

Zeitschrift: Schweizerische pädagogische Zeitschrift
Band: 29 (1919)
Heft: 3

Artikel: Étude sur la numérotation
Autor: Courbat, C.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-789315>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 07.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

ÉTUDE SUR LA NUMÉRATION. PAR C. COURBAT, PROF., PORRENTUY.

I. COMMENT COMPTAIENT CERTAINS PEUPLES DE L'ANTIQUITÉ.

Dès la plus haute antiquité les peuples ont *compté* les objets et *mesuré* grossièrement l'étendue et le temps. Ils ont évalué et comparé leurs richesses. Nous savons par la Bible que les fortunes des Patriarches furent d'abord comparées à des troupeaux de bœufs, de moutons (pecus = bétail). Nous avons d'ailleurs encore aujourd'hui un mot dérivé : *pécuniaire* qui n'a pas d'autre origine.

D'après le savant géologue-paléontologue français LATRET, l'homme du commencement de l'époque quaternaire aurait déjà connu l'usage de la numération. Cette assertion provient du fait que Latret aurait découvert dans les Grottes d'Aurignac, Haute-Garonne, des lames de bois de renne portant diverses inscriptions et divers signes, indices d'une numération rudimentaire. Quoi qu'il en soit, il est certain que les peuples de l'antiquité ignoraient les chiffres et leur usage. Peu à peu sont venues les *striés* sur les os et sur les arbres, simples raies ou traits qui représentaient et servaient à fixer les grandeurs. Plus tard c'est sur les briques, sur les feuilles de papyrus, sur le sable que l'on notait les grandeurs et les opérations relatives à ces grandeurs. Enfin on compta au moyen de *cailloux*, puis on fit usage de *jetons* et de *l'abaque*. Au point de vue étymologique *calcul* vient de *caillou* (Calculus = caillou, pierre). Vers le milieu du 4^e siècle (avant J.-C.), un savant Hindou, *Bhâscara*, écrivit un traité de calcul : le „*Bijaganitam*“ sur le *comptage* des cailloux et des graines. En 220 (avant J.-C.), Archimède composa un traité d'arithmétique élémentaire : „*l'Arénaire*“ sur la manière de pratiquer l'Art du calcul en se servant de grains de sable (Arena = sable). Longtemps après, même jusqu'à l'époque romaine, on donnait le nom d'*Arénaire* au Maître d'arithmétique élémentaire chargé d'enseigner le calcul en employant le sable comme moyen intuitif. On sait du reste qu'Archimède traçait des figures sur le sable lorsqu'il fut tué par un soldat de Marcellus au siège de Syracuse.

Voyons à présent quelles étaient les méthodes de calcul usagées ou en faveur, chez les principaux peuples de l'Antiquité.

1. LES CHALDÉENS. C'était avant tout un peuple de pasteurs et d'admirateurs des astres. Ils usageaient des briques pour fixer les nombres au moyen de signes gravés. Les Chaldéens ne connaissaient pas l'usage de la pierre à bâtir. Ils employaient des briques pour la construction de leurs édifices. C'est sur ces briques que fut gravée, à grands traits, l'histoire générale des Chaldéens ainsi que leur manière de compter. Leur système de numération avait pour base soixante (*système sexagésimal*). Ce système est encore en usage de nos jours (Divisions du temps, de l'arc de cercle, etc.). Les Chaldéens passaient pour de très habiles calculateurs. C'est à eux que, pour la première fois, les Grecs donnèrent le nom de *mathématiciens*. La *mathématique* comprenait ou désignait à cette époque (VI^e siècle avant J.-C.) l'ensemble des sciences connues alors : arithmétique, astronomie, musique, etc. (mathésis = science par excellence). Ce n'est donc pas à tort qu'on les considérait comme les plus érudits, les plus savants de leur temps. Ils ont été d'ailleurs les premiers à établir des tables chronologiques basées sur leurs observations et leurs calculs.

2. LES BABYLONIENS. C'est au moyen des caractères *cunéiformes* que les Babyloniens représentent les grandeurs. Les unités sont figurées par un signe spécial qui se répète autant de fois qu'il y a d'unités. Il en est de même pour les autres unités successives ; chacune d'elles a son signe particulier. Ce système n'était pas très pratique.

3. LES PHÉNICIENS ET LES HÉBREUX. C'étaient avant tout des peuples de commerçants, de navigateurs et surtout de calculateurs. Comme les Hindous dont nous parlerons plus loin, les Phéniciens aimaient les grands nombres et ils avaient réussi, du moins dans les milieux cultivés, à opérer très rapidement sur des nombres d'une grandeur fantastique. Pour représenter les nombres, les Phéniciens et les Hébreux, employaient les 22 lettres de leur alphabet. Les neuf premières servaient à représenter les 9 unités du 1^{er} ordre. Pour les unités du 3^e ordre, outre les quatre dernières lettres, ils employaient cinq signes supplémentaires. Et, à partir du 4^e ordre, les lettres se répétaient avec un tréma (..) posé sur chaque lettre. Ce système de numération était compliqué et peu pratique.

4. LES ÉGYPTIENS. D'après l'historien Hérodote, Sésostri faisait chaque année, après les crues du Nil, partager les terrains fertiles en un nombre déterminé de lots qu'il distribuait à ses sujets. Ce fut là le premier travail *d'arpentage*. C'est dans la construction des pyramides que nous trouvons le germe des premières idées de forme et de grandeur géométriques appliquées. Ces proportions gigantesques ont inspiré les premiers architectes. Et, bien avant les Grecs, les Égyptiens ont eu l'honneur de compter les premiers *géomètres*. Le papyrus d'Ahmès, récemment déchiffré, a permis de reconstituer les bases de la numération égyptienne. Une barre verticale représentait l'unité du 1^{er} ordre. L'unité du 2^e ordre était représentée par une espèce de fer à cheval. La centaine était figurée par une feuille de palmier dont les palmes étaient enroulées autour de la tige. La fleur de lotus avec sa tige servait à désigner les unités de mille. Enfin les dizaines de mille étaient représentées par un doigt recourbé.

| | | |
|--------------------|------------------------------|--------|
| Unités simples | ou du 1 ^{er} ordre: | ... |
| „ de dizaines | ou du 2 ^e ordre: | U U .. |
| „ de centaines | ou du 3 ^e ordre: | ///... |
| „ de mille | ou du 4 ^e ordre: | 🪷🪷... |
| „ dizaine de mille | ou du 5 ^e ordre: | 👉👉... |

Exemple de multiplication égyptienne :

| | | | | | | |
|-----|---|----------------|----|----|---|----------------|
| 673 | × | 45 | ou | 45 | × | 673 |
| 673 | | 45 | | 45 | | 673 |
| 336 | | 90 | | 22 | | 1 346 |
| 168 | | 180 | | | | |
| 84 | | 360 | | 11 | + | 2 692 |
| 42 | | 720 | | | | |
| 21 | + | 1 440 | | 5 | + | 5 384 |
| 10 | | 2 880 | | | | |
| 5 | + | 5 760 | | 2 | | 10 768 |
| 2 | | 11 520 | | | | |
| 1 | + | 23 040 | | 1 | + | 21 536 |
| | | <u>30.285.</u> | | | | <u>30.285.</u> |

5. LES HINDOUS. Les Hindous sont considérés comme les ancêtres de la science algébrique. Ils furent de tout temps des admirateurs des grands nombres, des nombres fantastiques. Au-

7. LES GRECS. Tandis que les Hindous sont considérés comme les inventeurs de l'Arithmétique, les Grecs eux, sont les ancêtres de la *Géométrie*. Les Égyptiens, à vrai dire, ne furent que des Arpenteurs. La vraie *science géométrique* prit son complet développement dans les diverses Ecoles grecques. Leibnitz disait, en parlant des philosophes grecs, qu'il y a de la géométrie partout et de la morale partout. „C'est-à-dire qu'il y a du géométrique dans la morale et de la morale jusque dans le géométrique“. Platon avait écrit sur la porte de son Ecole de philosophie ces mots: „Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre.“ Les premiers documents historiques nous montrent donc que les philosophes grecs étaient aussi presque tous géomètres et astronomes. Citons les principaux. 1. *Thalès* (600 av. J.-C.) institua l'Ecole ionienne. Il établit les propositions les plus simples de la géométrie ainsi que les premières mesures de distances inaccessibles. 2. *Pythagore* (550 av. J.-C.), somme des angles du triangle, carré de l'hypoténuse. Polyèdres réguliers, etc. 3. *Platon* (400 av. J.-C.) Méthode d'analyse géométrique. Parmi les Mathématiciens de l'Ecole grecque d'Alexandrie qui dura plus de 1000 ans nous citerons: *Archimède* (250 av. J.-C.); *Appolonius de Perge* (200 av. J.-C.); *Hipparque* (500 av. J.-C.); *Ptolémée* (150 av. J.-C.); *Diophante* (350 ap. J.-C.) surnommé le père de l'Algèbre; *Pappus*, géomètre. Les Grecs ont fait des emprunts aux Egyptiens, mais ils les ont dépassés rapidement; tandis que les Grecs progressent, les Egyptiens restent stationnaires. Pour la représentation des grandeurs les Grecs usageient les 24 lettres de leur alphabet avec 3 signes supplémentaires. Les neuf premiers nombres étaient représentés au moyen des neuf premières lettres et ainsi de suite. Aux unités du 4^e ordre les lettres se reproduisaient dans le même ordre qu'avant, mais elles étaient accompagnées d'un accent placé au-dessous et à gauche de la lettre. Ce système de numération avait beaucoup d'analogie avec le système de numération actuel.

8. LES ROMAINS. La numération romaine que tout le monde connaît n'était pas, à proprement parler, une numération systématique. Chez les Romains la manière de compter et surtout celle de noter les nombres, était bien différente et bien inférieure à celle employée des Grecs. Ils usageient sept de leurs lettres:

| | | | | | | | | |
|----|----|-----|-----|------|------|------|----|-------|
| I; | V; | X; | L; | C; | D; | M | ou | CIƆ. |
| 1; | 5; | 10; | 50; | 100; | 500; | 1000 | | 1000. |

Ce sont les abréviations qui défigurent la numération romaine. Elle est aussi très mal commode. Les opérations avec signes romains sont très longues et très difficiles à effectuer. On prétend même que c'est à cause de cette défectuosité que les anciens Romains sont restés stationnaires dans le domaine des mathématiques. Cependant la numération romaine est encore en honneur de nos jours. On l'emploie dans les inscriptions de dates, dans la pagination, etc. Au point de vue mathématique elle est totalement abandonnée.

9. LES CELTES employaient le système à base vingt (*vicesimal*). Nous avons emprunté à la numération celtique les expressions quatre-vingts, quatre-vingt-dix, quinze-vingts (Hôpital des Quinze-vingts à Paris, Hospice fondé en 1260 par St-Louis pour héberger 300 chevaliers ayant eu les yeux crevés aux cours des croisades. Cet hôpital existe encore aujourd'hui.).

II. NUMÉRATION DÉCIMALE: APERÇU HISTORIQUE.

JULES TANNERY, dans son ouvrage: „Leçons d'Arithmétique théorique et pratique“, nous dit que „la numération de position est un véritable instrument scientifique dont on ne saurait trop admirer le merveilleux mécanisme.“ A qui sommes-nous redevables de ce merveilleux système de numération? Des mathématiciens, des érudits ont discuté cette question au siècle dernier avec une véritable passion. Ils n'ont pas réussi, toutefois, à l'éclaircir complètement. Ce que l'on sait cependant actuellement avec certitude, c'est que *la numération décimale* remonte à la plus haute antiquité et qu'elle provient de la manière de compter sur les dix doigts. Avant le 6^e siècle de notre ère la numération de position n'était pas connue. On ignorait les chiffres et leur usage. On figurait les nombres au moyen de jetons. Chaque jeton représentait une unité d'un certain ordre. Les jetons se disposaient sur une espèce de table ou caisse munie de baguettes parallèles. Cette table a été en usage jusqu'au siècle dernier. (Le boulier usagé dans nos écoles inférieures n'est autre chose qu'un abaque modifié). Aujourd'hui, les Chinois s'en servent encore.

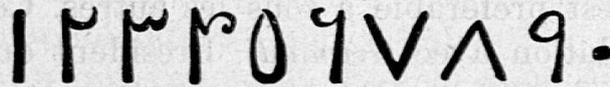
Les Hindous étaient en possession du système de position déjà au 6^e siècle de notre ère. Ce fut le premier peuple qui fit usage des chiffres dont la forme primitive est la suivante:



1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.

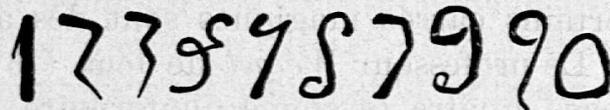
Les Hindous n'ont pas employé le zéro dès l'origine. Ils laissaient un petit espace vide dans le corps des nombres pour indiquer l'absence d'un ordre quelconque. Plus tard cet espace vide fut remplacé par un cercle qu'ils considéraient comme le symbole du *vide* ou de *l'éternité*.

D'après l'historien arabe *Ibn-Esra* (1130), le roi Hindou *Kankah* (750) apprit les chiffres et l'arithmétique hindoue aux Arabes. Les Arabes rapportèrent donc de l'Inde la numération de position et les chiffres vers le 8^e siècle de notre ère. Ils les transformèrent peu à peu. C'est ainsi que les Arabes d'Orient adoptèrent les signes suivants :



1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.

Les Arabes d'Occident leur donnèrent la forme suivante :



1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 0.

Le chiffre zéro fut imaginé par un mathématicien arabe: *Algorithmus* vers le 9^e siècle. Ce mathématicien a d'ailleurs donné son nom à une science qu'on a appelée *l'Algorithme*, c'est-à-dire l'arithmétique avec chiffres arabes.

Un prince Gaulois *Gerbert d'Aurillac* (940) étudia les sciences et les mathématiques chez les Arabes d'Espagne. Ce personnage passait pour l'homme le plus savant de son siècle. Devenu Pape, en 999, sous le nom de Sylvestre II, il fit introduire la numération et les chiffres arabes en Italie, puis dans la chrétienté. Il publia deux ouvrages qui contribuèrent à faire comprendre et à répandre la nouvelle manière de calculer. Ces ouvrages sont intitulés: „Sur l'Abaque et Sur les Nombres“. En 1484, Maître *Nicolas Chuquet*, bachelier en médecine à Paris, écrivit, après différents voyages d'études, le plus ancien monument de la Science arithmétique et algébrique connue en France: „Triparty en la Science des Nombres“. Cet ouvrage donne la preuve que l'Arithmétique Arabe pénétra en Europe occidentale vers la

fin du Moyen-âge, et, en France par l'Italie. Ce précieux manuscrit a été imprimé en 1880 à Rome. Il fait partie de la Bibliothèque du Prince italien *Balthazar Boncompagni*.

Voilà, esquissée à grand traits, l'évolution de notre numération de position à travers les siècles,

III. QUELS SONT LES AVANTAGES ET LES INCONVÉNIENTS DU SYSTÈME DE NUMÉRATION DÉCIMALE ?

Cette question a souvent, et à diverses époques, retenu l'attention des mathématiciens et des calculateurs. C'est ainsi que *Leibnitz* après avoir comparé différents systèmes de numération, avec le système à base dix, en avait conclu que le système binaire (base 2) est préférable à tous les autres. Ce savant philosophe fut en relation avec *Grimaldi*, Président du Tribunal des mathématiques en Chine. Il lui fit admirer la commodité du nouveau système et, encore aujourd'hui, les Chinois font leurs calculs pratiques au moyen du système dyadique. Quelques jeux amusants et certains carrés magiques sont des applications de la base binaire. Le professeur *Weigel* de Jéna (1670) préconisait le système à base quatre (système quaternaire, tétractique ou tétradyque). Il publia en 1673 son *Tétractys*.*) L'astronome Thiéle de Copenhague opère dans le système à base quatre, puis il transforme les résultats de ses opérations dans la base décimale. Malgré ce travail de transposition, les calculs s'effectuent plus rapidement qu'en opérant directement en base dix. En 1870, *Lehmann*, professeur à Leipzig, fut un admirateur du système à base six (base sénaire). Il a publié une série de petits écrits traitant de la base six ou *seh* (abréviation de „*sechs*“). Voici d'après une très intéressante étude du professeur *L. G. Dupasquier*, sur la question qui nous occupe, la traduction d'un appel de Lehmann au public de Leipzig. Cet appel a pour titre suggestif: „*Revolution der Zahlen oder die Seh in Schrift und Sprache eingeführt von Dr. Otto Lehmann Mathematikus am St. Nicolaigymnasium in Leipzig*“. „Appel! Ecoutez citoyens de

*) „*Erhardi Weigelii, Artium Architectonicarum Supremi Directoris et Prof. Publ. Tetractys, summum tum Arithmeticae tum Philosophiae discursivae compendium, artis magnae sciendi genuina radix*“. Jenae MDCLXXIII.

Leipzig! écoutez, vous tous, gens lettrés et cultivés de toutes les nations! Au nom de l'humanité entière, au nom de toutes les générations à venir, je vous adresse mon appel! Et quand vous vous serez convaincus, comme j'ose m'y attendre, de calculer avec les nombres *Seh*, unissez votre voix à la mienne pour introduire les nombres *Seh* dans le langage écrit et parlé. Qui donc serait appelé à faire le premier pas, sinon vous, porteurs de la culture, promoteurs de la civilisation? "... Ce chaleureux appel n'eut pas le succès attendu par son auteur.

Les peuples d'Allemagne et d'ailleurs restèrent indifférents à cette „Révolution“. Cette base offre pourtant, au point de vue pratique, de sérieux avantages comme nous le verrons plus loin. La base huit (*octavale*) a eu aussi ses défenseurs et ses admirateurs. Citons entre autres le mathématicien français *Mariage* qui était un ardent champion du système à base huit. — De tous les systèmes de numération, c'est pourtant le *système décimal* ou dennaire qui l'emporte. Et l'on a pu écrire: „L'art de compter sur les doigts est le plus ferme rempart du système décimal“.

Le système dennaire est trop profondément ancré dans nos mœurs pour l'en déraciner. Il est donc à prévoir qu'il vivra encore bien longtemps et pourtant il présente un travail d'assimilation beaucoup plus long que celui des bases 4, 6 ou 8 par exemple. Pour nous en rendre compte passons sommairement en revue les principales difficultés mécaniques ou mnémotechniques que représentent quelques systèmes de numération. Nous laissons naturellement de côté les principes relatifs aux vérités mathématiques qui sont indépendants des systèmes de numération. Pour calculer avec la base deux, une seule règle suffit: $1 + 1 = 10$. En réalité la base deux n'offre aucune difficulté. En effet on peut sans effort doubler un nombre ou en prendre la moitié. Pour calculer dans la base trois il faut savoir que: $1 + 1 = 2$; $1 + 2 = 10$; $2 + 2 = 11$; $2 \times 2 = 11$. C'est à dire quatre règles. Tandis qu'avec la base quatre il faut savoir 9 règles par cœur: $1 + 1 = 2$; $1 + 2 = 3$; $1 + 3 = 10$; $2 + 2 = 10$; $2 + 3 = 11$; $3 + 3 = 12$. $2 \times 2 = 10$; $2 \times 3 = 12$; $3 \times 3 = 21$.

D'après ce qui précède, nous pouvons former le tableau résumé suivant:

Résumé.

| Bases | Signes | Règles à savoir par cœur |
|----------|----------|--------------------------|
| 2 _____ | 2 _____ | 1 ou 1^2 |
| 3 _____ | 3 _____ | 4 ou $(3-1)^2$ |
| 4 _____ | 4 _____ | 9 ou $(4-1)^2$ |
| 5 _____ | 5 _____ | 16 ou $(5-1)^2$ |
| | | |
| 10 _____ | 10 _____ | 81 ou $(10-1)^2$ |

Et, d'une manière générale, dans la base b , nous aurons :

$$b \text{ _____ } b \text{ _____ } (b-1)^2$$

Nous voyons donc que plus la base est grande, plus il y a de règles à apprendre par cœur. Donc : Pour que l'art du calcul s'apprenne dans le minimum de temps avec le minimum d'effort, la base doit être aussi petite que possible.

Il ne suffit pas d'acquérir, il faut garder. Les difficultés d'assimilation croissent avec la base. On calcule plus facilement et plus vite avec 2, 3, 4, 5 qu'avec 6, 7, 8, 9. En outre les règles sont plus difficiles à retenir dans les grandes bases que dans les petites. De nombreuses expériences faites dans ce domaine permettent d'énoncer le Théorème suivant : Les difficultés d'assimilation de deux bases sont entre elles comme la 5^e puissance de ces bases ou plus exactement : Les difficultés sont entre elles comme la cinquième puissance des chiffres significatifs de ces bases.

En représentant deux bases différentes par b et B et les difficultés correspondantes par d et D , nous obtenons la proportion :

$$\frac{d}{D} = \frac{(b-1)^5}{(B-1)^5}$$

Comparons par exemple, au moyen de cette égalité les bases 4, 6 et 12 avec la base 10, nous aurons successivement :

$$1) \frac{d}{D} = \frac{(4-1)^5}{(10-1)^5} = \frac{3^5}{9^5} = \frac{243}{59049} \text{ ou } \frac{1}{243}$$

$$2) \frac{d}{D} = \frac{(6-1)^5}{(10-1)^5} = \frac{5^5}{9^5} = \frac{3125}{59049} \text{ ou } \frac{1}{18^{1/2} \text{ env.}}$$

$$3) \frac{d}{D} = \frac{(12-1)^5}{(10-1)^5} = \frac{11^5}{9^5} = \frac{161051}{59049} \text{ ou } 2^{1/2} \text{ env.}$$

En traduisant ces résultats dans le langage ordinaire nous dirons que pour *apprendre* à calculer et *pratiquer* l'art du calcul

dans les bases 4 et 6 il faut 243 fois et $18\frac{1}{2}$ fois moins de temps qu'avec la base 10. Tandis qu'avec la base duodécimale il faudrait $2\frac{1}{2}$ fois plus de temps qu'avec notre base décimale.

De l'ensemble des considérations que nous venons d'examiner il résulte que le système décimal n'est ni le plus simple ni le plus commode des systèmes de numération. C'est pourquoi à travers les siècles, des calculateurs et même des littérateurs n'ont cessé de le discréditer. *Chateaubriand* écrivait: „Le calcul décimal peut convenir à un peuple mercantile, mais il n'est ni beau ni commode, dans les autres rapports de la vie et dans les équations célestes. La nature l'emploie rarement, il gêne l'année et le cours du soleil et la loi de la pesanteur ou de la gravitation universelle, peut-être l'unique loi de l'Univers, s'accomplit par le carré et non par le décuple des distances.“ Et déjà avant *Chateaubriand*, *Buffon* réclamait une autre échelle de numération. (Voir *Rebière* „Mathématiques et Mathématiciens“ page 387.) Si un changement pouvait se faire c'est sans contredit la base 4 qui offrirait, au point de vue pratique, le plus d'avantages. Ce nombre est facile, commode, divisible, il est de même une puissance. Mais il est à prévoir que ni nos contemporains ni nos descendants n'entreprendront de réforme dans ce domaine et qu'ils ne changeront jamais notre système de numération contre un meilleur. Puisqu'il en est ainsi il faut *décimaliser*. *Décimalisons* les mesures étrangères, les divisions du temps, de l'arc, etc. Car mieux vaut n'avoir qu'une seule base de numération plutôt qu'un mélange de systèmes.
