

Zeitschrift: Bildungsforschung und Bildungspraxis : schweizerische Zeitschrift für Erziehungswissenschaft = Éducation et recherche : revue suisse des sciences de l'éducation = Educazione e ricerca : rivista svizzera di scienze dell'educazione

Herausgeber: Schweizerische Gesellschaft für Bildungsforschung

Band: 5 (1983)

Heft: 3

Artikel: La résolution de problèmes dans l'apprentissage mathématique

Autor: Retschitzki, Jean / Perret, Jean-François

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-786486>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 18.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

La résolution de problèmes dans l'apprentissage mathématique.

Jean Retschitzki
Jean-François Perret

Quels problèmes pour quel enseignement de mathématique? Quel est le statut épistémologique et psychologique de la distinction couramment faite entre problèmes d'application et problèmes favorisant la découverte ou la construction de connaissances? Telles sont les principales questions qu'aborde cet article. Les processus en jeu dans l'activité de résolution sont complexes; les travaux récents en psychologie et en didactique des mathématiques en révèlent toute la richesse. Résoudre un problème fait, en particulier, intervenir aussi bien l'application de connaissances acquises que la découverte de nouvelles relations. C'est à la lumière de ces données récentes que les diverses modalités d'exploitation des problèmes dans le champ pédagogique sont finalement discutées.

La fonction réelle ou escomptée des problèmes (ou plus généralement de toute situation-problème) dans l'apprentissage de la mathématique fait actuellement l'objet de nombreuses interrogations pédagogiques. Rappelons brièvement les options pédagogiques qui sous-tendent à ce sujet le renouvellement de l'enseignement de la mathématique.

Traditionnellement, les problèmes avaient pour fonction tout à la fois d'amener les élèves à appliquer et à consolider les notions et techniques apprises et d'en vérifier le degré de maîtrise. Dans le cadre des nouveaux curriculums de mathématique élaborés pour l'école obligatoire, curriculums qui ont vu le jour à la fin des années soixante, le rôle attribué aux problèmes de mathématique se modifie. On en vient à voir, dans tout problème, une occasion pour les élèves de découvrir de nouvelles relations, de nouvelles structures et notions.

La fonction des problèmes posés en ces termes renvoie plus fondamentalement à la distinction entre deux visées pédagogiques, l'une centrée sur la capacité d'appliquer (mobiliser, actualiser) les connaissances acquises, l'autre centrée sur la découverte et la construction de nouvelles connaissances dans une situation-problème.

Dans les pages qui suivent, c'est cette distinction et l'examen de sa pertinence qui retiendront notre attention.

Nous prenons pour point de départ des observations récentes sur les capacités réelles des élèves à résoudre des problèmes. De nombreuses études visent à faire un bilan des acquisitions des élèves en mathématique. Dans leur conclusion, les difficultés des élèves de 10-15 ans à utiliser les connaissances acquises pour appréhender une situation-problème et à élaborer une démarche de résolution, sont très souvent soulignées (Audi-gier, 1979, Foxman, 1980). En particulier, les divers moyens heuristiques proposés aux élèves, telles que les représentations graphiques, sont difficilement utilisés par eux à bon escient.

En Suisse romande, ce que relèvent les enseignants, dans le cadre des enquêtes menées par l'IRDP (Perret, 1981), c'est le manque de méthode de travail chez un grand nombre d'élèves; dès que la résolution d'un problème suppose quelques étapes, une certaine planification de l'activité, les élèves butent; ils se lancent dans des tâtonnements et essais tous azimuts et, dans certains cas, perdent même de vue ce qu'ils cherchent. Ce qui frappe certains enseignants, c'est que chaque problème est abordé par l'élève comme quelque chose, semble-t-il, de tout nouveau, qui suscite à chaque fois les mêmes tâtonnements, jugés fastidieux et interminables. En valorisant, avec le nouvel enseignement, l'attitude de recherche chez les élèves, on s'attendait à ce qu'ils soient mieux outillés qu'ils ne semblent l'être pour appréhender une situation nouvelle.

Une interprétation, souvent avancée, repose sur la critique des tâches par trop pré-structurées proposées aux élèves dans les premières années scolaires, tâches qui les prépare-

raient insuffisamment à «gérer» leurs connaissances dans une situation plus ouverte. Notons que cette critique, sans doute nécessaire, n'épuise vraisemblablement pas toute la question. Nous tenterons d'aller au-delà de telles interprétations strictement didactiques pour réexaminer ici, plus fondamentalement, les concepts même *d'application* et de *construction* de connaissances, tel qu'on en fait usage en pédagogie.

Notons au préalable que ce réexamen n'est pas sans embûche; les processus cognitifs différents que requièrent ces concepts se trouvent connotés à des approches pédagogiques présentées souvent de manière antagoniste. C'est ainsi que la préoccupation de voir les élèves capables de recourir, à bon escient, aux connaissances acquises dans une situation-problème bien définie relève pour certains de velléités rétrogrades qui tendent à remettre en cause le primat accordé actuellement aux activités de recherche et de découverte. Ce débat pourrait paraître très technique si cette opposition ne se greffait sur des options idéologiques relatives aux finalités de l'enseignement de la mathématique, finalités dont les expressions «former des techniciens bien outillés» ou «former des ingénieurs capables d'invention» situent bien par métaphore le principal enjeu. Posé à ce niveau, le débat pédagogique n'a pas vraiment d'issue.

Pour tenter de sortir de cette impasse, notre intention est, dans un premier temps, de réexaminer, sur les plans psychologique et épistémologique, les processus d'application et de découverte en jeu dans la résolution de problèmes, et de revenir aux questions proprement pédagogiques dans un deuxième temps. Ce «détour» par la psychologie ne signifiera pas que la solution d'une question pédagogique est systématiquement à rechercher en psychologie. C'est l'interdépendance entre champs d'études différents que nous souhaitons mettre en évidence. En ce qui concerne la résolution de problèmes, on est en effet en présence de divers plans de réflexions et d'investigations (pédagogique, psychologique, épistémologique). Lorsqu'un domaine se développe, comme c'est le cas actuellement de la psychologie cognitive, cela ne peut aller sans conséquences pour les autres plans, conséquences qu'il s'agit d'analyser. C'est dans cette perspective que nous nous situons, perspective qui ne peut être assimilée au projet d'appliquer les connaissances d'un domaine à l'autre.

1. Perspectives psychologique et épistémologique

La résolution de problèmes a occupé une place de choix dans l'histoire de la psychologie scientifique et chaque école en a donné une interprétation. Depuis les recherches du groupe de Wurzburg, utilisant la méthode d'introspection, et qui permirent de mettre en évidence, au début du siècle, l'existence d'une pensée sans image, jusqu'aux travaux récents des auteurs se réclamant de modèles de type «information processing», en passant par les psychologues de la Gestalt ou ceux se réclamant de la psychologie génétique, tous les travaux concernant la pensée ou l'intelligence ont, de près ou de loin, contribué à une meilleure connaissance de cette activité complexe que constitue la résolution d'un problème.

La plupart des travaux sont compatibles avec une définition générale de la notion de problème incluant trois éléments principaux:

- 1. une situation initiale
- 2. un but ou situation finale désirée
- 3. l'absence d'une séquence d'actions déjà connue permettant de passer de la situation initiale au but.

Toutefois, dans la littérature psychologique, la résolution de problèmes est appréhendée très différemment selon les positions épistémologiques adoptées; en particulier, le degré d'extériorité attribué aux problèmes ou, autrement dit, le rapport sujet-problème reconnu, est une dimension essentielle dont il n'est pas inutile ici de rappeler les grands pôles.

A un extrême, le problème se présenterait au sujet comme problème en soi, par ses caractéristiques intrinsèques; à l'autre extrême, il n'y aurait de problème que dans la tête du sujet. Développons quelque peu ce point.

1.1. Le problème comme une entité en soi

La majorité des travaux classiques sur la résolution de problèmes peut être caractérisée de fonctionnaliste, en ce sens qu'elle présente les divers problèmes proposés aux sujets comme des entités en soi. Confronté à un problème, on se demande comment le sujet va mobiliser ses savoirs et savoir-faire, son bagage intellectuel, pour atteindre le but recherché.

Cette approche postule que l'appréhension du problème par le sujet est identique à celle du psychologue-expérimentateur; autrement dit, on suppose chez le sujet une compréhension immédiate du problème présenté. L'activité déployée par le sujet ne présente d'intérêt qu'en tant que recherche d'une solution. Ce sont alors surtout les facteurs dont dépend cette recherche de solutions qui retiennent l'attention des chercheurs. De nombreuses recherches, conduites dès les années 30, cernent, par exemple, les processus de fixité ou de disponibilité fonctionnelle (on entend par là le fait qu'un objet de la situation-problème, associé dans l'esprit du sujet à une fonction spécifique, puisse ou non remplir une autre fonction lorsque la solution du problème en dépend). Les questions d'habitudes et d'attitudes avec lesquelles un problème est abordé par un sujet font également l'objet de nombreuses expériences. Le postulat d'une perception commune entre expérimentateur et sujet est, en fait, directement lié au type de problèmes généralement étudiés, problèmes pratiques pour lesquels le but à atteindre est aisément communicable et identifiable. Le but à atteindre «s'imposant», les problèmes prennent dès lors réalité, deviennent des objets en soi. Ils font partie de l'environnement.

Par problème on désigne alors un type de tâches, une classe de situations qui a ses caractéristiques intrinsèques. Dans cette perspective, un problème est un donné, auquel les individus se confrontent avec succès ou non; que certains le résolvent immédiatement, «sans problème», ou que d'autres rencontrent des difficultés insurmontables, ne change en rien la dénomination de problème.

1.2. Le problème en tant que problème du sujet

Les travaux piagétiens dans les domaines de l'épistémologie et de la psychologie génétique ont largement contribué à modifier la perception du rapport sujet-problème. La centration des recherches genevoises sur les instruments cognitifs que le sujet est amené à construire progressivement pour aborder les problèmes qu'il se pose ou qu'il rencontre fait perdre tout sens à l'idée de problème en soi. Comme l'a bien montré Greco (1963) dans une perspective interactionniste, on ne peut que parler de problème pour un sujet donné à un moment précis de son développement intellectuel.

Dans cette approche, l'activité cognitive du sujet est plus large que celle d'un «solutionneur de problèmes». Dans sa dimension diachronique, elle s'apparente plutôt à

la pratique du chercheur scientifique, pratique nécessairement aussi bien théorique (élaboration de cadres conceptuels) qu'empirique (confrontation des idées avec les faits). C'est bien l'hypothèse de base qui sous-tend l'épistémologie piagétienne: entre l'activité cognitive de l'enfant et celle du chercheur scientifique, il n'y a pas de différence de nature, mais continuité fonctionnelle. De même que la connaissance scientifique progresse par un va-et-vient dialectique entre théories, questions provisoires, et investigations empiriques, la dynamique du développement des connaissances chez un sujet résiderait dans un va-et-vient entre un champ de questions en élargissement constant, et des instruments cognitifs, eux aussi de plus en plus élaborés et différenciés.

On comprend dans cette perspective l'intérêt porté, en pédagogie des sciences, aux situations-problèmes ouvertes (Henriques & Coll, 1976) en privilégiant les questions et problèmes que l'enfant se pose lui-même, plus que ceux susceptibles de lui être posés (Bain & Retschitzki, 1976).

2. Tendances récentes en psychologie cognitive

2.1. Le sujet comme système de traitement de l'information

Depuis une vingtaine d'année, grâce à l'apparition de l'informatique et en étroite connexion avec son évolution, les travaux dans le domaine de la résolution de problèmes ont connu un regain important, permettant de dépasser le caractère descriptif de nombreux travaux anciens. Un ouvrage paru, il y a près de dix ans, a fait le point sur la première partie de ces recherches (Newell & Simon, 1972). La résolution de problèmes est choisie en tant que représentant typique d'une activité intelligente. Les modèles sont fondés sur l'hypothèse que les humains se comportent comme un système de traitement de l'information (cf. fig. 1).

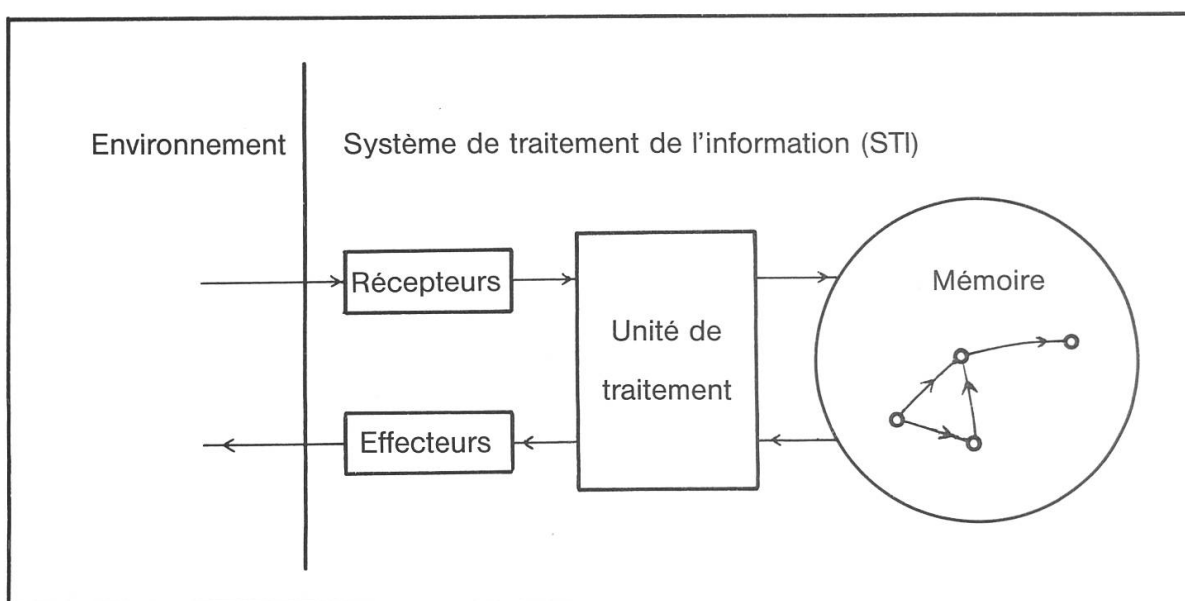


Figure 1 Structure générale d'un système de traitement de l'information (STI). D'après Newell & Simon (1972).

Une méthodologie originale ayant recours aux techniques expérimentales traditionnelles, aussi bien qu'à l'analyse de protocoles à l'aide des modèles de simulation sur ordinateur, a permis d'élaborer un corps de connaissances déjà abondant et en rapide progression.

La théorie exposée par Newell & Simon (1972) décrit le comportement de résolution de problèmes comme une interaction entre un sujet considéré comme un «système de traitement de l'information» et une «situation problème» (task environment): cette dernière représente la tâche du point de vue de l'expérimentateur. En abordant la tâche, le sujet se forme une représentation du problème qui lui est propre, appelée «espace de problème» (problem space). La structure de la situation détermine les structures possibles de l'espace de problème; la structure de l'espace de problème détermine à son tour les programmes (stratégies) possibles pour résoudre le problème. A chaque fois, plusieurs possibilités existent donc, la détermination n'est que partielle et l'activité de résolution demeure complexe, nécessitant une coordination, des choix, des décisions, etc.

Parmi les caractéristiques du système de traitement de l'information qui conditionnent les comportements de résolution, on peut noter le fait qu'il dispose d'une mémoire à court terme de faible capacité, mais a accès à une mémoire à long terme pratiquement illimitée. En ce qui concerne l'organisation de la mémoire, au lieu de la conception classique d'une mémoire associative, les modèles cognitivistes postulent qu'elle possède une structure de liste. La métaphore d'une encyclopédie avec un index permettant un accès rapide est souvent employée pour en donner une idée intuitive.

A partir d'un petit nombre de processus élémentaires de traitement de l'information (comparaison entre une situation et le but de l'activité, comparaison entre les résultats de plusieurs opérateurs envisagés, annulation d'un état non satisfaisant pour retrouver l'état précédent, pour ne retenir que quelques exemples), processus organisés en stratégies ou programmes, un système de traitement de l'information peut résoudre un grand nombre de problèmes d'une manière qui ressemble de près au comportement de sujets humains auxquels la même situation est soumise. De nombreux travaux ont montré que ces processus élémentaires étaient suffisants pour rendre compte des conduites observées.

Il est intéressant de noter que ces travaux centrés d'abord sur le fonctionnement (stratégies, processus) aboutissent également à revaloriser les connaissances. En effet, en raison des limites de capacité de la mémoire à court terme, le système de traitement de l'information doit avoir recours à la mémoire à long terme. L'organisation de cette dernière devient alors essentielle, d'autant plus lorsqu'elle comporte un grand nombre d'informations. Ces auteurs ont estimé qu'un expert dans un domaine, tel un grand maître d'échecs par exemple, connaît environ 50 000 concepts ou faits relatifs à sa spécialité. L'accès à cette source d'information pour rendre possible l'utilisation de ces connaissances est une condition du fonctionnement efficace d'un tel système de traitement d'information.

A travers une revue de la littérature psychologique concernant la résolution de problèmes, Greeno (1978) relève que, malgré les apports incontestables des analyses détaillées des comportements, rendues possibles par la méthodologie de type cognitiviste, notamment dans le dépassement des vagues descriptions qui caractérisaient les travaux plus anciens dans le domaine, on manque encore d'un corps théorique suffisamment solide et général. Pour ce qui est des aptitudes utiles à un sujet

confronté à un problème, Greeno suggère que les capacités de compréhension, de planification et de composition sont les plus importantes pour permettre de générer les concepts et procédures nécessaires pour faire face à une situation problème nouvelle pour le sujet. Selon le type de problème, telle ou telle capacité sera prédominante. Greeno passe en revue les différentes catégories et évalue les différents travaux expérimentaux et de simulation des comportements. Le point qui est le plus mal connu à ce jour concerne la compréhension du problème, c'est-à-dire l'activité qui se déroule entre la présentation du problème et le début du processus de solution observable.

2.2. Approches cognitivistes et psychogénétiques: Convergences

Les travaux qui appréhendent ainsi le sujet comme un système de traitement de l'information visent, en premier lieu, à rendre compte des procédures de résolution adoptées par un sujet confronté à un problème. Plus généralement, il s'agit de décrire comment les actions d'un organisme sont contrôlées par sa représentation interne de son univers.

Dans un article récent, Cellérier (1979) indique en quoi une telle perspective, dite cognitiviste, se distingue de l'approche constructiviste piagétienne centrée quant à elle sur «l'étude de la génération des modèles internes de l'univers par les organismes» (p. 90). Mais cet auteur s'attache également à montrer la complémentarité de ces deux approches: «si l'épistémologie génétique, et à sa suite la psychologie génétique, se préoccupent essentiellement de l'acquisition des connaissances, tandis que le cognitivisme actuel se préoccupe de leur application, les deux «sujets» de ces théories, le sujet épistémique et son correspondant pragmatique, et leurs deux échelles temporelles, macro et microgénétiques, fusionnent dans le sujet psychologique individuel» (p. 91).

L'évolution actuelle des problématiques de recherches va d'ailleurs dans le sens d'une intégration des préoccupations, initialement propre à chacun des courants, et confirme ainsi, de fait, leur nature complémentaire. En effet, d'abord consacrés essentiellement au fonctionnement du sujet confronté à une situation donnée, les travaux cognitivistes se sont récemment orientés vers la prise en compte de la dimension diachronique, c'est-à-dire l'évolution dans le temps des systèmes de traitement et des modèles internes. Notons d'ailleurs que la relation entre l'apprentissage et la résolution de problèmes peut être envisagée dans une double perspective; d'une part, on peut se demander dans quelle mesure un apprentissage donné est susceptible de modifier une procédure de résolution de problèmes, témoignant d'une nouvelle compréhension du problème; d'autre part, on peut s'interroger sur le type d'acquisition résultant de la pratique de résolution de problèmes, notamment le transfert d'un problème à un autre.

D'un autre côté, il est à relever qu'un ensemble de recherches psychologiques conduites dans une perspective piagétienne sont orientées, depuis quelques années, vers l'analyse des procédures de résolution, d'invention et de découverte, ce qui nécessite une large prise en compte des aspects fonctionnels des conduites des sujets. «Nos recherches actuelles se distinguent de celles qui ont permis de préciser les grandes lois structurales et fonctionnelles du développement cognitif, en ce sens que celles-ci visaient les mécanismes de *compréhension* du réel et pour ce faire de la *construction* de structures générales, tandis que maintenant le moment est venu de

nous intéresser davantage aux processus d'*invention* ou de *découverte* du sujet dans sa recherche d'une solution à des problèmes particuliers bien différenciés» (Inhelder, 1976, p. 59).

Dans la résolution de problèmes, c'est la question des connaissances en fonctionnement qui est ainsi soulevée. L'utilisation du connu, c'est-à-dire des connaissances acquises, dans une situation particulière nouvelle, apparaît, dès lors, comme un processus extrêmement complexe qui n'a rien d'immédiat, «c'est une activité qui se déroule dans le temps, et en une suite d'approximations convergeant sur *l'équilibre entre assimilation et accommodation* propre à la réussite pratique ou intellectuelle» (Cellérier 1979, p. 92). L'étude des connaissances en fonctionnement révèle ainsi l'intrication étroite chez le sujet, entre, d'une part, les processus d'utilisation du connu et, d'autre part, les processus d'invention et de découverte.

En conclusion de cette brève revue des courants de recherches sur la résolution de problèmes, nous soulignerons les convergences marquées qui apparaissent dans les travaux actuels. L'existence de traditions de recherches historiquement et épistémologiquement disjointes, au sein desquelles la résolution de problèmes a été appréhendée sous des angles différents (en fonction notamment du statut épistémologique accordé au problème lui-même, comme nous l'avons relevé dans les points 1.1. et 1.2.), a pu favoriser la schématisation qui consiste à opposer les processus d'application des connaissances en situation (approche strictement fonctionnelle) aux processus de découverte et de construction des connaissances (approche psychogénétique).

Mais l'évolution récente des travaux révèle, sur le plan psychologique, le caractère largement historique, sinon arbitraire, d'une telle opposition.

3. Apport de travaux psychopédagogiques récents

L'élève étant un sujet confronté quotidiennement à des tâches et problèmes le plus souvent proposés par l'enseignant, on comprend l'intérêt qui est porté dans le champ psychopédagogique à l'analyse du fonctionnement de l'élève confronté à un problème. Mais ce qui distingue les recherches psychopédagogiques des recherches fondamentales ne réside pas tant dans leur «objet», qui est largement commun, que dans leurs enjeux différents; en psychopédagogie, l'analyse des conduites de l'élève n'est pas une fin en soi, mais vise à orienter adéquatement l'intervention pédagogique. Des travaux dans le domaine de la psychopédagogie des mathématiques abordent ces questions et il convient de les examiner ici.

Conscient de l'insuffisance des théories psychologiques générales pour résoudre les problèmes posés par l'enseignement des mathématiques, Vergnaud a entrepris une série de travaux reposant d'une part sur une bonne connaissance des notions sur lesquelles porte l'enseignement, mais également sur la prise en compte des difficultés rencontrées par les élèves pour maîtriser ces notions. Cela le conduit à analyser, non seulement les notions elles-mêmes, mais les tâches proposées aux élèves, ainsi que les types de réactions des élèves. Ce dernier aspect est central dans les travaux de cet auteur dans la mesure où il s'agit non seulement de décrire les réussites ou les échecs, mais de rendre compte des démarches, ou plus précisément des procédures qui aboutissent soit à la réussite, soit à l'échec. Il y a là plus qu'une nuance, car certaines procédures menant à un échec pour une situation donnée peuvent se révéler prometteuses quant à l'évolution ultérieure des conduites, alors que certaines réussites ne témoignent que de démarches

non transférables. Un autre aspect de la perspective ouverte par les travaux de Vergnaud réside dans l'analyse des représentations sur laquelle ils débouchent. En ce sens, les travaux de Vergnaud sont très proches des travaux cognitivistes mentionnés ci-dessus.

Un ensemble de travaux consacrés aussi bien aux structures additives qu'aux structures multiplicatives ont montré que, même pour des problèmes élémentaires (puisque solubles au moyen d'une seule opération), les différents sujets avaient recours à des procédures diverses (Vergnaud, 1976, 1978). L'interprétation des résultats s'est révélée plus délicate que prévue, si bien que de nouvelles recherches sont nécessaires pour expliciter l'influence de différents facteurs susceptibles de déterminer le type et la qualité de la réponse. Brun et Conne (1979) rendent compte de tels travaux et soulignent combien il est nécessaire de prendre en compte les aspects de contenu dès lors qu'on entreprend une démarche pédagogique, alors que les travaux théoriques avaient tendance à en faire abstraction. Une telle réinsertion a d'ailleurs comme conséquence de poser à son tour des questions pleines d'intérêt sur le plan théorique. On a vu plus haut que les modèles cognitivistes récents allaient également dans ce sens.

Parmi les travaux directement inspirés du courant cognitiviste, on se doit de mentionner en premier lieu la recherche de Paige et Simon (1966) sur les processus en jeu dans la résolution de problèmes d'algèbre. Bobrow (1968) avait mis au point un programme pouvant traduire un énoncé de problème en équation (et résoudre le problème). Paige et Simon ont confronté des données empiriques aux principes de ce modèle; ils se sont notamment demandés dans quelle mesure des sujets confrontés à de tels problèmes auraient recours à des processus de traduction directe de l'énoncé ou, au contraire, feraient intervenir des indices auxiliaires et des représentations internes de la situation physique. Dans ce but, ils ont eu recours à un ensemble de problèmes comprenant des situations physiquement impossibles. Ils ont ainsi pu classer les étudiants en deux groupes, selon leur approche «physique» ou «verbale» du problème. Les sujets du groupe «verbal» ne détectent jamais les contradictions de l'énoncé et produisent, dans tous les cas, des équations qui sont la transposition directe de l'énoncé du problème. Les diagrammes produits par les sujets ont également été examinés: les auteurs ont relevé notamment si les sujets représentent les relations physiques qui ne sont qu'implicites dans l'énoncé du problème (invariance de certaines quantités, par exemple). Le type de diagramme produit est fortement corrélé avec le type d'équation auquel le sujet parvient. Ayant collaboré avec l'un des groupes de pointe dans la recherche en intelligence artificielle, après avoir travaillé avec Piaget, Papert préconise l'utilisation de l'ordinateur pour l'enseignement d'une manière très originale. Il soutient l'idée que, puisque les enfants sont capables d'apprendre leur langue maternelle sans enseignement formel, par la simple évolution dans un environnement favorable, il convient de créer un milieu destiné à favoriser l'apprentissage mathématique; la dissémination informatique à laquelle nous assistons crée les conditions d'une telle mathématisation de la vie quotidienne (Papert, 1980). Dans le cadre du projet LOGO que dirige Papert au MIT, un langage simplifié a été créé pour permettre l'accès des enfants à la machine. Un bref apprentissage de cette «géométrie tortue» leur permet de programmer l'ordinateur pour produire toute une variété de figures sur l'écran du terminal.

Ces activités, au demeurant fort attrayantes pour les enfants, ne constituent rien d'autre que des résolutions de problèmes dont les enfants eux-mêmes choisissent le but à atteindre. Il peut s'agir, par exemple, de reproduire le dessin d'un bonhomme, à partir des seules commandes élémentaires concernant la direction et la distance. Dès que la sé-

quence d'instructions a été construite, les enfants peuvent se rendre compte du résultat et corriger les éventuelles erreurs. Cette coordination des moyens mis en oeuvre pour atteindre l'objectif fixé est certainement une source très riche de réelle activité intellectuelle. A travers elle, «l'enfant acquiert la maîtrise de l'un des éléments de la technologie la plus moderne et la plus puissante, tout en établissant un contact intime avec certaines des notions les plus profondes de la science, des mathématiques et de l'art de bâtir des modèles intellectuels» (Papert, 1981, p. 16).

On peut ajouter que ce type de situation d'apprentissage permet également des observations très riches concernant les conduites de l'enfant confronté à un problème, comme en témoigne l'ouvrage de Papert. En ce sens, ce travail participe de la même démarche que les travaux analysant les démarches de l'élève mentionnés ci-dessus.

4. Perspectives pédagogiques

Si dans la terminologie pédagogique le terme «problème» fait souvent référence à une notion bien délimitée et relativement étroite, en psychologie la résolution de problèmes englobe au contraire une grande variété de conduites, au point que pour certains son étude se confond pratiquement avec celle de l'intelligence. Selon les conceptions récentes, cette activité fait intervenir tout à la fois les connaissances antérieures du sujet, sa mémoire (avec toute l'organisation sémantique que cela suppose), ainsi que ses capacités de réflexion et d'invention. On voit l'intérêt qu'une activité aussi riche peut présenter dans un but pédagogique.

Parmi les caractéristiques d'une bonne situation-problème, on peut mentionner *la clarté du but à atteindre* (il convient que l'élève soit capable de savoir ce qu'il est censé chercher et cela devrait être possible même dans le cas des problèmes «ouverts»), *la possibilité d'un contrôle* de la progression vers le but à atteindre (permettant une auto-évaluation de la démarche suivie) et le fait qu'il s'agisse d'une *situation suffisamment complexe* pour donner lieu à une articulation de plusieurs sous-procédures ou opérations élémentaires, nécessitant une planification (même modeste) et n'excluant pas les tâtonnements ou les erreurs.

Mais il est clair que toutes les situations-problèmes ne font pas appel de la même façon aux divers processus psychologiques susceptibles d'entrer en jeu.

Certaines situations conduisent à mettre surtout l'accent sur la phase d'élaboration de la représentation adéquate du problème. Cela peut être le cas notamment lorsque les données sont communiquées sous forme verbale, nécessitant un recodage dans un autre mode de représentation. D'autres situations au contraire requièrent avant tout l'usage extensif des connaissances préalables et leur articulation avec un contexte nouveau. Enfin il y a des situations-problèmes qui nécessitent une réelle invention de moyens nouveaux pour parvenir à la solution. Dans ce dernier cas c'est la méthode de recherche adoptée, plus ou moins systématique, plus ou moins exhaustive, etc. qui détermine l'issue de l'activité.

Du fait de cette diversité, la valorisation d'un seul type de situation-problème par souci de rigueur ou de cohérence pédagogique ne peut à notre avis que conduire à un appauvrissement des situations d'apprentissage susceptibles d'être proposées aux élèves. Au contraire l'enseignant pourra exploiter cette diversité des situations en tenant compte de la phase d'apprentissage dans laquelle se trouvent ses élèves.

A cette variabilité des situations, il faut ajouter celle des sujets en fonction de leur niveau de développement ou du type de contexte scolaire dans lequel ils se trouvent. Selon qu'on envisage la situation de l'école élémentaire, où l'on s'adresse à l'ensemble de la

population scolaire à qui il convient de fournir les instruments généraux lui permettant ensuite d'acquérir des connaissances plus spécifiques, ou que l'on considère une formation professionnelle donnée (qu'il s'agisse d'apprentis, de techniciens, d'étudiants ou d'ingénieurs), les caractéristiques des problèmes auxquels on aura recours peuvent évidemment différer.

Peut-on apprendre à résoudre un problème? Quel type d'intervention pédagogique favorise cet apprentissage? Parler d'une pédagogie de la résolution de problèmes a-t-il un sens? Avant d'aborder ces questions proprement pédagogiques, il est utile de préciser ce que l'on entend par méthodes de résolution.

Une première caractéristique de celles-ci porte sur leur degré de généralité. Une méthode peut être spécifique à un type de situations bien définies; elle sera alors appliquée efficacement dans ces situations, mais laissera le sujet désarmé devant un problème d'un autre type. Le cas limite d'une méthode spécifique prend la forme d'un mode d'emploi rigide à suivre fidèlement dans les situations appropriées. Ce sont évidemment les méthodes plus générales (plus puissantes) applicables dans des situations différentes qui ont retenu l'attention aussi bien des psychologues que des pédagogues. On peut, en outre, distinguer les méthodes qui visent en premier lieu à assurer une bonne appréhension du problème, des méthodes de résolution proprement dites.

C'est dans la première perspective que Polya (1957), par exemple, propose une liste de questions à se poser pour approcher et résoudre un problème. La plupart de ces questions remplissent la fonction de «structurants préalables» (en anglais "advanced organizers") au sens de Ausubel et Robinson (1969). Quant aux méthodes de résolution, contentons-nous ici de signaler qu'elles font souvent intervenir la connaissance que le sujet a de la situation, à un moment donné de la recherche, pour évaluer la distance qui le sépare encore du but à atteindre. C'est sur la base de cette analyse de la distance au but que fonctionne par exemple le programme du «general problem solver» (Ernst & Newell, 1969). Notons que cette réduction de la distance peut être obtenue, soit en assurant une progression continue vers le but, soit de manière régressive en remontant, à partir du but supposé atteint, les différentes étapes qui permettront d'y parvenir.

D'autres auteurs mettent l'accent sur la reconnaissance de «patterns» déjà rencontrés (configurations de conditions) auxquels sont associées des réponses types. C'est ainsi que Simon (1980) préconise, pour la formation professionnelle dans le cadre de l'enseignement supérieur, la transmission de connaissances utilisables immédiatement, c'est-à-dire stockées sous la forme de «productions» («Si les conditions C1, C2, . . . sont remplies, alors il faut appliquer telle procédure, exécuter les actions A1, A2 . . .»), plutôt que la transmission de connaissances déclaratives sous forme propositionnelle.

Revenons à notre interrogation sur la signification d'une pédagogie de la résolution de problèmes. L'identification de procédés généraux de résolution, malgré l'intérêt qu'elle présente, laisse entière la question de leur adaptation (accommodation) aux caractéristiques d'une situation particulière. L'utilisation adéquate et intelligente de ces procédés est en effet susceptible de rencontrer les mêmes difficultés que pose toute application de connaissances générales.

Par conséquent, dans une visée pédagogique, on ne préconisera pas un enseignement systématique des différentes méthodes de résolution mais on favorisera leur mise en oeuvre en situation. Notons à ce propos que l'étude des conditions pédagogiques dans lesquelles un élève en vient à mobiliser telle ou telle démarche reste en psychologie pédagogique un domaine de recherche encore largement à explorer.

Le but d'une pédagogie de la résolution de problèmes, si cette expression a un sens,

pourrait alors consister à stimuler, chez l'élève confronté à un problème nouveau, une mise en relation *réfléchie* de la situation particulière avec d'autres problèmes rencontrés antérieurement, avec ses connaissances acquises dans le domaine, de même qu'avec des procédés généraux de résolution à disposition.

Savoir, en particulier, reconnaître dans une situation ce qui relève des connaissances acquises ou d'une recherche de moyens nouveaux ne peut certainement s'apprendre qu'en multipliant les occasions de confrontation avec des problèmes. Jouer sur la diversité de ceux-ci devrait être de nature à favoriser la réflexion consciente de l'élève sur ses propres démarches de résolution.

On peut voir ainsi un double objectif à l'utilisation de problèmes en pédagogie: acquérir des connaissances dans un domaine (mettre en évidence, par exemple, de nouvelles propriétés mathématiques), mais aussi apprendre quelque chose concernant la meilleure manière d'aborder et de résoudre un problème quel qu'il soit. Cet aspect «d'abstraction réfléchissante» de l'activité de résolution nous paraît fondamental et ne saurait être négligé dans une perspective d'apprentissage. Les pratiques pédagogiques quotidiennes susceptibles de favoriser la réflexion de l'élève sur ses propres démarches mériteraient de faire l'objet d'investigations systématiques.

Problem solving in mathematics instruction

What problems for mathematics teaching? What is the meaning of the usual distinction between problems oriented toward an application or toward discovery or knowledge construction, from a psychological and an epistemologic viewpoint? These are the main issues addressed in this paper.

Recent studies in psychology or mathematics instruction show how complex the processes underlying problem solving are. Based on these recent data the authors discuss how to use problems efficiently in the classroom.

Problemlösen im Mathematikunterricht

Welche Art von Problemen sollen im Mathematikunterricht gestellt werden? Welchen Sinn hat die übliche Unterscheidung zwischen Anwendungsproblemen und Problemen, welche das Entdecken oder den Aufbau von Wissensstrukturen beinhalten, vom psychologischen oder epistemologischen Gesichtspunkt her? Das sind die zentralen Fragen, welche dieser Artikel aufwirft. Neuere Untersuchungen der Psychologie oder zum Mathematikunterricht zeigen, wie komplex die Prozesse sind, welche dem Problemlösen zugrunde liegen. Im Hinblick auf diese neueren Ergebnisse diskutieren die Autoren die Frage, wie Probleme im Klassenunterricht effizient eingesetzt werden könnten.

BIBLIOGRAPHIE

- Audigier, M.N.*: Enquête sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. Vol I: Comportement des élèves, INRP, Paris, 1979.
- Ausubel, D.P., & Robinson, F.G.*: School learning: An introduction to educational psychology, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1969.
- Bain, D., & Retschitzki, J.*: De la psychologie générale à la pratique pédagogique. La didactique expérimentale et ses problèmes: les leçons d'une expérience, *Rapport du 1^{er} Congrès de la SSRE*, Zürich, 1976, 30-51.
- Bobrow, D.*: Natural language input for a computer problem-solving system, in M. Minsky (Ed.), *Semantic information processing*, MIT Press, Cambridge, Mass, 1968.
- Brun, J., & Conne, F.*: Approches en psychopédagogie des mathématiques, Université de Genève, Cahiers de la Section des Sciences de l'Éducation, No 12, 1979.
- Cellérier, G.*: Structures cognitives et schèmes d'actions I, *Archives de Psychologie*, 1979, 47 (180), 87-106.
- Ernst, G.W., & Newell, A.*: GPS: A case study in generality and problem solving, Academic Press, New York, 1969.
- Foxmann, D.D.*: Mathematical development. Primary survey report No 1. HMSO, London, 1980.
- Greco, P.*: Apprentissage et structures intellectuelles, in P. Fraisse & J. Piaget (Eds), *Traité de psychologie expérimentale*, tome VII, PUF, Paris, 1963.
- Greeno, J.G.*: Natures of problem-solving abilities, in W. K. Estes (Ed.), *Handbook of learning and cognitive processes*, vol. 5, L. Erlbaum Ass., Hillsdale, N.J., 1978.
- Henriques, A., & Coll, C.*: Apprendre à dialoguer avec les objets ou l'enseignement des sciences à l'école primaire, in enseignement et vie sociale, Université de Genève, Cahiers de la section des sciences de l'éducation, No 2, 1976.
- Inhelder, B.*: De l'approche structurale à l'approche procédurale: Introduction à l'étude des stratégies, Actes du 21^{ème} congrès international de Psychologie, Paris, 1976, 99-118.
- Newell, A., & Simon, H.A.*: Human Problem Solving, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1972.
- Paige, J.M., & Simon, H.A.*: Cognitive processes in solving algebra word problems, in B. Kleinmuntz (Ed.), *Problem solving*, Wiley, New York, 1966.
- Papert, S.*: The goal is to create a new sort of environment, communication au Congrès de l'AERA, Boston, avril 1980.
- Papert, S.*: Jaillissement de l'esprit. Ordinateurs et apprentissage, Flammakrion, Paris, 1981.
- Perret, J.F.*: Recueil d'opinions sur les moyens d'enseignement des mathématiques: 5^{ème} année, IRDP, Neuchâtel, 1981, rapport No IRDP/R 81. 1026.
- Polya, G.*: How to solve it, Doubleday & Co., Garden City, N.Y., 1957.
- Simon, H.A.*: Problem solving and education, in D.T. Tuma, & Reif (Eds), *Problem solving and education: Issues in teaching and research*, Lawrence Erlbaum Ass., Hillsdale, N.J., 1980.
- Tuma, D.T., & Reif, F.*, (Eds), *Problem solving and education: Issues in teaching and research*, Lawrence Erlbaum Ass., Hillsdale, N.J., 1980.
- Vergnaud, G., & Durand, C.*: Structures additives et complexité psycho-génétique, *Revue Française de Pédagogie*, 1976, 4, 28-43.
- Vergnaud, G., Ricco, G., Rouchier, A., Marthe, P., & Metegrise, R.*: Quelles connaissances les enfants de sixième ont-ils des «structures-multiplicatives» élémentaires? Un sondage, *Bulletin de l'APM*, 1978, 331-357.
- Vergnaud, G.*: L'enfant, la mathématique et la réalité, Lang, Berne, 1981.