

# Lektionsskizzen zur Geometrie mit Berücksichtigung des Arbeitsprinzips : 3. Teil

Autor(en): **Blumer, S.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische pädagogische Zeitschrift**

Band (Jahr): **34 (1924)**

Heft 3

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-788626>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Lektionsskizzen zur Geometrie mit Berücksichtigung des Arbeitsprinzips.

Von Dr. S. Blumer, Basel.

### III. Von den Winkeln.

Nehmt auf der Zeichenebene einen Punkt an und zieht von ihm aus einen Strahl. Denkt euch diesen Strahl in der Ebene um beliebig viel um seinen Anfangspunkt gedreht und zeichnet ihn nun in seiner neuen Lage. Man sagt nun, die beiden Strahlen bilden einen Winkel miteinander; was hat man darunter zu verstehen?

Hat der Winkel eine Grösse; wenn ja, wovon hängt sie ab?

Die Strahlen, welche den Winkel bilden, nennt man die Schenkel, ihren gemeinsamen Anfangspunkt den Scheitel oder die Spitze des Winkels. Hat die Länge der Schenkel einen Einfluss auf die Grösse des Winkels?

Man drehe einen Strahl um eine ganze Umdrehung um seinen Anfangspunkt; was beschreibt dabei jeder seiner Punkte? Man zeichne einen vollen Winkel, d. h. einen Winkel, dessen Schenkel um eine ganze Umdrehung voneinander abweichen; wie liegen dessen Schenkel zueinander? Man ziehe mit dem Zirkel einen der Kreise, die die Punkte eines Strahles zurücklegen, wenn man diesen um einen vollen Winkel von seiner Anfangslage abdreht. In welcher Zeit beschreibt der grosse, in welcher der kleine Zeiger einer Uhr einen vollen Winkel?

Man zeichne auf ein Blatt einen Strahl und falze es so, dass die Falzkante so weit als möglich mit dem Strahl zusammenfällt. Wie wird durch den freibleibenden Teil der Falzkante der volle Winkel, den der Strahl mit sich selber bildet, geteilt? Man nennt die Hälfte eines vollen Winkels einen gestreckten Winkel; wie liegen die Schenkel eines gestreckten Winkels zueinander? Was beschreiben die Punkte eines Strahles, der so lange um seinen Anfangspunkt gedreht wird, bis er mit seiner Anfangslage einen gestreckten Winkel bildet? (Zeichnung!) In welcher Zeit dreht sich der grosse, in welcher der kleine Zeiger einer Uhr um einen gestreckten Winkel?

Wie sind die Schenkel eines vollen, wie die eines gestreckten Winkels je in bezug aufeinander gerichtet?

Man zeichne auf ein Blatt einen gestreckten Winkel und schneide es längs der Schenkel ab. Dann falze man es so, dass die Falzkante durch den Scheitel des gestreckten Winkels geht und dass dessen Schenkel zusammenfallen; wie wird durch die Falzkante der gestreckte Winkel geteilt? Der Winkel, der die Hälfte eines gestreckten Winkels ist, heisst rechter Winkel. Von seinen Schenkeln sagt man, sie stehen rechtwinklig, senkrecht oder normal zueinander. Beschreibt um den Scheitel eines rechten Winkels einen Kreis; welcher Teil der ganzen Kreislinie (was für ein Kreisbogen) liegt zwischen seinen Schenkeln? In welcher Zeit legt der grosse, in welcher der kleine Zeiger einer Uhr einen rechten Winkel zurück? In wie viele

rechte Winkel lässt sich der volle Winkel teilen? Führt diese Teilung aus.

Zeichnet einen Winkel, der grösser als ein rechter, aber kleiner als ein gestreckter ist; man nennt einen solchen Winkel einen stumpfen Winkel. — Zeichnet einen Winkel, der kleiner als ein rechter ist, oder einen spitzen Winkel. — Zeichnet einen überstumpfen Winkel, d. i. ein Winkel, der grösser als ein gestreckter ist.

### Zusammenfassung und Ergänzung.

Dreht man einen Strahl in einer Ebene um seinen Anfangspunkt herum, so nimmt er fortwährend eine andere Richtung an. Jede Richtung ist bestimmt durch den Winkel, den der Strahl mit seiner Anfangslage oder Nullrichtung bildet. Dieser Winkel ist jeweilen der sovielte Teil der ganzen Umdrehung, als der Kreisbogen zwischen seinen Schenkeln der Teil der ganzen Kreislinie ist.

Man nennt nun den 360. Teil der vollen Umdrehung Winkelgrad und den 360. Teil der ganzen Kreislinie Bogengrad. Winkel- und Bogengrad (Zeichen:  $^{\circ}$ ) werden in je 60 Minuten ( $'$ ) und diese in je 60 Sekunden ( $''$ ) eingeteilt.

Aus der Entstehungsweise der Winkel geht hervor, dass ein Winkel gerade so viele Winkelgrade misst, als der Kreisbogen, der aus seinem Scheitel mit einem beliebigen Radius vom einen Schenkel zum andern gezogen wird, Bogengrade zählt. Darauf beruht das Instrument, mit dem man die Grösse der Winkel bestimmt, der Transporteur.

Man bezeichnet allgemein die Grösse eines Winkels durch einen kleinen griechischen Buchstaben,<sup>1)</sup> den man zwischen die Schenkel nahe an die Spitze hinsetzt, wie man allgemein die Grösse einer Strecke durch einen kleinen lateinischen Buchstaben andeutet; siehe Aufgabe 7 auf Seite 48. Will man einen Winkel bloss durch einen Namen von andern Winkeln unterscheiden, so setzt man je einen grossen lateinischen Buchstaben an den Scheitel und an einen beliebigen Punkt jedes Schenkels und schreibt und spricht die drei Buchstaben in der Reihenfolge, dass der Buchstabe am Scheitel stets seinen Platz zwischen den beiden andern Buchstaben hat.  $\sphericalangle ABC$  bezeichnet also den Winkel, dessen Spitze im Punkte B liegt und dessen Schenkel durch die Punkte A und C gehen. Ähnlich hebt man ja auch eine Strecke aus andern heraus, indem man ihre Endpunkte mit je einem grossen lateinischen Buchstaben bezeichnet; siehe Aufgabe 4 auf Seite 51.

### Aufgaben.

1. Man zeichne auf ein Blatt einen Winkel  $\alpha$  und auf ein anderes einen Winkel  $\beta$ . Hierauf schneide man die beiden Blätter längs der Winkelschenkel ab und lege die beiden Winkel so aufeinander, dass ihr Scheitel

---

<sup>1)</sup>  $\alpha$ , gelesen: alpha, = griechisches a  
 $\beta$ , " beta, = " b  
 $\gamma$ , " gamma, = " g  
 $\delta$ , " delta, = " d

- und zwei Schenkel zusammenfallen. Wie kommen die beiden andern Schenkel zueinander zu liegen? Welcher der beiden Winkel ist also der grössere?
2. Wie müssen sich zwei Winkel aufeinander legen lassen, wenn sie gleich gross sein sollen?
  3. Teilt einen gegebenen Winkel nach dem Augenmass in a) 2, b) 3, c) 4 gleiche Teile.
  4. Teilt nach dem Augenmass einen gegebenen Kreis in a) 2, b) 3, c) 4, d) 5 gleiche Bogen. Prüft nachher mit dem Zirkel die Genauigkeit der Teilung, indem ihr bedenkt, dass zu gleichen Bogen gleiche Sehnen gehören müssen.
  5. Wieviel Grade misst ein gestreckter, wieviel ein rechter Winkel?
  6. Was für Winkel bilden die drei in einer Zimmerecke zusammenschliessenden Kanten miteinander?
  7. Mit welchem Kommando befiehlt der Turnlehrer eine Drehung um  $90^\circ$  und mit welchem eine Drehung von  $180^\circ$ ?
  8. Wievielmals ist ein Winkel a) von  $60^\circ$ , b) von  $45^\circ$ , c) von  $30^\circ$ , d) von  $24^\circ$  in einem vollen Winkel enthalten?
  9. Wie viele Grade sind:  $\frac{1}{2}$  R,  $1\frac{1}{2}$  R,  $\frac{1}{3}$  R,  $\frac{2}{3}$  R,  $\frac{1}{4}$  R,  $\frac{3}{4}$  R,  $\frac{3}{5}$  R,  $\frac{5}{6}$  R? (R = rechter Winkel.)
  10. Zeichnet nur mit Aug und Hand einen Winkel von  $90^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $150^\circ$ ,  $225^\circ$  und kontrolliert nachher die Arbeit mit dem Transporteur.
  11. Zeichnet mit Hilfe des Transporteurs a) einen Winkel von  $125^\circ$ , b) einen Bogen von  $130^\circ$ .
  12. Wie heisst die Himmelsrichtung, welche der Nordrichtung entgegengesetzt ist? Welche Himmelsrichtungen bilden mit der Nordrichtung rechte Winkel?
  13. Wie gross sind die Winkel, welche die Nordost- und Nordwestrichtung, wie gross die Winkel, welche die Südost- und Südwestrichtung mit der Nordrichtung machen, wenn man a) links- und rechtsherum, b) nur rechtsherum zählt?
  14. Wieviel Grade legt der grosse Zeiger einer Uhr in einer Stunde, einer Minute, einer Sekunde zurück?
  15. Um wieviel Grade, resp. Minuten und Sekunden dreht sich der kleine Zeiger einer Uhr a) in einer Stunde, b) in einer Minute, c) in einer Sekunde?

---

Zeichnet auf ein Blatt einen Winkel und schneidet ihn aus. Falzt hierauf die Winkelfläche so, dass die Falzkante durch den Scheitel des Winkels geht und dass die Schenkel des Winkels zusammenfallen. Wie teilt die Falzkante den Winkel? Wie teilt sie den Bogen, der vom Scheitel des Winkels aus mit einem beliebigen Radius vom einen Schenkel zum andern beschrieben wird? Wie liegen nach dem Falzen diese Bogenteile zueinander?

Verbindet Anfangs- und Endpunkt des obigen Bogens durch eine Sehne. Wie teilt die Falzkante die Sehne und welche Winkel bildet sie mit ihr?

Zieht in obiger Zeichnung die zu den Bogenhälften gehörigen Sehnen; wie kommen diese durch das Falzen zueinander zu liegen?

Tragt von der Spitze eines Winkels aus auf dessen Schenkeln

dieselbe Strecke ab und verbindet die erhaltenen Punkte A und B durch eine Strecke. Halbiert hierauf den Winkel durch Falzen. Wie kommen durch das Falzen die Punkte A und B zueinander zu liegen? Wie teilt die Winkelhalbierende die Strecke AB und wie steht sie zu derselben? Verbindet die Punkte A und B mit einem beliebigen Punkt C der Winkelhalbierenden; was lässt sich von den erhaltenen Strecken AC und BC aussagen?

### Zusammenfassung und Ergänzung.

Bogen, die mit demselben Radius zwischen den Schenkeln gleicher Winkel beschrieben werden, sind kongruent, und umgekehrt gehören zu kongruenten Bogen gleiche Zentriwinkel, so genannt, weil ihr Scheitel im Zentrum des Kreisbogens liegt.

Zu kongruenten Bogen gehören gleiche Sehnen, und umgekehrt sind Bogen von demselben Radius, deren Sehnen gleich sind, kongruent.

Wenn man die eine Hälfte eines Winkels um dessen Halbierungslinie umklappt, so fallen zusammen: die Schenkel des Winkels, die Teilstücke eines und desselben Bogens und der zu diesem Bogen gehörigen Sehne, sowie die zu den Bogenhälften gehörigen Sehnen. Die nach dem Umklappen einander deckenden Gebilde heissen symmetrisch in bezug auf die Winkelhalbierende, und diese ist dann ihre Symmetrieachse.

Verbindet man zwei achsialsymmetrische Punkte durch eine Strecke, so steht diese senkrecht zur Symmetrieachse und wird von derselben halbiert. — Jeder Punkt der Symmetrieachse ist von je zwei symmetrischen Punkten gleichweit entfernt.

### Aufgaben.

1. Gegeben eine Gerade und ausserhalb derselben ein Punkt. Man konstruiere seinen symmetrischen Gegenpunkt.
2. Gegeben eine Gerade und ausserhalb derselben eine Strecke. Man konstruiere die Strecke, die achsialsymmetrisch zur gegebenen ist.
3. Man zeichne einen Winkel und halbiere ihn, ohne das Blatt zu falzen, mit Zirkel und Lineal.

Anleitung. Die Halbierende ist die Symmetrieachse. Ein Punkt derselben ist der Scheitel des Winkels. Einen zweiten Punkt derselben erhalten wir, wenn wir auf jedem Schenkel in demselben Abstand vom Scheitel einen Punkt annehmen und von den beiden Punkten aus mit derselben Zirkelöffnung je einen Bogen beschreiben. Der Schnittpunkt der zwei Bogen muss ein Punkt der Halbierenden sein; warum?

4. Konstruiert mit Zirkel und Lineal einen rechten Winkel.

Anleitung. Man halbiere nach der Anleitung der Aufgabe 3 einen gestreckten Winkel.

5. Man teile eine Kreislinie exakt a) in 4, b) in 8 gleiche Bogen.
6. Man konstruiere einen Winkel von a)  $45^\circ$ , b)  $22\frac{1}{2}^\circ$ , c)  $67\frac{1}{2}^\circ$ , d)  $135^\circ$ .
7. Gegeben zwei Winkel  $\alpha$  und  $\beta$ , wovon  $\alpha > \beta$ ; man konstruiere  $(\alpha + \beta)$  und  $(\alpha - \beta)$ .

Anleitung. Man lege zwischen die Schenkel der beiden Winkel Bogen von demselben Radius und addiere, resp. subtrahiere diese Bogen vermittelt der zugehörigen Sehnen.

8. Gegeben ein Winkel  $\gamma$ ; man konstruiere  $3\gamma$  und  $5/2\gamma$ .
9. Zieht vom Zentrum zweier konzentrischer Kreise unter einem beliebigen Winkel zwei Strahlen; was lässt sich von den Bogen aussagen, die von den beiden Strahlen auf den beiden Kreislinien eingeschlossen werden?
10. In einem Punkt P einer Geraden soll auf diese die Senkrechte (Normale) errichtet werden, und zwar a) auf mechanische Weise vermittelt des Zeichendreiecks, b) durch Konstruktion vermittelt Zirkel und Lineal.

Anleitung zu b). Der Punkt P teilt die Gerade in zwei Strahlen, die einen gestreckten Winkel miteinander bilden; man halbiere diesen.

11. Man konstruiere zu einer gegebenen Strecke AB die Mittelsenkrechte, d. i. die Gerade, welche durch die Mitte von AB geht und auf AB senkrecht steht.

Anleitung. Die Mittelsenkrechte ist die Symmetrieachse zu den Punkten A und B. Man konstruiere zwei Punkte derselben gestützt auf die Tatsache, dass irgendein Punkt der Symmetrieachse von zwei symmetrischen Punkten gleich weit entfernt ist, was durch Schlagen von Kreisbogen von A und B aus bewerkstelligt werden kann.

12. Von einem Punkt P ausserhalb einer Geraden auf diese die Senkrechte zu fällen, und zwar a) mechanisch mit dem Zeichendreieck, b) durch Konstruktion vermittelt Zirkel und Lineal.

Anleitung zu b). Man schlage von P aus einen Kreisbogen, der die Gerade in den beiden Punkten A und B schneidet und betrachte diese als symmetrische Punkte in bezug auf eine Gerade, die durch P geht.

Der Schnittpunkt der Senkrechten mit der gegebenen Geraden ist der Fusspunkt der Senkrechten und der Abschnitt der Senkrechten zwischen dem Fusspunkt und dem gegebenen Punkt ist der Abstand dieses Punktes von der gegebenen Geraden.

Man zeichne einen Winkel und verlängere den einen Schenkel über den Scheitelpunkt hinaus nach rückwärts. Dann bildet diese Verlängerung mit dem andern Schenkel auch einen Winkel, den man den Nebenwinkel des ursprünglichen Winkels nennt. Wie viele Grade messen ein Winkel und sein Nebenwinkel (kürzer gesagt: ein Paar Nebenwinkel) zusammen? Warum?

Von zwei Nebenwinkeln messe der eine a)  $75^\circ$ , b)  $90^\circ$ , c)  $113\frac{1}{2}^\circ$ ; wie gross ist der andere?

Wenn zwei Nebenwinkel gleich sind, wie gross ist dann jeder?

Wie lässt sich feststellen, ob der rechte Winkel des Zeichendreiecks wirklich ein rechter ist?

Man zeichne einen Winkel und verlängere dessen beide Schenkel nach rückwärts über den Scheitelpunkt hinaus; wie verhält sich der von den Verlängerungen gebildete „Scheitelwinkel“ zum gegebenen?

Wie viele Winkel entstehen im ganzen, wenn zwei Gerade einander schneiden, und zu wieviel Paaren von Nebenwinkeln und von Scheitelwinkeln lassen sie sich zu je zweien zusammenstellen?

Gegeben seien zwei einander schneidende Gerade  $g$  und  $g_1$ ; siehe Fig. 2. Man verschiebe  $g_1$  so in der Zeichenebene, dass ihr Punkt  $A$  auf  $g$  bleibt und sie selber um diesen Punkt keinerlei Drehung macht;  $g_2$  möge eine der neuen Lagen von  $g_1$  darstellen. Man sagt dann,  $g_1$  und  $g_2$  seien gleichlaufend oder parallel (Zeichen: //).

Die Winkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  heissen gleichliegende Winkel; wie verhalten sie sich punkto Grösse zueinander? Die Winkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_3$

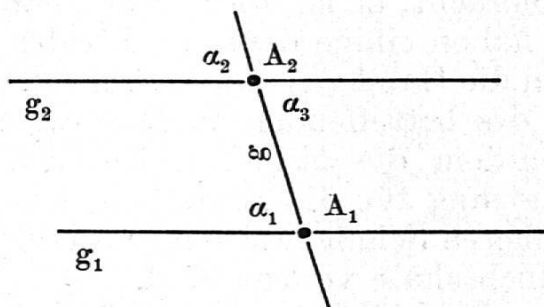


Fig. 2.

heissen innere Wechselwinkel; in welcher Grössenbeziehung stehen sie zueinander?

Nehmt rechtwinklig zu  $g_1$ ; was gibt dann das zwischen  $g_1$  und  $g_2$  fallende Stück von  $g$  an? Konstruiert weitere Abstände von  $g_1$  und  $g_2$ ; was lässt sich von ihnen feststellen? (Siehe Aufgabe 12 auf Seite 82.)

Zieht  $g_2$  nicht parallel zu  $g_1$  und konstruiert von einzelnen Punkten von  $g_2$  deren Abstand von  $g_1$ ; wie verhalten sich diese Abstände zueinander?

#### Zusammenfassung.

Zwei Nebenwinkel machen zusammen  $180^\circ$  aus. Scheitelwinkel sind gleich.

Werden parallele Gerade von einer dritten Geraden geschnitten, so sind die gleichliegenden Winkel gleich.

Parallele Gerade überall denselben Abstand voneinander.

Nichtparallele Gerade nähern sich einander nach der einen Richtung oder konvergieren und entfernen sich voneinander nach der andern Richtung oder divergieren.

#### Aufgaben.

1. Gegeben eine Gerade und ausserhalb derselben ein Punkt; man ziehe durch den gegebenen Punkt eine Parallele zu der gegebenen Geraden gestützt auf die Tatsache der Gleichheit gleichliegender Winkel, und zwar a) mechanisch mittelst Lineal und Zeichendreieck, b) konstruktiv mittelst Zirkel und Lineal.
2. Man löse obige Aufgabe gestützt auf die Tatsache, dass parallele Gerade überall denselben Abstand haben.
3. Zieht zu einer gegebenen Geraden im Abstand 2 cm eine Parallele.
4. Es sei zu zwei nicht parallelen Geraden, die auf dem Zeichenblatte nicht mehr zum Schnitt gebracht werden können, die Symmetrieachse zu konstruieren.