Zeitschrift: Sprachspiegel : Zweimonatsschrift

Herausgeber: Schweizerischer Verein für die deutsche Sprache

Band: 76 (2020)

Heft: 6

Artikel: Wie viel Mathematik in der Sprache steckt : Formale und natürliche Sprachen im Vergleich

Autor: Jörissen, Stefan

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-959607

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Wie viel Mathematik in der Sprache steckt

Formale und natürliche Sprachen im Vergleich

Von Stefan Jörissen[1]

Ist Mathematik eine Sprache? Die Frage ist ein Dauerbrenner: Der deutsche Philosoph und Mathematiker Paul Lorenzen stellte sie beispielsweise 1956 an der sechsten internationalen Sommerkonferenz der «Linguistique psychologique». Die Ähnlichkeiten zwischen Mathematik und Sprache seien, so Lorenzen, «so auffallend, dass es wohl nicht verwundert, wenn gegenwärtig sehr häufig die Mathematik unter dem Oberbegriff Sprache subsumiert wird». Trotzdem wolle er, so Lorenzen weiter, «diese – beinahe schon zum Dogma gewordene – These, dass Mathematik Sprache sei, noch einmal kritisch in Frage stellen». Lorenzens umsichtige, mehrseitige Antwort vermochte die Frage freilich nicht aus der Welt zu schaffen. Mehr als 60 Jahre und etliche Publikationen später steht sie nach wie vor im Raum. «Ist Mathe eine Sprache?», fragte im Frühjahr 2020 beispielsweise die Schulfernsehreihe «mdr Wissen» des Mitteldeutschen Rundfunks, deren Logo prominent vom Slogan «Die grossen Fragen unserer Zeit» begleitet wird.

Um es vorwegzunehmen: Nein, ist sie nicht. Gleichwohl geht von der Beziehung zwischen Sprache und Mathematik eine Faszination aus, die offenbar über die Jahrhunderte anhält. «Mathematik ist das Alphabet, mit dessen Hilfe Gott das Universum beschrieben hat», soll Galileo Galilei gesagt haben, und von ihm ist ein weiteres Zitat belegt: «Das Buch der Natur ist in der Sprache der Mathematik geschrieben.» Auch hier finden sich Jahrhunderte später Umschreibungen, die ähnlich transzendental wirken: Mathematik sei die «geheime Sprache des

1 Dr. Stefan Jörissen studierte an der Universität Zürich Germanistik und Mathematik und erwarb die Lehrbefähigung für Gymnasien in den Fächern Deutsch und Mathematik. In seiner Dissertation untersuchte er kommunikative Verfahren im Mathematikunterricht an Hochschulen und betrachtete dabei u. a. das Zusammenwirken von mündlicher Sprache, Mimik, Gestik, schriftlicher Sprache an Tafel und in Skripten, mathematischen Notationen, grafischen Tafeldarstellungen etc. Heute leitet er das Zentrum für Lernen, Lehren und Forschen an der Hochschule Luzern.

Universums» und stehe «hinter der Spiralgalaxie unserer Milchstrasse ebenso wie hinter dem Spiralmuster des Zentrums einer Sonnenblume», behauptet ein amerikanischer Dokumentarfilm aus dem Jahr 2015. Die Gleichsetzung von Sprache und Mathematik scheint also ein genuines Bedürfnis zu sein, hinter dem sich vielleicht die Sehnsucht verbirgt nach einer ordnenden Grösse, die alles in sich vereint – das klare, ordnende und rigorose Prinzip der Mathematik genauso wie das expressive, poetische und vage Potenzial der Sprache. Auch in «The Hitchhiker's Guide to the Galaxy», dem Kultfilm nach dem gleichnamigen Roman von Douglas Adams, stellen die drei Protagonisten Zaphod, Trillian und Ford einem Supercomputer namens *Deep Thought* die alles entscheidende Frage «nach dem Leben, dem Universum und allem übrigen», und die Antwort, die der Computer nach jahrmillionenlangem Rechnen gibt, lautet lapidar: «42». Eine Zahl.

Im folgenden Artikel möchte ich, selbst durch ein Studium der Germanistik und der Mathematik geprägt, der Beziehung von Sprache und Mathematik auf den Grund gehen. Wichtiger Bezugspunkt wird dabei das Konzept der formalen Sprachen sein, das sich in der Sprachwissenschaft als Fachbegriff etabliert hat und einen Gegenpol zu natürlichen Sprachen bildet. Das Ziel meines Beitrags besteht darin, eine Begrifflichkeit zu schaffen, in der sowohl die Mathematik als auch die natürliche Sprache ihren Platz finden. Dadurch möchte ich nicht nur die Spezifika der Mathematik, sondern auch einige Eigenheiten von natürlichen Sprachen charakterisieren.

Betrachten wir nochmals die beiden oben genannten Zitate von Galileo Galilei und die Beschreibung des amerikanischen Dokumentarfilms. Auch wenn die Texte bei der flüchtigen Lektüre ähnliche Aussagen kolportieren mögen, findet sich bei genauer Betrachtung ein wichtiger Unterschied. Der Dokumentarfilm behauptet: «Mathematik steht hinter der Spiralgalaxie unserer Milchstrasse ebenso wie hinter dem Spiralmuster des Zentrums einer Sonnenblume», oder «Mathematik steckt hinter Kunst, Musik und Architektur». Die Formulierung bedeutet, dass Mathematik den sicht- und hörbaren Dingen – ein Gebäude, eine Symphonie, eine Sonnenblume, die Milchstrasse – zugrunde liegt,

dass also gewissermassen die Mathematik überhaupt erst die Grundlage für diese Phänomene und damit eigentlich Voraussetzung für deren Existenz sei. Mathematik kann es, so der logische Schluss, auch ohne die Sonnenblume geben, nicht aber die Sonnenblume ohne die Mathematik.

In Galileo Galileis Äusserungen verbirgt sich eine andere Sichtweise: «Das Buch der Natur ist in der Sprache der Mathematik geschrieben» geht zunächst einmal davon aus, dass es eine Natur gibt, die sich beschreiben lässt, und dafür ist die Mathematik ein geeignetes Mittel – dass Galilei dabei von einem «Buch» der Natur und der «Sprache» der Mathematik spricht, ist dabei primär eine Metapher, zudem spricht er nicht von Mathematik als Sprache, sondern von der Sprache der Mathematik. Er macht also deutlich, dass es eine Mathematik gibt und diese Mathematik über eine Sprache verfügt. Die Metapher von der Sprache klingt auch an, wenn Galilei die Mathematik als «Alphabet» bezeichnet, mit dem sich das Universum beschreiben lasse. Mathematik ist in beiden Fällen eine Darstellungsform, mit der sich Bestehendes beschreiben lässt. (Die Tatsache, dass Galilei «Gott» als die beschreibende Instanz nennt, kann dabei unterschiedlichen Instanzen geschuldet sein – Galileis tatsächlichem Glauben, dem Zeitgeist oder dem Inquisitor. Eine Klärung hierzu müsste wohl einem Biografen des Universalgelehrten überlassen werden.)

Sprache erscheint hier also als eine Grösse, die genutzt wird, um etwas zu beschreiben bzw. auf etwas zu verweisen. Dieses Sprachverständnis prägt auch die aktuelle Sprachwissenschaft im deutschsprachigen Raum, die Sprache als Zeichensystem versteht. Es gibt dabei unterschiedliche zeichentheoretische (semiotische) Ansätze. Im Kern gehen diese Theorien davon aus, dass bei einem sprachlichen Zeichen eine Bezeichnung auf ein bezeichnetes Ding verweist. Der Genfer Sprachwissenschaftler Ferdinand de Saussure wählte hierfür die Begriffe «Signifiant» und «Signifié» (vgl. S. 179).

Sprachen als Zeichensysteme

Als Zeichen gilt dann die konstante Verbindung von Begriffen und Bezeichnungen: Eine Vorstellung, ein Begriff, sei er konkret oder abstrakt, bekommt gewissermassen ein «Gesicht». Dieses «Gesicht» ist die Bezeichnung des Begriffs. Solche Bedeutungszuschreibungen werden gemeinhin als *Semantik* einer Sprache bezeichnet – *Semantik* als sprachwissenschaftliche Teildisziplin meint denn auch die Lehre der Bedeutung von sprachlichen Zeichen. Eine vollständige Sprache benötigt zusätzlich aber noch Regeln, wie die Zeichen der Sprache kombiniert werden – hier spricht man von der *Syntax* einer Sprache. Eine Sprache besteht also immer aus semantischen Elementen und einer Syntax, welche das Zusammenwirken dieser Elemente regelt. Die Worte *Grossvater*, *backen* und *Kuchen* sind für sich genommen sprachliche Zeichen, die auf eine Person (*Grossvater*), eine Tätigkeit (*backen*) und ein essbares Objekt (*Kuchen*) verweisen. Erst wenn sie zum Satz *Der Grossvater bäckt den Kuchen* verbunden werden, ergeben sie als Satz Sinn. Dabei kommt die deutsche Syntax zum Tragen, indem sie vorgibt, wie Wörter kombiniert werden können – dass also *Grossvater* als Singular mit der 3. Person Singular *bäckt* von *backen* und dem Akkusativ von *Kuchen* kombiniert wird und nicht mit der 1. Person Singular und dem Nominativ (also nicht: *Der Grossvater backe der Kuchen*).

Vor diesem Hintergrund lassen sich nun natürliche und formale Sprachen definieren, aber auch weitere sprachliche Konstrukte, die im Zusammenhang mit diesen Sprachformen stehen.

Betrachten wir zunächst natürliche Sprachen, wie sie im Lexikon der Sprachwissenschaft von Hadumod Bussmann, einem Standardwerk der deutschen Linguistik, definiert werden. Natürliche Sprachen sind demzufolge historisch entwickelte, regional und sozial unterschiedliche Sprachen, die sich über lange Zeit und ohne wesentliche systematisierend-normative Eingriffe einzelner Personen oder Personengruppen herausgebildet haben. Deutsch, Spanisch, Französisch – das sind also natürliche Sprachen.

Natürliche Sprachen

Für natürliche Sprachen sind mehrere Faktoren prägend: Einerseits sind sie über lange Zeit historisch gewachsen, d.h. sie haben sich entwickelt. Andererseits haben sowohl ihre Entstehung als auch ihre Entwicklung ohne wesentliche Normierungen durch einzelne Personen oder Personengruppen stattgefunden. Dabei ist typisch, dass die «Entstehung» nicht klar datiert oder geografisch verortet werden kann: Sprachliche Stammbäume verlieren sich vor mehreren Jahrhunderten in früheren Sprachformen. Das heutige Hochdeutsch lässt sich einigermassen eindeutig bis zum Althochdeutschen zurückverfolgen, dessen erste schriftliche Belege aus dem 7. Jahrhundert stammen. Seither hat sich die Sprache entwickelt, wobei die Entwicklung weder geplant noch «angeordnet» wurde, sondern sich kontinuierlich ereignete. Die Gründe dafür sind vielfältig, wobei grundsätzlich inner- und aussersprachliche Faktoren unterschieden werden können (vgl. Heft 5/2020).

Prozesse des Sprachwandels lassen sich dabei langfristig weder planen oder steuern noch unterbinden: Sie ergeben sich, wenn junge Generationen Wörter oder Sätze leicht anders bilden als ihre Eltern oder wenn Reisende faszinierende Begriffe aus anderer Herren Länder mitbringen. Sprachwandel ist, so bilanziert etwa Wilhelm Schmidt in seiner wegweisenden Geschichte der deutschen Sprache, ein sozialer Vorgang.

Ab 1700 gab es allerdings Bestrebungen, das Deutsche zu normieren. Die treibenden Kräfte dahinter waren einerseits ein aufkeimendes deutschnationales Denken, andererseits ganz praktische Gründe: Eine gemeinsame «Reichs Haubtsprache», wie sie etwa der Lexikograf Kaspar Stieler 1691 forderte, würde einen überregionalen Handel und eine umfassende Verwaltungstätigkeit erleichtern. Der Gelehrte Johann Christoph Gottsched und später der Lexikograf und Grammatiker Johann Christoph Adelung trugen wesentlich dazu bei, dass bis 1800 ein einheitliches Hochdeutsch entstand. Zur weiteren Standardisierung der Rechtschreibung trug 80 Jahre später Konrad Duden mit seinem «vollständigen Orthographischen Wörterbuch» bei.

Die Standardisierung von Wortschatz, Grammatik und Rechtschreibung ist allerdings nicht zu verwechseln mit einer vollständigen

Systematisierung dieser Bereiche – im Gegenteil: Auch wenn Grammatik- und Wörterbücher fortan eine einheitliche, d. h. standardisierte Form des Deutschen beschrieben, war diese Sprache alles andere als logisch und systematisch. Gottsched, Adelung, Duden und andere Sprachgelehrte hatten sich zwar redlich bemüht, Ordnung ins System zu bringen, scheiterten dabei letztlich aber an der Komplexität der vorhandenen, gewachsenen Sprache. Um solche Unregelmässigkeiten zu finden, muss man lediglich den Grammatik-Band der aktuellen Duden-Reihe aufschlagen. So gibt es allein für die Bildung der Fälle fünf verschiedene Flexionsklassen – der Genitiv eines Nomens kann u. a. entweder endungslos bleiben (*die Zahl – der Zahl*), mit *-(e)s* gebildet (*der Raum – des Raumes*) oder mit *-en* gebildet (*der Prinz – des Prinzen*) werden, und die Beschreibung aller Flexionsklassen mit allen Einzelfallregelungen nimmt allein für die Nomen 58 Seiten in Anspruch, wovon 26 Seiten mit Zweifelsfällen und Ausnahmen gefüllt sind. Die Liste der unregelmässigen Verben umfasst immerhin elf Seiten, und auch im Kleinen finden sich Unregelmässigkeiten, die sich kaum erklären lassen, etwa beim sogenannten Fugen-s, das zusammengesetzte Wörter verbindet: So heisst es zwar *Essen**s**zeit* und *Vertrauen**s**verlust*, nicht aber *Mädchen**s**name* oder *Maler**s**farbe*).

Auch die Rechtschreibung ist im Deutschen keineswegs so logisch und einheitlich, wie uns die Macht der Gewohnheit – respektive unsere langjährige Schulzeit – glauben macht. Was uns in anderen Sprachen eher auffällt, gilt auch fürs Deutsche: Die Zuordnung von Lauten und Buchstaben resp. Schreibweisen ist auch im Deutschen nicht einheitlich; der Laut [i], ein langes *i*, kann beispielsweise mit *ie* (*sie*), *ih* (*ihn*), *ieh* (*Vieh*) oder nur mit *i* (*mir*) verschriftlicht werden.

Betrachten wir schliesslich die Syntax natürlicher Sprachen, die Frage also, wie sich aus den einzelnen Elementen der Sprache übergeordnete Einheiten, wie sich also aus Wörtern ganze Sätze bilden lassen. Auch hier gibt es auf den ersten Blick Regeln, die aber auf den zweiten Blick sehr viel Spielraum und auch Ausnahmen und Sonderfälle zulassen. Eine Grundregel besagt etwa, dass im normalen deutschen Aussagesatz die konjugierte Verbform an zweiter Stelle und alle

übrigen Verbteile am Satzende stehen, dass aber alle übrigen Satzglieder frei angeordnet werden können. Eine Satzstellung mit dem Subjekt an erster Stelle gilt dabei als unmarkierte, d. h. «normale» Satzstellung. So lässt sich aus dem Satz

Die Freiheit – muss – über den Wolken – wohl grenzenlos – sein

Reinhard Meys berühmte Schlagerzeile

Über den Wolken – muss – die Freiheit – wohl grenzenlos – sein

machen, wobei diese Satzglied-Reihenfolge zur Betonung des ersten Satzgliedes führt. Auch die Adjektivgruppe «wohl grenzenlos» liesse sich an den Anfang stellen:

Wohl grenzenlos – muss – die Freiheit – über den Wolken – sein

während die Gruppe erstaunlicherweise ohne besondere Emphase nicht an dritter Stelle stehen kann:

Über den Wolken – muss – wohl grenzenlos – die Freiheit – sein

Das einfache Beispiel gibt einen Vorgeschmack davon, was uns erwarten würde, wenn wir die Analyse der deutschen Satzstrukturen auch auf komplexe Satzkonstruktionen mit Haupt- und Nebensätzen oder auf Frage- und Imperativsätze ausdehnen würden, wenn wir eingesparte Satzglieder berücksichtigen würden («Habe nun, ach! Philosophie, Juristerei und Medizin, und leider auch Theologie durchaus studiert mit heissem Bemühn») oder trennbare und untrennbare Verben betrachten würden (*Ich umfahre die Verkehrsinsel* versus *Ich fahre die Verkehrsinsel um*).

Auch wenn die Syntax einer natürlichen Sprache weitaus weniger Änderungen erfährt als der vergleichsweise flexible Wortschatz, ist sie nicht gänzlich stabil. Ein Beispiel dafür ist etwa die Satzstellung in Nebensätzen, die mit *weil* beginnen: Während früher in diesem Fall

die Endstellung des konjugierten Verbs dominierte (*…, weil ich meinen Schlüssel zu Hause vergessen habe*), setzt sich die Verbzweitstellung zunehmend durch (*…, weil ich habe meinen Schlüssel zu Hause vergessen*). Auch die Regel, dass Partizipien am Schluss eines Satzes stehen müssen, wird zunehmend aufgegeben zugunsten einer Reihenfolge der Satzglieder, bei der die verbalen Teile (hier: *wird* und *aufgegeben*) nicht getrennt werden, was zu einer erhöhten Verständlichkeit beiträgt.

Insgesamt zeigt sich also auch bei der Syntax bei natürlichen Sprachen ein Bild, das durchaus Regelmässigkeiten erkennen lässt. Die Regelmässigkeiten dienen aber dazu, eine historisch gewachsene Sprache zu beschreiben, und müssen daher Grenzfälle und Ausnahmen in Kauf nehmen. Die Grammatik folgt also der Sprache und ihrer Entwicklung – und nicht umgekehrt.

Stellen wir diesen Sprachen nun formale Sprachen gegenüber. Hadumod Bussmanns Lexikon der Sprachwissenschaft definiert formale Sprachen als Zeichensysteme, die sich «durch eine genau festgelegte Syntax und eine eindeutige Semantik» auszeichnen. Formale Sprachen nutzen dabei Symbole, deren Bedeutung beim Aufbau der Sprache oder im jeweils aktuellen Fall eindeutig erklärt sind. Damit sind auch die beiden Hauptunterschiede zu natürlichen Sprachen bereits genannt: Elemente einer formalen Sprache besitzen eine eindeutige Bedeutung (Semantik), und auch die Frage, wie Elemente einer formalen Sprache zu neuen Elementen kombiniert werden, folgt eindeutigen Regeln (Syntax). So ist die Bedeutung des Zeichens «$\mathbb{N}$», das in der Mathematik für eine bestimmte Zahlenmenge steht, genau definiert, und es ist auch klar, wie das Zeichen mit anderen kombiniert werden kann («$\mathbb{R}\backslash\mathbb{N}$» ist eine korrekte Kombination, «$\mathbb{R}/\mathbb{N}$» nicht). Das Zeichen *Haus* in der natürlichen Sprache ist vergleichsweise viel vager – es kann für eine Hütte oder ein Fabrikgebäude, für eine ganze Dynastie (*Haus Habsburg*) oder eine Kartenkombination beim Pokern (*volles Haus*) stehen.

Formale Sprachen

Die gängige Notationsweise der Mathematik gilt neben Programmiersprachen in der Informatik als prototypisches Beispiel einer formalen Sprache. Für diese Notationsweise hat sich unter anderem der Begriff *Mathematisches Kalkül* etabliert. Ein Kalkül ist ein System von Regeln, mit dem man aus bestehenden Aussagen neue Aussagen generieren kann. Im Fall der Mathematik entstehen z. B. aus bestehenden Gleichungen neue Gleichungen. Das Kalkül überträgt die (semantischen) Grundeinheiten und die (syntaktischen) Gesetzesaussagen einer Theorie in die Symbolik und die Logik des Kalküls. Die Einheiten können dann innerhalb des Kalküls nach rein syntaktischen Regeln kombiniert und angewendet werden. Eine eigentliche Vorstellung der entsprechenden Operationen ist dabei nicht mehr nötig: Das Kalkül läuft dann gewissermassen automatisch ab und generiert neue Aussagen, ohne dass für jeden einzelnen Teilschritt eine sinnstiftende Bedeutung nötig wird.

Betrachten wir beispielsweise folgende Rechenaufgabe: *Für drei Kinder und zwei siebzehnjährige Teenager stehen fünf Flaschen Schnaps zur Verfügung. Die Minderjährigen wollen den Schnaps vollständig trinken und vereinbaren, dass jeder Teenager doppelt so viel Schnaps erhält wie jedes Kind. Wie viel Schnaps erhält ein Teenager, wenn jede Flasche sieben Deziliter Schnaps enthält?*

Ein guter Sekundarschüler würde die Aufgabe wie folgt lösen:

(1) $k = Anteil\ eines\ Kindes$
(2) $t = Anteil\ eines\ Teenagers$
(3) $f = Flasche$
(4) $3k + 2t = 5f$
(5) $1t = 2k$
(6) $1f = 7\ dl$
(7) $3k + 2t = 3k + 4k = 5f$
(8) $7k = 5f$
(9) $k = \frac{5}{7} f$
(10) $k = \frac{5}{7} \cdot 7\ dl = 5\ dl$
(11) $t = 2k = 2 \cdot 5\ dl = 10\ dl$

In den Gleichungen (1) bis (3) legt der Sekundarschüler zunächst die Bedeutung der Zeichen k, t und f fest. Dass er dazu eine Überführung, d. h. Gleichsetzung der natürlichsprachlichen Formulierungen im Aufgabentext in mathematische Symbole vornimmt, ist typisch und wird uns unten noch beschäftigen. Die Gleichungen (4) bis (6) sind dann die mathematischen Entsprechungen der Vorgaben aus der Aufgabenstellung: Die mathematischen Gleichungen bilden also durchaus die (fiktive) Welt der Aufgabenstellung ab. Aus den Gleichungen (4) und (5) entsteht nun aber die Gleichung (7), indem der Sekundarschüler für den Wert $3k + 4k$ einsetzt. Damit verlässt die Berechnung plötzlich den Bereich der abgebildeten Welt, denn es entsteht der Wert $7k$. Es gibt aber keine sieben Kinder, die einen Anteil trinken möchten. Das stört das mathematische Denken nicht. Diese Loslösung von lebensweltlichen Entsprechungen ist wesentliches Merkmal eines mathematischen Denkens: Die routinierte Mathematikerin hat gar nicht den Anspruch, dass Gleichungen einer Wirklichkeit entsprechen. Auch sie kann den achtdimensionalen Raum zwar berechnen, nicht aber ihn sich vorstellen. Bloss stört sie sich, im Gegensatz zum Laien, daran nicht.

In den Gleichungen (7) bis (9) läuft also das Kalkül ab, ohne dass dahinter ein lebensweltlicher Sinn stehen muss. Dieser stellt sich erst wieder in Gleichung (10) und (11) ein, wo wir sehen, wie viel der Anteil pro Kind und Teenager ausmacht. Wir sind also zurück in der (fiktiven) Welt der Aufgabenstellung. (Ob die von der Mathematik geschaffene Welt dann mit der wirklichen Welt übereinstimmt, ist nochmals eine ganz andere Frage: Bekanntlich sollten ja weder Kinder noch Teenager Schnaps trinken – und ganz sicher nicht in solch rauen Mengen.)

Das Kalkül ist also sozusagen eine Maschine, die Bearbeitungsschritte durchführt. Dabei ist das Kalkül allerdings nicht gleichzusetzen mit der Theorie, die es ausführt. Das Kalkül führt zwar Operationen aus, die Operationen selbst und auch die beteiligten Elemente müssen aber theoretisch ausserhalb des Kalküls verankert und hergeleitet werden. Die Theorie ist im vorliegenden Fall die Mathematik als Ganzes (also Begriffsdefinitionen, Axiome = Grundannahmen usw.). Die «Maschine» muss also nach gewissen Bauplänen konstruiert werden, und diese

Pläne müssen vorgeben, wie sie funktioniert. Für den Sekundarschüler im obigen Beispiel bestehen diese «Pläne» etwa aus dem Lehrbuch, in dem er Gleichungen und die Regeln des Bruchrechnens kennengelernt hat, und historisch lassen sich diese «Pläne» auf die Entstehung des Bruchrechnens zurückführen – am Anfang stehen aber in beiden Fällen Konventionen, wie man die Elemente des Kalküls kombiniert.

Für die Mathematik heisst das: Das mathematische Kalkül, d. h. die gängige Notationsweise der Mathematik, ist zwar die «Maschine», welche Mathematik durchführt und z. B. Berechnungen erledigt. Sie ist aber nicht die Mathematik selbst. Die Mathematik erwacht erst dann zum Leben, wenn das Kalkül für Problemstellungen genutzt oder in Kontexte eingebettet und somit sinnhaft wird.

Auch das Beispiel auf S. 176 dieses «Sprachspiegels» zeigt, dass das mathematische Kalkül an sich noch nicht sinnstiftend ist: Es bedarf einer natürlichsprachlichen Rahmung, welche die Elemente des Kalküls in einen Kontext (eine Problemstellung, einen Erklärungskontext o. ä.) stellt. Diese natürlichsprachliche Rahmung liegt meistens im konkreten Fall vor – sei es als Aufgabenstellung oder Situationsbeschreibung. Aber selbst bei standardisierten Aufgabenstellungen, die keiner Erläuterung mehr bedürfen, steht am Anfang eine natürlichsprachliche Rahmung. So wird der oben erwähnte Sekundarschüler die Gleichung

$$\frac{2a+b}{3x}+4=\frac{2a}{3b}-12$$

ohne weitere Erläuterung als Aufgabenstellung verstehen, weil er es gewohnt ist, solche Gleichungen standardmässig nach x aufzulösen:

$$x=\frac{2ab+b^2}{2a-48b}$$

Bei einer ersten Erklärung der Operatoren (Plus-, Minuszeichen usw.) und Variablen (*a, b, x*) in einem Lehrbuch oder – historisch gesehen – bei ihrer erstmaligen Definition waren allerdings sehr wohl

Erläuterungen, Umschreibungen, Vergleiche und Abgrenzungen nötig, um den Elementen eine Bedeutung zuzuweisen.

Es ist undenkbar – nicht nur, weil es keine schriftlichen Dokumente dazu gab –, dass die deutsche Sprachgemeinschaft (was auch immer man zu welchem Zeitpunkt unter *Deutsch* verstand) eines Tages beschloss: «So, ab morgen machen wir Nebensätze, und ein Nebensatz zeichnet sich durch Endstellung des konjugierten Verbs aus.» Im Gegensatz zu Semantik und Syntax natürlicher Sprachen lässt sich beim mathematischen Kalkül zurückverfolgen, wer die heute verwendeten Begriffe und Operationen eingeführt und festgelegt hat. Gemeinhin gilt Gottfried Wilhelm von Leibniz als Begründer der heutigen mathematischen Notationen. Mathematische Notationen existierten zwar schon seit der Antike, doch Leibniz brachte sie erstmals in die Form, die wir heute noch (er)kennen, und war dabei um eine einheitliche, in sich stimmige Systematik bemüht.

Plansprachen

Es gibt indes eine Brücke zwischen natürlichen Sprachen und formalen Sprachen wie der Mathematik – sie entspringt dem Bedürfnis, die Ordnung, die wir in formalen Sprachen kennengelernt zu haben, auch für natürliche Sprachen zu nutzen. Entsprechende Bestrebungen gab es immer wieder: Mit Blick auf eine Verständigung ohne Sprachbarrieren und später mit Blick auf ein vereinfachtes Fremdsprachenlernen wurden ab dem 19. Jahrhundert zahlreiche Plansprachen geschaffen. Vorläufer davon waren philosophische Überlegungen, welche darauf abzielten, die Welt auf strukturierte Klassen von Begriffen zu reduzieren und vollständig beschreibbar zu machen. Auch Gottfried Wilhelm von Leibniz, der das mathematische Kalkül prägte, befasste sich mit dieser Idee. Typisch für frühe Plansprachenprojekte ist das Projekt einer friedensstiftenden, völkerversöhnenden *Panglottia*, welche der Philosoph Johann Amon Comenius um 1665 entwickelte.

Plansprachen – oder auch künstliche oder Kunstsprachen – sind dabei Sprachen, bei denen Semantik und Syntax von einem Erfinder oder einem Erfinderkollektiv bewusst geschaffen und festgelegt wer-

den. Bei sogenannt apriorischen Plansprachen beginnen Erfinder dabei auf der grünen Wiese und konstruieren eine Sprache von Grund auf, meist nach philosophischen Prinzipien; bei aposteriorischen Plansprachen gehen sie hingegen von bestehenden natürlichen Sprachen aus. Ziel der Plansprachen ist meist eine einfachere Verständigung und eine Grammatik, die ohne komplizierte Regeln und Ausnahmen auskommt. Dabei sollte oft auch eine offizielle Verkehrs-, Rechts-, Schul- und Handelssprache geschaffen werden, die in einem Nationalstaat oder einer Region der gemeinsamen Verständigung und der Identitätsstiftung dient. Meist lehnen sich solche aposteriorischen Sprachen an bestehende Dialekte an. Dies ist etwa beim Norwegischen – genauer: beim Nynorsk – der Fall, das ab 1850 als «Volkssprache» (in Abgrenzung zur dänischen «Reichssprache») geschaffen wurde.

Insgesamt zählt die Sprachwissenschaft weltweit gegen tausend Projekte für Plansprachen, die allerwenigsten erreichten aber die Schwelle der Realisierung. Erfolgreich waren sie – wie beim Nynorsk – vor allem dort, wo sie an bestehende natürliche Sprachen anknüpften und der gesellschaftliche Rahmen als treibende Kraft wirkte, wobei man hier etwas keck durchaus von der Weiterentwicklung einer natürlichen Sprache mit politischen Mitteln sprechen könnte.

Apriorische Plansprachen, die aus dem Nichts geschaffen wurden, hatten es indes seit jeher schwer. Die bekannteste dieser Sprachen ist Esperanto, das der polnische Arzt Ludwik Lejzer Zamenhof unter dem Pseudonym *Doktoro Esperanto* (*Doktor Hoffender*) ab 1900 als europäisches Verständigungsprojekt entwickelte, das aber nie eine praktische Bedeutung erlangte.[2] Bis heute hat sich keine der apriorischen Plansprachen als Verständigungsmittel durchgesetzt – und dies, obschon rein logisch vieles für eine solche Sprache spräche. Auch dies wohl ein Hinweis darauf, dass sich Sprache mit Logik nur schlecht einfangen lässt.

2 In Wien gibt es ein Esperantomuseum: https://www.onb.ac.at/museen/esperantomuseum.

Am Anfang des Beitrags stand die Frage: Ist Mathematik eine Sprache? Sie ist es nicht, wie wir inzwischen gesehen haben. Zwar ist das mathematische Kalkül eine formale Sprache, doch das mathematische Kalkül ist nur ein Teil der Mathematik – ohne eine natürlichsprachliche Rahmung bleibt es aussagelos. Umgekehrt haben natürliche Sprachen mit den strengen semantischen Begriffszuschreibungen und der strengen syntaktischen Logik, die wir in der Mathematik und erst recht im mathematischen Kalkül vorfinden, wenig gemein. Sprache bleibt somit Sprache, und Mathematik bleibt Mathematik – beide als faszinierende, aber unterschiedliche Tummelfelder des menschlichen Geistes.

Tummelfelder des menschlichen Geistes

Literatur:

Bussmann, Hadumod (Hg.) (2008): Lexikon der Sprachwissenschaft. 4. Auflage. Stuttgart: Kröner.

Glück, Helmut & Rödel, Michael (2016): Metzler Lexikon Sprache. 5. Auflage. Stuttgart: Metzler.

Jörissen, Stefan (2013): Mathematik multimodal. Eine sprachwissenschaftliche Untersuchung kommunikativer Verfahren im Hochschulunterricht. Münster: Waxmann.

Maier, Hermann & Schweizer, Fritz (1999): Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht. Wien: ÖBV & HPT.