebig, sondern entsprechen einem wichtigen kristallographischen Gesetz: dem sogenannten Rationalitätsgesetz. Dieses Gesetz, eine Folge von Translationssymmetrie und Wachstumsvorgang, verlangt folgendes: Es muß möglich sein, die Flächen einer Gestalt derart parallel zu verschieben, daß sie die Achsen eines sinnvoll gewählten Koordinatensystems in rationalen Verhältnissen schneiden (Abb. 1). Als Folge davon lassen sich dann für die Verhältnisse der reziproken Achsenabschnitte einer jeden Fläche drei ganze Zahlen (meist kleine ganze Zahlen, positive und negative, inklusive 0) ableiten, welche man die Indizes der betreffenden Fläche nennt. Durch ein mit diesem Rationalitätsgesetz verträgliches Koordinatensystem ist für jede Kristallart eine bestimmte Metrik festgelegt, welche, unabhängig von der Symmetrie, im allgemeinen von Kristallart zu Kristallart variiert und durch fünf Größen – zwei Längen und drei Winkel – charakterisiert werden kann.

Obwohl es also vom Symmetriestandpunkt aus nur 32 verschiedene Kristallgestalten geben kann, gibt es für das Auge beliebig viele: erstens infolge der 47 verschiedenen Formen sowie deren zahllosen Kombinationsmöglichkeiten und Verschiedenheiten der relativen Ausbildungsgröße und zweitens infolge der beliebig großen Variabilität der Metrik, für deren fünf Werte überhaupt keine Bedingungen bestehen. Diese fünf Werte sind lediglich durch die Kräfte bestimmt, welche die den Kristall aufbauenden Atome aufeinander ausüben, also letzten Endes durch die chemische Zusammensetzung und die physikalischen Umweltbedingun-

gen (zum Beispiel Temperatur, Druck, elektrische und magnetische Felder).

Nennen wir die Gestalten, die den vorstehenden Bedingungen genügen, *ideale* Kristallgestalten, so erkennen wir bereits bei diesen *idealen* Kristallgestalten eine faszinierende Mischung von Gesetz und Unordnung: 32 Kristallklassen und Rationalitätsgesetz einerseits, beliebig viele Kombinationsmöglichkeiten von Formen und Variationen der Metrik andererseits. Der *Zufall* der Wachstumsbedingungen spielt eine ausschlaggebende Rolle dafür, welche Formen oder welche Kombinationen von Formen ein wachsender Kristall als seine Gestalt wählt.

Zu dieser durch kein Gesetz erfaßbaren Mannigfaltigkeit bereits der «idealen Kristallgestalten» («ideal» im Sinne des oben, im dritten Absatz, definierten Symmetriebegriffes) gesellt sich eine zusätzliche «Unordnung» dadurch, daß die Symmetrie der Kristallgestalten oft – und, wenn man es genau nimmt, meist – erheblich niedriger ist, als sie theoretisch auf Grund der Kristallklassensymmetrie sein müßte. Man beschreibt diese Tatsache mit dem Wort «Verzerrung» (Abb. 2).

Da der Ausdruck «Verzerrung» sprachlich nicht sehr glücklich ist, soll er durch ein Beispiel illustriert werden. Man stelle sich einen in einer strömenden NaCl-Lösung wachsenden NaCl- (Stein- oder Kochsalz-) Kristall vor. Die Atomanordnung des NaCl ist «kubisch» und derart, daß man Begrenzungen kristallographisch höchstmöglicher Symmetrie erwarten sollte. Sie sollte im Idealfall derart hochsymmetrisch sein, daß man 4zählige Drehungsachsen erkennen kann, zum Beispiel einen Würfel, dessen Flächen bekanntlich Quadrate sind und dessen Kanten alle gleich groß sein sollten. Infolge spezieller Wachstumsbedingungen ist das oft nicht der Fall. Der Kristall wächst in den verschiedenen Würfelnormalenrichtungen verschieden schnell, und es mag eine «würfelartige» Begrenzung resultieren mit Kantenlängenverhältnissen etwa ähnlich denen einer Streichholzschachtel.

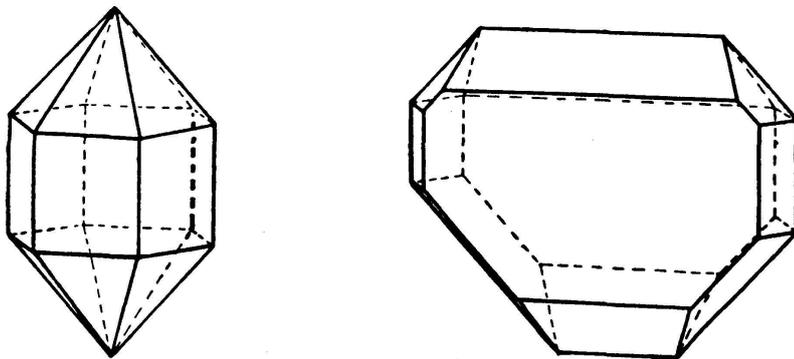


Abb. 2. Links: ideale Ausbildung eines hexagonalen (Hochtemperatur-Form-) Quarzkristalles. Rechts: «verzerrte» Ausbildung. (Man beachte die Parallelität korrespondierender Kanten.) In beiden Fällen besteht die «Gestalt» aus der Kombination von zwei und nur zwei «Formen»: hexagonales Prisma plus hexagonale Bipyramide.

Obwohl man bei einem solchen Körper *drei verschieden große* Flächen unterscheiden kann, werden diese kristallographisch als *gleichwertig* angesehen, also «ununterscheidbar», weil sie nur «zufällig» verschieden groß sind, bei idealem Wachstum aber gleich groß sein könnten, und weil sie, kristallphysikalisch gesehen, gleiche Eigenschaften haben. Die kristallographische Gleichwertigkeit der Flächen und die hohe Symmetrie des Würfels (zum Beispiel 4zählige Drehungsachsen) kommen natürlich sofort dann zum Ausdruck, wenn man von den *Flächengrößen* absieht und nur die *Flächenwinkel* berücksichtigt. Dies geschieht am übersichtlichsten dadurch, daß man statt der Flächen deren Normalen betrachtet und letztere derart parallel verschoben denkt, daß sie von einem gemeinsamen Punkt ausstrahlen. Man erhält auf diese Weise ein Flächennormalenbündel, dessen Symmetrie der wahren Formensymmetrie entspricht. Ist die Symmetrie einer gebildeten Formenoberfläche bzw. eines gebildeten Formenkörpers identisch mit der wahren Formensymmetrie, dann spricht man von *idealer* Ausbildung; ist sie es nicht, dann spricht man von *verzerrter* Ausbildung.

Es gibt natürlich kontinuierlich verschiedene Grade der Verzerrung. Um beim Beispiel des NaCl-Würfels zu bleiben: Ein Parallelepiped, dessen Flächen senkrecht aufeinander stehen und dessen Kantenlängen nicht mehr als etwa 10 Prozent voneinander abweichen, wird ein Kristallograph noch ohne Gewissensbisse als einen ideal ausgebildeten Würfel anerkennen (denn den wirklich idealen Würfel gibt es nur in der Mathematik bzw. in der Vorstellung). Eine «Streichholzschachtel»-Form würde man jedoch bereits als einen stark verzerrten Würfel bezeichnen; und von Steinsalzkristallen, welche wie Streichhölzer aussehen, würde man sagen, daß sie von den Flächen eines *sehr stark verzerrten* Würfels begrenzt sind. (Es gibt in der Tat Wachstumsbedingungen, unter denen Steinsalz «haarförmig» wächst.)

Zusammenfassend sei bereits für den «frei», von Nachbarn «ungehindert» gewachsenen «Einkristall» festgehalten: Der begrenzten Anzahl von Symmetriemöglichkeiten (32 Kristallklassen) und Kristallformen (47) stehen die unbegrenzten Möglichkeiten verschiedener Kristallgestalten sowie deren Verzerrungen gegenüber. Gesetz und Unordnung beeinflussen in einer magisch wirkenden Mischung das vom Auge als Kristall Wahrgenommene und vom Gefühl als ästhetisch schön Empfundene. Der *Zufall* der Wachstumsbedingungen spielt eine ausschlaggebende Rolle dafür, welche Formen oder welche Kombinationen von Formen als Kristallgestalten in Erscheinung treten, und dafür, ob diese Gestalten «ideal» oder «verzerrt» ausgebildet sind.

Die bisherigen Betrachtungen bezogen sich stillschweigend auf solche Kristallgestalten, welche als konvexe, von ebenen Flächen begrenzte Polyeder ausgebildet sind und als solche herausgeschnitten gedacht werden können aus einem der Translationssymmetrie exakt genügenden, unbegrenzt zu denkenden Kristall. Hierdurch sollte jedoch nicht der Eindruck entstehen, daß zu dem Begriff «Kristall» eine konvex poly-

edrische Begrenzung durch ebene Flächen gehört, welche dem Rationalitätsgesetz gehorchen. Für den Begriff «Kristall» ist lediglich notwendig, daß die Anordnung seiner Atome Translationssymmetrie erkennen läßt, was experimentell mit Hilfe von Röntgenstrahlen geprüft werden kann. (Ein Stück Glas, dessen Atomanordnung keine Translationssymmetrie erkennen läßt, wird niemals dadurch zum «Kristall», daß man ihm durch Schleifen die Gestalt eines ebenflächig begrenzten Polyeders gibt.) Es gibt daher auch viele Kristalle, die infolge trivialer Gründe eine völlig unkristallographische Begrenzung haben, sei es infolge zufälliger Hindernisse während des Wachstums, sei es infolge willkürlicher Formgebungen, zum Beispiel durch Anschleifen von Facetten für Schmuckstücke.

Es gibt aber auch Kristalle, welche infolge besonderer Wachstumsbedingungen – meist infolge schnellen Wachstums – eine natürliche Begrenzung haben, welche nicht als konvexes Polyeder beschrieben werden kann. Es wachsen dann mehr oder weniger «regelmäßige» Gebilde mit Zacken oder Ästen oder als Gewebe ausgebildet, deren «Regelmäßigkeit» die kristalleigene Symmetrie der betreffenden Kristallklasse mehr oder weniger vollkommen widerspiegelt. Als besonders schönes Beispiel derartiger Ausbildungen sei an Schneekristalle erinnert, über die Thomas Mann im «Zauberberg» schreibt:

«Und unter den Myriaden von Zaubersternchen in ihrer untersichtigen, dem Menschaugen nicht zugehenden, heimlichen Kleinpracht war nicht eines dem anderen gleich; eine endlose Erfindungslust in der Abwandlung und allerfeinsten Ausgestaltung eines und immer desselben Grundschemas, des gleichseitig-gleichwinkligen Sechsecks herrschte da; aber in sich selbst war jedes der kalten Erzeugnisse von unbedingtem Ebenmaß und eisiger Regelmäßigkeit, ja dies war das Unheimliche, Widerorganische, Lebensfeindliche daran; sie waren zu regelmäßig, die zum Leben geordnete Substanz war es niemals in diesem Grade; dem Leben schauderte vor der genauen Richtigkeit; es empfand sie als tödlich, als das Geheimnis des Todes selbst, und Hans Castorp glaubte zu verstehen, warum Tempelbaumeister der Vorzeit absichtlich und insgeheim kleine Abweichungen von der Symmetrie in ihren Säulenordnungen angebracht hatten.»

Bei solchen Gebilden, insbesondere wenn die Ausbildung eine «gewebeartige» ist, wird es manchmal schwer sein, zu entscheiden, ob ein solches Gebilde ein «Einkristall» ist oder eine Anordnung mehrerer Einzelkristalle, welche parallel zueinander orientiert sind.

Diese Frage führt dazu, unsere Betrachtungen auf eine Diskussion der Anordnung mehrerer Kristalle zueinander auszudehnen. Auch hier läßt die von der Natur gebotene Mannigfaltigkeit Gesetze und Gesetzmäßigkeiten erkennen, deren Strenge durch den Zufall aufgelockert wird und Gebilde entstehen läßt, welche unser ästhetisches Empfinden wohlthuend ansprechen.

Auf der einen Seite gibt es gesetzmäßige Parallelverwachsungen (Abb. 3) und «Verzwilligungen» von Kristallen gleicher Symmetrie, in ihrer abstrakten Schönheit etwa gleichwertig den Schöpfungen künstlerischer Architektur, auf der anderen Seite gibt es die völlige gegenseitige Unordnung von Kristallen verschiedener Symmetrie und Farbe, wie etwa in granitischen Gesteinen, eine Unordnung, welche nicht nur

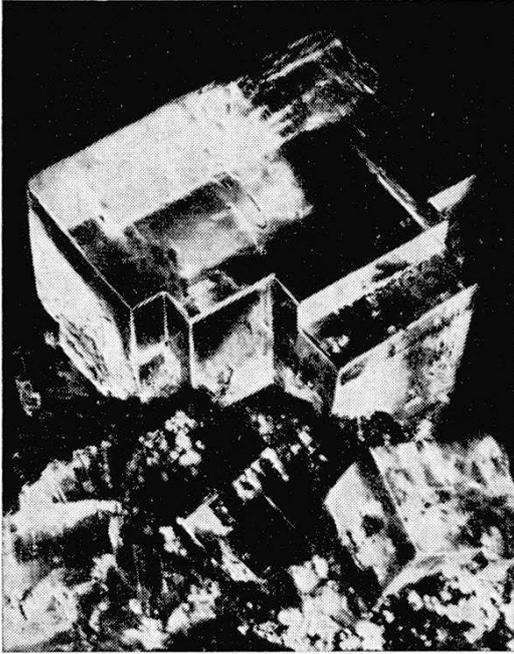


Abb. 3  
«Einkristall» oder «Parallelverwachsung»?  
Diese Photographie eines Steinsalz(NaCl)-  
Kristalles wurde einem Buch von  
A. Ehrhardt: «Kristalle»,  
Verlag H. Ellermann, Hamburg, 1939,  
entnommen.

dekorativ schön wirkt. Dazwischen liegt eine kontinuierliche Mannigfaltigkeit von Kristallanordnungen, mit wechselndem Verhältnis von «Ordnung» und «Unordnung» (Abb. 4–6). Das als «Ordnung» Empfundene läßt sich zwar oft nicht exakt in Worte fassen, hat aber letzten Endes seine Wurzeln in den Symmetrien der am Aufbau beteiligten Kristalleinheiten. Die gleichzeitige Beteiligung von Ordnung *und* Unordnung erzeugt oft Spannungen, deren Schönheitswirkung der Betrachtende sich kaum entziehen kann. In dieser Weise werden von der Natur oft Gebilde erzeugt, die beglückend wirken wie Werke modern-abstrakter Plastik, und es ist wohl kein Zufall, daß gerade in unseren Zeiten die Freude am Sammeln schöner Kristallstufen so stark zugenommen hat.

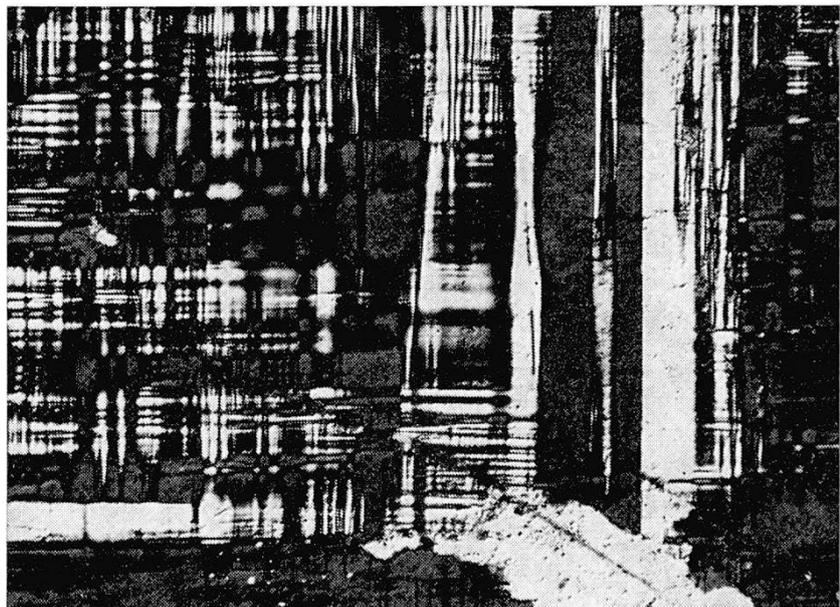


Abb. 4  
Mikrophoto  
(polarisiertes  
Licht) eines  
Dünnschliffes von  
«polysynthetisch  
verzwillingtem»  
Mikroclin  
(K-Feldspat;  
 $\text{KAlSi}_3\text{O}_8$ ).

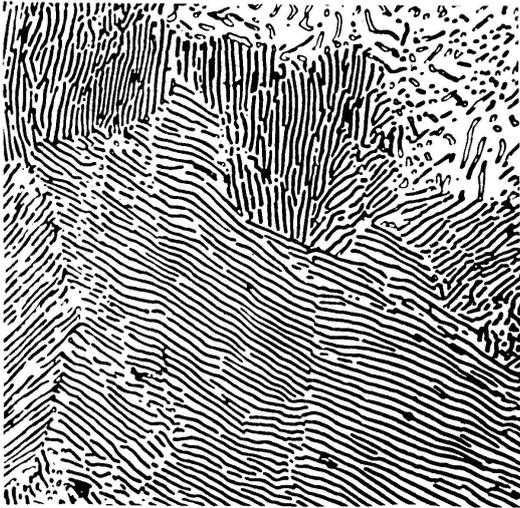


Abb. 5  
Mikrophoto eines Metallanschliffes.  
(Perlit, Ausscheidung von Zementit,  
 $\text{Fe}_3\text{C}$ , in  $\alpha$ -Eisen.)

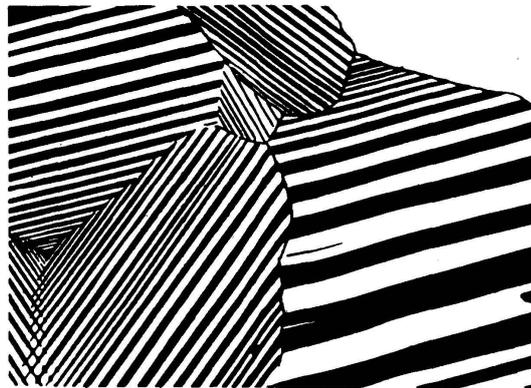


Abb. 6  
Zwillingsbildung in In,Tl-Mischkri-  
stallen infolge einer beim Abkühlen  
eintretenden Symmetrierniedrigung  
der Kristallstruktur.

Während in der Natur derartige, schön wirkende Spannungen durch «Zufall» entstehen, findet man sie gelegentlich in der bildenden Kunst intuitiv-bewußt erzeugt. Erinnerung sei an Dürers «Melancholie»: Ein *trigonaler* Kristall ruht auf einem *tetragonalen* Block. Die hierdurch bereits erzeugte Spannung zwischen trigonaler und tetragonaler Symmetrie wurde – offenbar bewußt – dadurch noch erhöht, daß die 3zählige und die 4zählige Drehungsachse nur parallel und nicht zusammenfallend gewählt wurden. Zusätzlich wurde dem tetragonalen Block noch *eine* Ecke abgeschnitten. Abbildung 7 zeigt eine Zeichnung Dürers zum Polyeder der «Melancholie».

Im bisherigen Teil dieses Vortrages haben wir uns mit den «sichtbaren» Symmetrien der Kristalle und ihrer gegenseitigen Anordnungen befaßt, und wir haben die «sichtbaren» Symmetriegesetze zu verstehen gelernt als Folge der «unsichtbaren», aber mit Röntgenstrahlen beweisbaren Symmetrieeigenschaften des atomaren Aufbaus, der Translationssymmetrie. Zur Veranschaulichung: Ein Na-Ion hat einen Radius von etwa  $1 \times 10^{-7}$  mm, ein Cl-Ion einen solchen von etwa  $1,8 \times 10^{-7}$  mm; das bedeutet, in der Kante eines Steinsalzkristallwürfels von etwa 1 cm Kantenlänge sind etwa 20 Millionen Na- und 20 Millionen Cl-Ionen aneinandergereiht; das entspricht etwa einer Kette sich berührender Rappen – Geldstücke, nicht Pferde – von Zürich nach Paris. Man kann also mit gutem Gewissen die Periodizität der Kristalle als ins Unendliche reichend annehmen und die Translationssymmetrie der Kristalle als wichtige Kristalleigenschaft anerkennen.

Inwieweit ist diese Translationssymmetrie nun aber streng verwirklicht? Wir haben oben schon einige triviale Abweichungen (infolge der Wärmebewegungen und Isotopengemische) kennengelernt. Im folgenden seien einige nichttriviale Abweichungen besprochen.

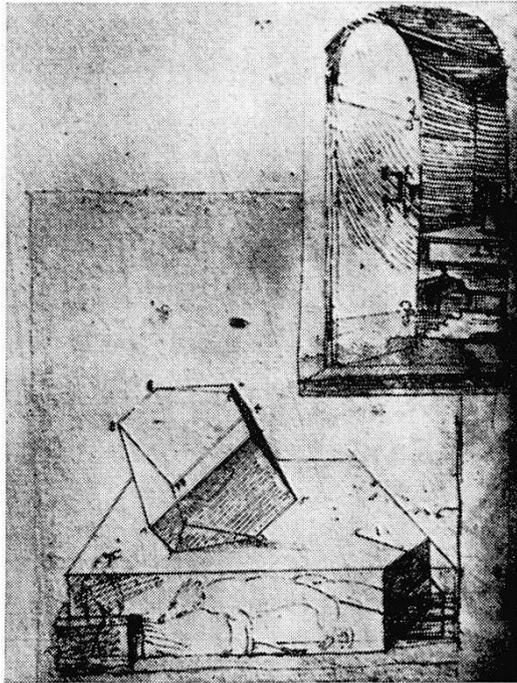


Abb. 7  
Zeichnung Dürers zum Polyeder  
der «Melancholie» (Dresden, Sächsische  
Landesbibliothek; Abb. 171 in  
W. Waetzoldt: «Dürer und seine Zeit»,  
Phaidon-Verlag, Wien, 1935).

1. *Leerstellen*: Die meisten chemischen Elemente kristallisieren derart, daß die Atome die Punkte eines und nur eines Translationsgitters (siehe oben) besetzen. Genaue Untersuchungen haben jedoch gezeigt, daß nicht alle identischen Punkte des Translationsgitters mit Atomen besetzt sind. In «zufälliger» Weise bleiben einige Punkte unbesetzt. Die Anzahl unbesetzter Punkte vergrößert sich mit steigender Temperatur.
2. *Mischkristallbildung*: Identische Punkte eines (oder mehrerer) Translationsgitter sind nicht in identischer Weise besetzt. Man kennt folgende Unterfälle:
  - a) *Substitutions-Mischkristalle*: Identische Punkte eines (oder mehrerer) Translationsgitter sind mit verschiedenen Atomsorten besetzt (z. B. Kupfer-Gold, bei höherer Temperatur).
  - b) *Subtraktions-Mischkristalle*: Identische Punkte eines (oder mehrerer) Translationsgitter sind teilweise unbesetzt – in «zufälliger Weise» (z. B. Magnetkies,  $\text{Fe}_{1-x}\text{S}$ ).
  - c) *Additions-Mischkristalle*: In die Lücken zwischen mehr oder weniger vollständig besetzten Translationsgittern werden mehr oder weniger zusätzliche Atome eingelagert (z. B.  $\text{Fe}+\text{C}$ ;  $\text{Ti}+\text{O}$ ). Die Fälle b und c sind Grenzfälle, die kontinuierlich ineinander übergehen können, wie zum Beispiel im System  $\text{CaF}_2\text{-YF}_3$ .
3. *Divisions-Fehlordnung*: Während die unter 2. genannten «Unordnungen» durch kontinuierliche Zwischenglieder mit Anordnungen «idealer Ordnung» verbunden sind oder zum mindesten als verbunden gedacht

werden können, besteht bei der Divisions-Fehlordnung die folgende Situation: Trotz stöchiometrischer Zusammensetzung (z. B.  $\text{Li}_2\text{Fe}_2\text{O}_4$ ) ergibt sich aus dem röntgenographischen Experiment und aus strukturtheoretischer Deduktion die Notwendigkeit, daß «identische» Punkte nicht «identisch» besetzt sein können (während im hier gewählten Beispiel der Sauerstoff derart angeordnet ist wie das Chlor im NaCl, sitzen Li und Fe zufällig verteilt auf den Plätzen des Na des NaCl).

Alle vorstehend behandelten Fehlordnungsfälle haben folgendes gemeinsam: Jeder Punkt verhält sich – bezüglich der Wahrscheinlichkeit, von einer bestimmten Atomsorte besetzt zu sein oder nicht – gleich wie jeder andere identische Punkt seines Translationsgitters.

Das bedeutet: Wenn man sich den Kristall in beliebig kleine Bereiche aufgeteilt denkt, so verhält sich jeder Bereich bezüglich seiner Fehlordnung wie jeder andere Bereich (abgesehen von denjenigen Schwankungen, die sich nach den Gesetzen des Zufalls ergeben und natürlich um so größer werden, je kleiner die Aufteilung vorgenommen wird).

Im Gegensatz dazu gibt es Kristalle, bei welchen es möglich ist, Bereichseinteilungen derart vorzunehmen, daß sich die Bereiche bezüglich ihres Fehlordnungsgrades unterscheiden. Eine systematische Diskussion führt zu folgenden Hauptfällen:

Ideale Ordnung in allen drei Dimensionen:	«Idealkristall»
Ideale Ordnung nur in zwei Dimensionen:	Eindimensionale Fehlordnung (Zinkblende-Wurtzit)
Ideale Ordnung nur in einer Dimension:	Zweidimensionale Fehlordnung (Faserstoffe; Harnstoff- und Thioharnstoff-Addukt-Verbindungen)
Ideale Ordnung in keiner Dimension, aber verschiedener Ordnungsgrad, je nach gewählter Bereichsaufteilung:	{ Dreidimensionale Domänenfehlordnung (Cu-Au; Anorthit)

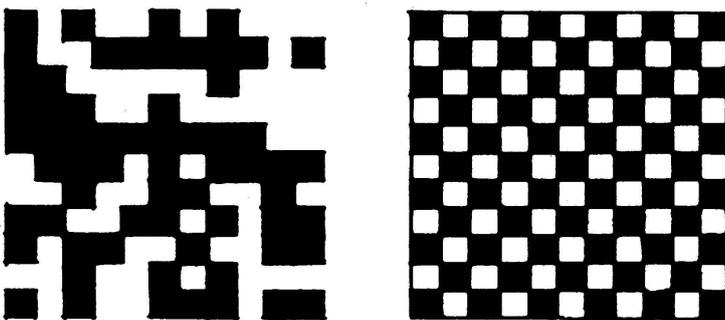


Abb. 8  
Rechts: geordnete  
AB-Verteilung, etwa  
derjenigen des NaCl  
entsprechend.  
Links: zufällige Ver-  
teilung, etwa derjenigen  
eines AB-Mischkristalles  
entsprechend  
(vergrößerter Ausschnitt  
aus der Abb. 9, links).



Abb. 9. AB-Anordnungen. Links: zufällige Verteilung. Mitte: willkürliche Abweichung (5 %) von zufälliger Verteilung in Richtung stärkerer Dispergierung; man beachte die Vermehrung und Vergrößerung von «Domänen» geordnet wie in Abb. 8, rechts. Rechts: willkürliche Abweichung (5 %) von zufälliger Verteilung in Richtung stärkerer Koagulation, «Entmischung».

Die Abbildungen 8 und 9 zeigen zur Veranschaulichung derartiger Fehlorderungen einige schematische Zeichnungen, Abbildung 10 gibt zum Vergleich das Beispiel einer abstrakten Malerei (Theo van Doesberg, Komposition A16, 1916).

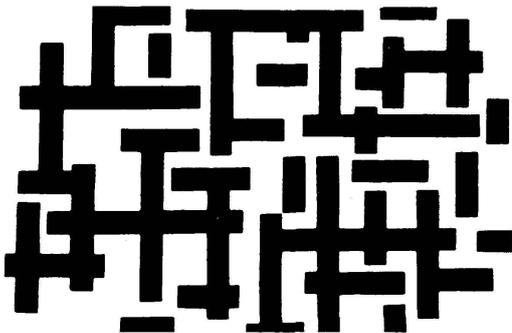


Abb. 10  
Theo van Doesberg: Komposition A16,  
1916 (nach einer Reproduktion  
aus Marcel Brion: «Geschichte  
der abstrakten Malerei»,  
Verlag M. Du Mont Schauberg, Köln,  
1960).

Derartige Gegenüberstellungen ließen sich vielfach vermehren. Sie demonstrieren einerseits die Formschönheit, welche die Natur in der Kristallwelt dadurch produziert, daß sie mit spielerischen Zufälligkeiten das Starre ihrer Gesetze auflockert; andererseits lassen sie erkennen, wie der menschliche Geist das Zufällige seiner Umwelt – individuell erarbeiteten Gesetzen folgend – zum Schönen formen kann.