Analyses didactiques de protocoles d'observation du déroulement de situations

Analyses didactiques de protocoles d'observation du déroulement de situations

Jean Brun/François Conne

Pour répondre à la question générale de savoir quelle est l'orientation de la didactique des mathématiques, nous mettons en avant la nécessité de valider des montages didactiques sur la base d'hypothèses théoriques, en faisant une analyse a priori des fonctionnements possibles, en observant et analysant ceux qui se sont effectivement produits, en confrontant enfin ces deux analyses. Ce travail de validation interne mobilise les efforts actuels des didacticiens, sous le nom d'«ingénierie didactique»; il est essentiellement pour nous au service de l'interrogation suivante: par l'intermédiaire de quelles variables le questionnement mathématique est remis dans les mains de l'élève? C'est par des études de cas, et en mettant la fonction représentative au centre des analyses, que nous pensons contribuer à répondre à cette question.

Où va la didactique des mathématiques? tel est le thème proposé à notre réflexion.

Dans un précédent article publié dans cette même revue (No 2, 1989, pp. 8–16), R. Schubauer formulait une question analogue à propos d'une éventuelle mise à jour des moyens d'enseignement romands: «Avec quel regard et quels instruments peut-on continuer à comprendre et à inventer des situations d'enseignement en mathématique?» (p. 8). Il rappelait le lieu d'où parle notre équipe, la Didactique des mathématiques, définie comme «l'étude des processus de transmission et d'acquisition des différents contenus de cette science (les mathématiques)» et qui «se propose de décrire et expliquer les phénomènes relatifs aux rapports entre son enseignement et son apprentissage. Elle ne se réduit pas à chercher une bonne manière d'enseigner une notion fixée». (Douady, 1984, cité par Schubauer 1989, p. 8.) Il concluait en proposant la stratégie suivante: «C'est surtout en termes de *moyens* à se donner pour *lire et comprendre,* avant de tenter de modifier, une situation qu'il nous paraît nécessaire de penser.» (id. p. 15.)

Dans le prolongement de cet article, nous nous proposons de présenter l'un de ces moyens, l'analyse de protocoles d'observation de situations expérimentales.

Mais d'abord, une question préalable, suite à la définition de la Didactique des mathématiques comme domaine d'études spécifique: quelle est cette spécificité?

Didactique

A nos yeux, ce que la didactique prend explicitement en charge dans sa problématique et dans sa théorisation de l'acquisition des savoirs, c'est «la volonté d'enseigner», projet de nature sociale, inscrit dans des institutions. Cette volonté d'enseigner entraîne une «intervention sur un processus de formation des connaissances» (voir Morf 1972), processus que nous présupposons chez l'enfant en référence aux études de psychologie et d'épistémologie génétiques; elle transforme en élèves et en maîtres des sujets sur lesquels les psychologies (génétique, sociale, cognitive, clinique, etc.) nous fournissent des résultats importants; on aimerait parfois se satisfaire de ces résultats et de ces problématiques pour en déduire des interventions ou pour chercher à les éviter.

Cette volonté d'enseigner modifie également les mathématiques elles-mêmes, (voir le processus de transposition didactique, Chevallard 1980, Conne 1981), mathématiques dont l'histoire et l'épistémologie constituent des ressources indispensables pour penser l'enseignement. Le recours à ces sciences ne suffirait-il donc pas pour concevoir, au moyen de transpositions faites avec compétence, des interventions pertinentes sur la formation des connaissances mathématiques à l'école?

La didactique s'impose comme nécessaire à partir du moment où cette question reçoit une réponse négative. Ceci ne veut pas dire que les ressources précédentes ne sont pas une aide précieuse pour résoudre notre problème (on le verra plus loin), mais cela signifie que l'on ne peut instaurer un rapport de science à technique entre les deux et que la didactique doit se forger son propre champ théorique si elle veut fonder ses techniques.

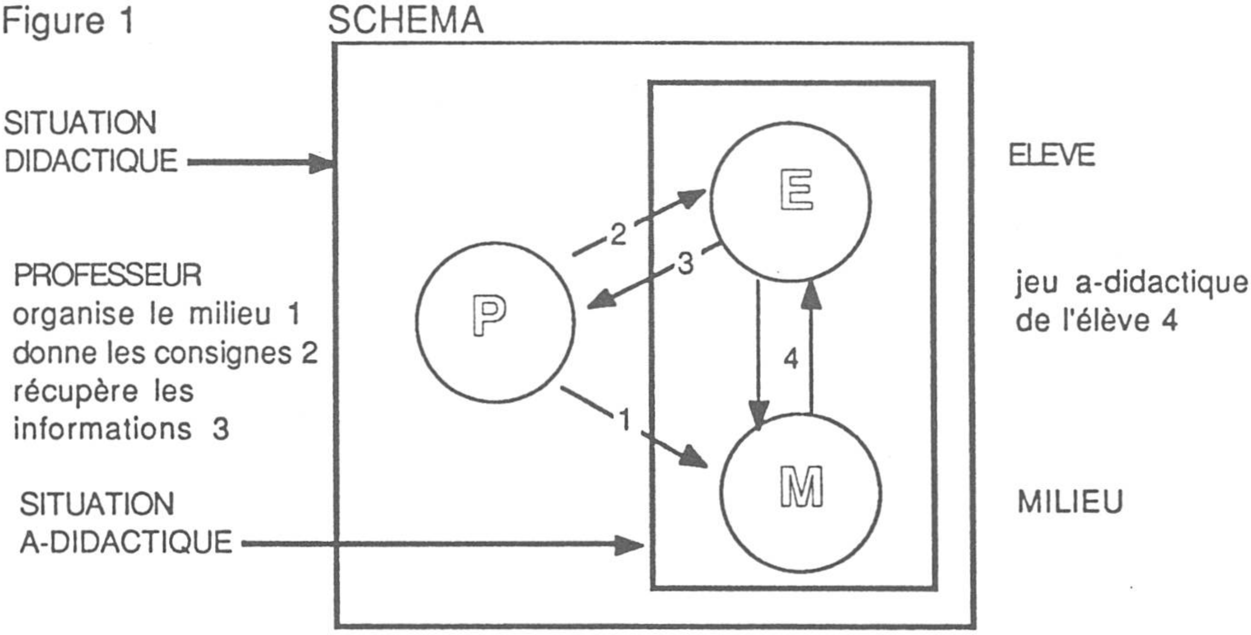
Cette réponse entraîne la prise en charge d'un objet d'étude nouveau, peu empirique, celui du *système de relations* entre le maître, les élèves et le savoir enseigné, système constitué, orienté et finalisé par la volonté d'enseigner. C'est le système didactique.

Les situations d'enseignement demandent à être étudiées au même titre que des situations «naturelles», ou historiques, avec le projet de mettre en évidence des phénomènes et des régularités qui leur sont propres, avec leurs répercussions sur des processus plus généraux comme la formation des connaissances, la construction des concepts ou la résolution de problème. Nous sommes devant la question du comment s'articulent en connaissances mathématiques l'organisation de la pensée en son développement d'une part et la structuration interne des savoirs à transmettre d'autre part, l'une et l'autre étant avérées.

Comme l'écrit Brousseau (1982), «il s'agit d'appréhender la connaissance par le biais des *conditions* dans lesquelles elle apparaît, de façon à pouvoir les reproduire au moins approximativement, et par là de provoquer chez l'élève l'acquisition d'un savoir dont le sens et le fonctionnement soient satisfaisants». (p. 21.)

Le concept de «situation didactique» est alors nécessaire pour penser la reproduction de ces conditions dans l'enseignement; il est défini comme «un ensemble de rapports établis implicitement et/ou explicitement entre un élève ou un groupe d'élèves, un certain milieu (comprenant éventuellement des instruments ou des objets) et un système éducatif (le professeur) aux fins de faire approprier à ses élèves un savoir constitué ou en voie de constitution» (Brousseau 1982). La situation didactique est représentée par le schéma de la figure 1 (Groupe de recherche IREM de Bordeaux, 1988, p. 241):

Figure 1



Par «situation a-didactique», on désigne «tout problème que l'élève peut et doit résoudre de lui-même, sans faire appel à des raisons didactiques et en l'absence de toute indication intentionnelle, en mettant en œuvre ou en construisant la connaissance correspondante». Groupe recherche IREM Bordeaux.

A la suite de ce schéma, rappelons brièvement que le système didactique exerce, par ses contraintes, des transformations sur ses éléments que sont le savoir, mathématique en l'occurrence, l'enseignant, les élèves. Les transformations du savoir s'expliquent par le processus de transposition didactique (voir Chevallard 1980, et Conne 1981, 1986). Celui-ci définit pour l'élève le domaine dans lequel les notions à apprendre prennent leurs significations.

Le savoir ainsi transposé focalise les relations entre les élèves et l'enseignant au travers d'un autre processus, celui de la «recherche d'un contrat» (voir Brousseau 1980, 1990, et Schubauer-Leoni 1986). Ce contrat didactique joue le rôle de régulateur du système didactique, en permettant à ses éléments de maintenir leurs relations, et donc au système de se conserver, et aussi d'évoluer par l'intermédiaire de ruptures de contrat.

Sur ces bases se construit le processus d'apprentissage de l'élève. Ce processus est induit dans un rapport entre le savoir transposé et les constructions cognitives de l'élève de manière non pas directe mais par l'entremise du contrat didactique.

Pour bien saisir les éléments qui interviennent dans l'appropriation de connaissances en situation didactique, l'observateur doit envisager plusieurs niveaux d'analyse. Comme l'indique Joshua (1988), les éléments du système didactique ont des racines ailleurs que dans ce système didactique; il propose donc la démarche suivante: «Pour aborder correctement une description de la structure didactique, il faut en conséquence étudier chacun des éléments en eux-mêmes, hors structure, les étudier dans la structure et enfin étudier les relations qu'ils entretiennent dans la structure.» (p. 36). Il avertit plus loin: «Il s'agit sans doute d'une machinerie assez lourde pour l'analyse d'une simple situation d'enseignement, mais elle me paraît nécessaire. Elle me paraît même indispensable si le but de la recherche n'est pas (du moins pas seulement) une description naturaliste et non interventionniste d'une séquence d'enseignement, mais la production expérimentale de telles séquences.» (p. 43).

Pour entrer dans ce vaste programme, nous procédons par des *études de cas*, qui consistent à décrire des situations d'enseignement expérimentales, dans le but d'en comprendre les fonctionnements.

Situations

La notion de situation est souvent comprise en pédagogie comme désignant une catégorie de matériel didactique: dans la boîte à outils de l'enseignant il y aurait des exercices, des problèmes, des jeux, des situations...

Cette définition est réductrice, car situation rompt précisément avec le schéma didactique où l'on a des élèves mis en face d'objets-pour-enseigner et veut introduire l'idée d'une mise en relation des éléments d'un système à l'intérieur duquel chacun a une position, comme on l'a vu avec la définition de la situation didactique donnée par Brousseau 1982. Parler de «situation didactique», c'est parler déjà d'une modélisation.

La réalisation de ce modèle en leçons dans une classe donnera des «situations d'enseignement», lesquelles peuvent être préparées lors de recherches par des «situations expérimentales» (c'est le cas dans ce texte).

Pour cela nous travaillons avec les «situations mathématiques» de Gérard Charrière (1980, 1987); celles-ci renvoient au pôle mathématique de la situation didactique; elles sont une référence culturelle au *fonctionnement* de la connaissance mathématique, autonome par rapport à la volonté d'enseigner; elles se situent alors en amont de toute situation didactique, et, à terme, les élèves devraient pouvoir les reconnaître comme telles.

La question de leur introduction dans l'enseignement est celle de l'entrée des élèves et du maître dans la situation, qui, en quelque sorte, a sa «vie» propre pour le mathématicien. La réponse à cette question repose sur la «technique des situations», par laquelle se recherche un contrat didactique entre enseignant et élèves, qui prennent une position déterminée par rapport au savoir (Groupe mathématique du SRP, 1975).

Dans la technique des situations, les élèves, à partir d'un énoncé simple et d'une organisation préalable (matérielle et sociale) de la classe, doivent construire les questionnements auxquels ils consacrent leur travail mathématique, en fonction de leur représentation de la situation.

Nos études de cas cherchent à comprendre comment s'effectue ce passage de la situation mathématique à un état didactique, quels fonctionnements s'y manifestent et comment interfèrent fonctionnement mathématique et fonctionnement didactique? Souvent les conditions de l'entrée des élèves dans la situation sont recherchées du côté de variables psychologiques individuelles telles que la motivation, la curiosité intellectuelle, des dispositions à la recherche... Notre problème est autre et peut se formuler ainsi: comment induire un fonctionnement cognitif mathématique, ayant ses références dans un ensemble de situations mathématiques, par l'intermédiaire du montage d'une situation didactique: *ce sont les paramètres de cette situation qui sont nos variables et non les caractéristiques des individus.*

Les interactions de systèmes cognitifs dans leur rencontre avec un univers d'apprentissage, ou un «milieu» (voir Brousseau, 1990) sont l'objet d'étude; nous verrons dans quels termes en introduisant la notion de représentation. Plus précisément, il s'agira des interactions des élèves avec les problèmes qu'ils se posent dans la situation où ils se trouvent.

En référence à l'épistémologie génétique, nous postulons que les actions (matérielles et mentales) des élèves et les régulations auxquelles ils soumettent ces actions sont les éléments formateurs des connaissances. L'évolution de ces connaissances résulte de leur propre fonctionnement par l'intermédiaire d'une recherche de cohérence interne et d'un réajustement permanent entre assimilation et accommodation dans un milieu problématique, en une équilibration progressive, dite «majorante» (Piaget 1975). La conséquence de cette conception pour l'enseignement est de laisser à l'élève le plus d'autonomie et de responsabilité possible.

Le montage des situations accordera donc une grande attention aux mécanismes qui permettent ce transfert de responsabilité du maître à l'élève producteur de connaissance.

L'analyse des situations se préoccupera elle, de rapporter le fonctionnement observé aux conditions prévues à cet effet. Pour cette analyse, la transcription de l'observation en un protocole sert à restituer les conduites, actions et propos des élèves et de l'enseignant, au fur et à mesure de l'avancement des questionnements et des tentatives de solutions. Repérer ces conduites est une chose, mais si l'on veut les comprendre il est nécessaire, à partir d'elles, de remonter aux *représentations de la situation* qui les guident et qui mettent en jeu les connaissances jugées pertinentes par l'élève.

Représentation

Par représentation nous entendons les contenus organisés de la pensée à propos des situations traitées. Connaissances de l'élève et situation sont deux aspects d'une même fonction qui, en les mettant en rapport, renforce le caractère interactionniste de la formation des connaissances (Saada-Robert 1989). En prenant les représentations comme objet d'étude, nous travaillons ce rapport même, c'est-à-dire l'unité fonctionnelle qui permet de comprendre l'acquisition de connaissances en situation, au lieu de séparer les deux termes (connaissance, situation) puis chercher à les faire interagir. La représentation est cette fonction qui prend en charge les interactions entre connaissance et situation.

Les représentations des élèves et des enseignants sont pour nous le lieu privilégié des interactions didactiques. Ces représentations comprennent les interprétations que les individus se donnent à la fois
- des intentions de la situation à leur égard (y compris, dans nos études de cas, des facteurs liés au fait d'être observés)
- des mises en relation exigées de la compréhension de la situation mathématique, transposée dans la situation didactique.

Dans le processus d'apprentissage que l'on souhaite induire, il peut y avoir une tension entre ces deux aspects dans la représentation de l'élève. Par suite de recherches d'équilibres des phénomènes d'ordre didactique seront alors repérables.

Sur quelles bases l'élève construit-il ses représentations de la situation?
- Son expérience, c'est-à-dire l'usage qu'il peut faire de ce qui lui est déjà arrivé dans une situation analogue.
- Son niveau de développement, c'est-à-dire l'organisation opératoire de son système cognitif: instruments de la connaissance et notions sous leur aspect d'invariants.
- Ses connaissances mathématiques acquises, connaissances prolongeant les connaissances générales ci-dessus et connaissances spécifiques à disposition du sujet.

Dans la mesure où ces connaissances, générales ou spécifiques, sollicitées par la mise en situation de l'élève, demandent à être mises en fonctionnement, il faut faire appel à une théorie de la représentation (Vergnaud 1988). En effet, l'utilisation des connaissances dans une situation donnée ou face à un problème n'est pas directe. La représentation remplit le rôle essentiel, comme le souligne Vergnaud, de «conceptualiser le réel pour agir efficacement» (1988, p. 245).

Parmi les travaux récents sur le fonctionnement cognitif, Saada-Robert (1989) précise bien la double fonction de la représentation: par son intermédiaire,

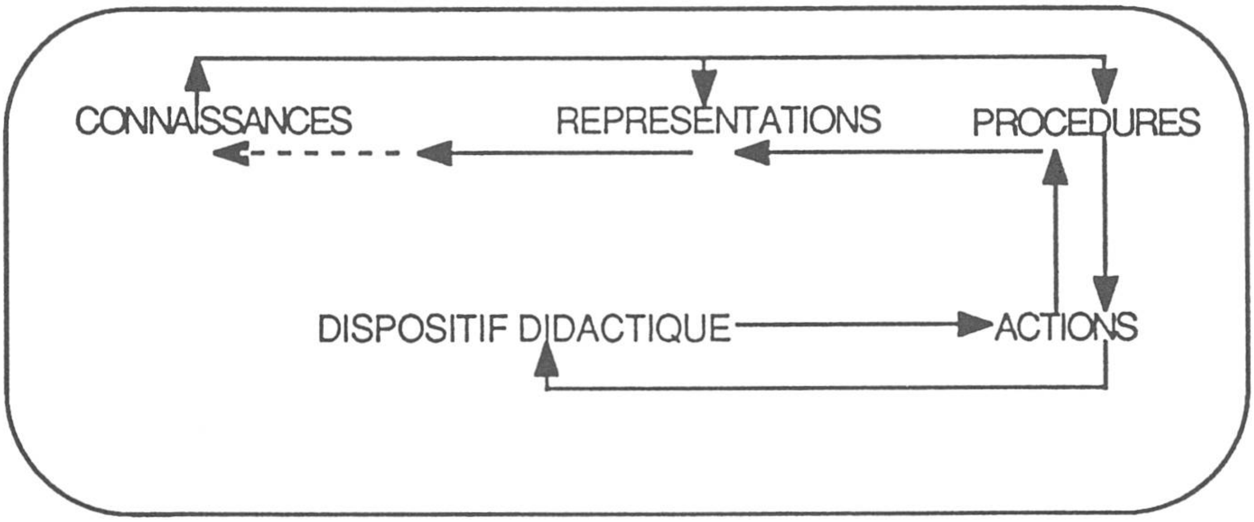
- les connaissances sont *traduites*: elles reçoivent une signification dans leur rapport avec les données de la situation, et réciproquement
- elles sont également *organisées* entre elles de façon à traiter la situation ainsi formée et à lui trouver une solution en fonction de la question qu'on s'est posée.

Cette double fonction définit la représentation dans le cadre de la résolution de problème et de la microgenèse des connaissances.

A cela correspond en situation didactique un travail fortement interactif de l'élève dans la situation, travail par lequel l'élève met en route ses connaissances, définit sa situation, y compris sa position dans la situation, et engage sa résolution par diverses mises en relations et procédures d'actions.

L'articulation entre ces connaissances mises à disposition de la situation et celles demandées par la situation constitue le problème-de-l'élève. Ceci peut exiger (et c'est l'hypothèse d'une situation d'apprentissage) la construction de nouvelles connaissances ou le rejet de certaines. En cherchant à dépasser les insuffisances qu'il rencontre dans ses projets de solution et en cherchant à s'adapter aux résistances de la situation (adaptation au sens de formation du modèle pertinent), l'élève est censé modifier sa représentation jusqu'à ce qu'il considère avoir réussi. C'est pourquoi l'évolution de la représentation de la situation mathématique chez les élèves est au centre de nos préoccupations, ainsi que les mécanismes de cette évolution dans le cadre d'une situation didactique.

Le schéma suivant illustre les rapports entre connaissances de l'élève et situation dans une perspective d'apprentissage:



Pour être formées enfin, les connaissances doivent pouvoir se coordonner au système cognitif organisé en une construction d'ensemble. On rejoint là l'échelle du développement à long terme, qui reste, il ne faut pas l'oublier, la matrice des acquisitions ponctuelles (même si est ouverte la question de la nature de cette organisation, structurale ou non).

Les connaissances ainsi construites deviennent pour l'élève de nouvelles potentialités envers de nouvelles situations, qui, soit étendront le champ de ses représentations, soit leur donneront un autre statut (problématique de réussir et comprendre).

En conséquence, pour le didacticien, la question de l'organisation de la séquence des situations prend le pas sur celle du découpage du savoir, et la recherche du montage de telles séquences prendra le relais de l'étude d'une situation particulière.

- Une place importante doit être faite enfin aux outils avec lesquels l'élève construit la démarche de modification des représentations: outils variés qui font que la représentation travaille à différents niveaux: actif et technique, schématique, conceptuel. Ces passages de l'un à l'autre et l'utilisation de différents systèmes de signifiants sont une part importante du travail de la représentation de l'élève.
- En situation didactique, ce modèle de l'acquisition de connaissances doit être prolongé. En effet, s'il rend bien compte des nouvelles connaissances créées à partir des anciennes, on doit considérer que pour le maître et les élèves il reste encore à concevoir ce qui a été étudié sous forme de ce qui doit être su. Les nouveautés acquises sur la situation sont à rapporter à un univers relativement fermé, celui défini par la transposition didactique.
  Là encore peut se manifester une tension entre le processus d'apprentissage induit et la situation didactique; c'est le cas en particulier à l'occasion de l'évaluation.
  Pour conclure cette présentation de notre cadre de référence, soulignons deux points:
- L'importance théorique de la représentation comme fonction intermédiaire entre connaissances potentielles d'un élève et situation particulière où ces connaissances sont mises en fonctionnement et pourront évoluer. Elle régle leurs rapports et permet de rendre compte de la pensée en train de construire le modèle de la situation. Notre observation des élèves dans leur rencontre avec leur milieu d'apprentissage trouvera là son cadre de référence.
- La surdétermination didactique de ces représentations en contexte scolaire, depuis leurs formations jusqu'à leurs aboutissements. Le didactique détermine alors les limites et les possibles du représentable. Si les aspects réducteurs de cette surdétermination ne manquent pas d'être mentionnés, il reste aussi à la didactique à en chercher les caractères producteurs. On pourrait s'arrêter à penser que la part du didactique est la mauvaise part, donc la part à éliminer: mettons alors l'enseignement à l'école du seul sujet naturel.

Le problème se pose différemment et nous semble être celui de l'aménagement et du montage de situations didactiques où se construise et se conserve le sens des apprentissages mathématiques (contenus et processus de ces apprentissages). Chercher à résoudre ce problème demande l'étude approfondie des contraintes et des possibles de telles situations; c'est l'objet de la didactique. Plus précisément, pour nous, c'est par l'intermédiaire de l'identification des représentations des élèves sur la situation que nous pensons comprendre ces contraintes et ces possibles. A noter que ces études permettent aussi des échanges fructueux avec les disciplines qui nous ont tant appris sur le sujet cognitif et sur son développement et qui travaillent actuellement à l'étude du rôle des situations mêmes dans la manifestation de ce développement.

L'identification des représentations; les inférences de l'observateur

Le cadre de référence étant fixé, il reste à prendre maintenant le point de vue de l'observateur et à transcrire les observations en un protocole des actions et des propos recueillis dans le déroulement temporel de la situation. Ces protocoles décrivent le fonctionnement d'une situation, c'est-à-dire des interactions élèves-maître-dispositif de la mise en scène d'un savoir mathématique. L'observateur entre dans ce jeu et cherche à le comprendre par le biais de l'analyse des représentations que les élèves se font de la situation.

Nous cherchons d'abord à décrire ce protocole pour retrouver les étapes de ce déroulement et en inférer les différents états de la représentations des élèves ainsi que les mécanismes de leurs modifications: quelles représentations se construisent, sont consistantes, évoluent en cours de route, et comment? Pour cela le protocole est découpé en unités jugées suffisamment stables à partir de la définition suivante: fonctionnellement, les interactions observables à l'intérieur d'une situation tirent leur cohérence d'une unité d'interprétation et d'organisation qui en contrôle le déroulement.

Le découpage cherche également à mettre en évidence les transitions qui font passer d'un état de représentation à un autre et à saisir les mécanismes de ce passage.

Les analyses ont pour but de reconstruire la logique du déroulement; c'est en effet cette logique-là qui nous intéresse et non le déroulement pour lui-même.

Résolution de problème

Plusieurs courants de psychologie cognitive s'intéressant à la résolution de problèmes travaillent à l'analyse de protocoles en les découpant en «épisodes», à la recherche de régularités dans le déroulement des conduites de résolution (voir Richard 1984, 1989; Schoenfeld 1985; DeCorte 1990). Leur but est de découvrir un modèle général de la résolution de problème et de valider leurs analyses au moyen du programme qui simule le comportement que l'on peut décrire à partir du protocole; à terme, il s'agit de construire ainsi un modèle du fonctionnement cognitif.

En didactique des mathématiques, nos buts sont différents. Rappelons que l'objet d'étude est la situation, étudiée ici par l'entrée «élèves». L'objectif est le montage des situations visant l'induction d'un processus d'apprentissage où les savoirs mathématiques rejoignent le sens de cette connaissance. Notre démarche consiste à étudier expérimentalement des situations par l'analyse des protocoles de leur déroulement, en remontant des productions aux représentations.

Le schéma le plus souvent présenté par les cognitivistes pour les analyses des protocoles renvoie à des étapes systématiques, appelées épisodes, correspondant aux mécanismes de la résolution de problème.

Ainsi Schoenfeld (1985) découpe le protocole en épisodes pour chacune des phases successives suivantes: analyse, exploration, planification, traitement et vérification. Pour Richard (1989), la succession des états momentanés de la représentation dépend de quatre mécanismes participant à la construction de chacun de ces états:

- l'interprétation de la situation
- l'activation de connaissances procédurales
- la formation d'un but
- l'évaluation des résultats

Nous avons d'abord cherché à utiliser ces modèles, mais nous constatons que s'ils renvoient sans doute bien à l'activité d'un solutionneur de problèmes, ils nous semblent trop systématiques pour pouvoir rendre compte de nos observations d'élèves. Pour nous, en didactique, le mécanisme qui fait le plus question dans ce schéma est celui de la vérification ou de l'évaluation des résultats, lié à la formation d'un but; son rôle moteur dans la dynamique des représentations successives chez l'élève ne semble pas aussi fort que prévu.

Sans nous arrêter sur l'absence de vérification propre à la majorité des situations didactiques, où la responsabilité de juger l'échec ou la réussite revient uniquement au maître, l'hypothèse de la fonction de l'échec dans la dynamique de la situation didactique demande à être précisée. De plus, réussite et échec rendent insuffisamment compte des alternatives devant lesquelles se trouvent les élèves; il faut ajouter les cas, fréquents, d'incertitude et d'impasse dans laquelle ils sont. A quoi font-ils alors appel?

Comment le maître réagit-il de son côté à cette incertitude? Lorsque la situation a bien été construite de façon à ce que l'élève puisse difficilement ne pas se rendre compte par lui-même qu'il n'a pas réussi, et donc, pense-t-on, de façon à ce qu'il analyse nécessairement les résultats de ses actions, il lui reste encore, pour que cet échec ait le rôle moteur escompté, à le transformer en erreur, c'est-à-dire à *l'interpréter* par rapport à une procédure ou une définition du problème.

Dans le schéma de la résolution du problème auquel nous faisions référence, les auteurs semblent supposer que cet enchaînement se fait, sinon sans difficultés, du moins «logiquement», d'une logique interne à la situation de résolution de problème. L'observation des situations didactiques montre moins de systématicité dans cet enchaînement et nous renvoie à la diversité des attitudes effectives en classe face à l'erreur, ou, plus généralement, face à la réponse.

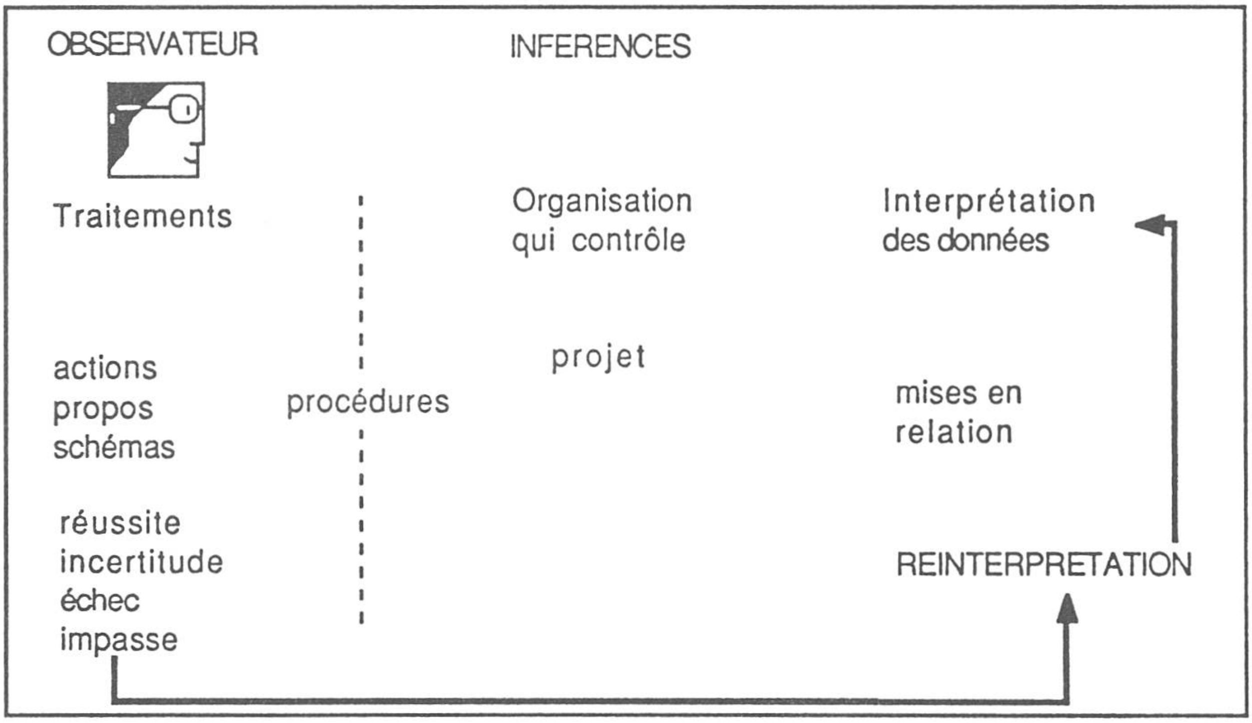
Ces attitudes sont déterminées selon nous principalement par l'échange didactique, qui impose un jeu de question-réponse, où les rôles sont bien attribués: question du maître, réponse de l'élève. Et le contrat didactique fait pour ainsi dire obligation au maître de pallier aux insuffisances des interactions élèves/situation, aussi bien conçues qu'elles aient été a priori. Ces attitudes envers la réponse sont également déterminées par l'épistémologie de l'enseignant.

En conséquence, dans nos études de protocoles nous accordons une attention de plus en plus grande au contenu des phases de *transition* dans le passage d'une unité à une autre. C'est là l'occasion de voir, dans ces phases de transition, les variables sur lesquelles reposent les interprétations et réinterprétations de la situation par les élèves. Elles nous semblent les plus susceptibles d'apporter des éléments nouveaux pour la compréhension du fonctionnement des connaissances en situation didactique, et nous pouvons ainsi vérifier le rôle joué, ou non, par nos variables définies lors de l'analyse a priori de la situation. Notre critère principal pour le découpage du protocole est donc l'identification, par inférence à partir des observables, d'une *réinterprétation* de la situation par les élèves, réinterprétation globale autour de laquelle se manifeste une démarche cohérente. Ce critère renvoie bien en fait au caractère intentionnel propre à une situation didactique, où la lecture des attentes réciproques encadre pour ainsi dire l'activité des protagonistes. Nous chercherons donc des indicateurs des réinterprétations de la situation par les élèves et le maître.

Nos premières analyses (nous verrons au fur et à mesure de la mise au point du modèle si cela se confirme) nous conduisent à évoquer le découpage du protocole en termes de boucles qui s'enchaînent de réinterprétation en réinterprétation plutôt que d'étapes ou d'épisodes qui signifieraient des unités bien articulées rendant compte de la réalisation de sous-buts ou de solutions intermédiaires. Nous avons en effet été frappés, à cause du caractère fortement interactif des situations didactiques par rapport à la plupart des situations individuelles et hors contexte scolaire de résolution de problème, par le fait que les réinterprétations sont l'effet de processus plus variés que ceux invoqués par les modèles de résolution de problèmes. Si nous observons bien des régularités dans les mécanismes de résolution d'un protocole à l'autre, elles n'apparaissent pas toujours aussi distinctement que celles qui émergent de la succession des épisodes de la résolution d'une situation-problème comme par exemple «La Tour de Hanoï». Sans doute la plupart des situations ne se laissent pas faire aussi bien par le modèle d'analyse, mais surtout en contexte scolaire la logique de la démarche de résolution est mêlée à beaucoup de contraintes qui apparaissent dans les interactions didactiques, et qui entrent en ligne de compte dans la formation active des représentations. La représentation est bien une, mais elle travaille sur beaucoup de plans à la fois.

En cela une analyse didactique de situation ne s'arrête pas avec l'analyse de la tâche conçue comme la succession des opérations de pensée et des procédures suffisantes pour réussir; elle implique les variables [1] de situations dans l'étude des processus induits. Il revient à ce type d'analyse de mettre en évidence des processus didactiques. (Nous retrouvons là les niveaux d'analyse d'une situation annoncés en introduction). On comprend mieux aussi à quel point serait réductrice une analyse qui se définirait par un programme simulant l'enchaînement rationnel des étapes des résolutions.

En conclusion, le schéma suivant donne le canevas du contenu d'une boucle de protocole: en allant de la périphérie des conduites, sous leur aspect externe, aux représentations implicites.



Nous allons illustrer, dans une deuxième partie, cette démarche d'analyse de protocole par l'observation d'une situation mathématique de mesure des distances proposée par Gérard Charrière. Nous effectuons ces travaux en collaboration avec nos collègues méthodologues de mathématique dans l'enseignement primaire genevois.

Les deux distances

1. Consigne donnée oralement à deux équipes de deux enfants:

«Chaque équipe va travailler séparément et ne verra pas ce que l'autre équipe fait.

Ensuite vous vous réunirez et discuterez de ce que vous avez fait et trouvé.

Voici la tâche:

Je vais préparer sur le sol une distance pour chaque équipe. Vous en prendrez connaissance chacun de votre côté. Le but, lorsque vous vous réunirez, sera de discuter pour savoir si les deux distances sont égales ou si l'une est plus grande que l'autre.»

Les élèves sortent.

La maîtresse place sur le sol deux objets (cubes en mousse) distants de 4 mètres.

La première équipe entre, repère l'emplacement de la distance.

La maîtresse: «Je vous ai apporté cette baguette.» (La baguette, non graduée, mesure 50 cm. Les enfants ignorent la mesure de la distance et celle de la baguette.)

Lorsque le premier groupe estime avoir terminé, il sort et le même déroulement a lieu avec la deuxième équipe qui traite d'une distance de 3 mètres, avec une baguette de 25 cm (elle aussi bien sûr non graduée).

Puis les deux équipes se retrouvent. Les marques des distances ont été enlevées, mais des baguettes de chaque sorte, en nombre suffisant, sont à disposition des élèves sur une table, s'ils jugent en avoir besoin.

2. Présentation mathématique

Gérard Charrière a formulé mathématiquement pour nous la situation en ces termes:

" Problème : comparer les distances d_1, mesurable à l'aide d'une baguette non graduée de longueur b_1, et d_2, mesurable à l'aide d'une baguette non graduée de longueur b_2.

Le mesurage conduit aux nombres n_1 et n_2 tels que :

$$d_1 = n_1 \cdot b_1 \qquad \text{et} \qquad d_2 = n_2 \cdot b_2$$

La comparaison de d_2 et de d_1 se ramène à la comparaison des rapports $\frac{n_2}{n_1}$ et $\frac{b_1}{b_2}$:

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{b_2}{b_1} = \frac{\frac{n_2}{n_1}}{\frac{b_1}{b_2}}$$

Seule est intéressante la situation où $b_2 \neq b_1$; rien n'empêche alors de supposer $b_2 < b_1$, c'est-à-dire

$$\frac{b_1}{b_2} = K > 1$$

. Deux cas se présentent :

I. $n_2 \leq n_1$ ou $\frac{n_2}{n_1} \leq 1$; la conclusion est immédiate : $\frac{d_2}{d_1} < 1$ ou $d_2 < d_1$

II. $n_2 > n_1$ ou $\frac{n_2}{n_1} = \ell > 1$; la conclusion dépend du rapport $\frac{\ell}{K}$:

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{\frac{n_2}{n_1}}{\frac{b_1}{b_2}} = \frac{\ell}{K} \quad \text{avec } \ell > 1 \text{ et } K > 1$$

Exemple : $b_1 = 50$, $b_2 = 25$ et $n_1 = 8$, $n_2 = 12$

$K = \frac{b_1}{b_2} = 2$ et $\ell = \frac{n_2}{n_1} = \frac{3}{2}$

la conclusion :

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{\ell}{K} = \frac{\frac{3}{2}}{2}, \text{ d'où } d_2 < d_1 \text{ "}$$

3. Extrait du protocole 5P de la situation «Les deux distances»

L'observation relatée ici a été effectuée en 5e année, après plusieurs observations précédentes faites en 2e et 3e années. La variable sur laquelle nous sommes intervenus pour cette observation est la variable «enseignant»: au lieu d'assister, comme lors des montages précédents, à la discussion entre élèves qui suit leurs mesurages, l'enseignante se retire hors de la salle après avoir donné la consigne et demande aux élèves de venir la chercher quand ils seront sûrs de leur réponse, à charge pour eux de la prouver.

Cet extrait se situe précisément après que chaque équipe de deux élèves ait mesuré une distance séparément, sans voir ce que l'autre équipe a fait. Les deux équipes sont réunies et doivent décider de «savoir si vous aviez la même distance ou s'il y en avait une plus longue que l'autre».

Les deux groupes d'élèves sont réunis

Sarah et Véronique ont travaillé ensemble d'une part, Alex et Simon d'autre part.

La maîtresse sort de la salle.

Sur une table restent posés les bâtons et les cubes de mousse.
Les élèves discutent debout.

1 Al. Nous, y avait les deux bouts de mousse là.
2 Si. Et un bâton aussi. *écartent les mains en parlant de bâtons*
3 Sa. On a mesuré avec un bâton.
4 Si. *à Sa.* C'était quoi ton résultat toi?
5 Sa. Huit, presque huit.
6 Si. T'as compté au début quand tu l'as posé?
7 Sa. Oui.
8 Sa. Huit.
9 Si. Nous douze.
10 Ve. Vous aviez un grand bâton ou un petit?
11 Al. Non, comme ça.
12 Sa. Nous, on avait un grand. *regardent sur la table où sont posés les bâtons ayant servi à mesurer*
13 Sa. Nous, on a le grand.
14 Al. Nous, ça en faisait douze et puis on a dit que ça faisait à peu près 20 cm le bâton et puis on a fait 12 fois 20, puis ça nous a donné 240... 240 centimètres, donc ça faisait 2 mètres 40, tu vois!
15 Si. Vous avez fait comment?
16 Sa. Nous, avec le bâton.
17 Al. La même technique ou pas?
18 Sa. Pas tout à fait, on n'a pas essayé de dire à peu près combien il était.

19 Al. Je veux dire: vous avez pris la même technique?

20 Sa. Oui, mais le vôtre, il fait à peu près la moitié du nôtre, alors ça fait comme... six tours de notre taille, quoi.

21 – On va regarder

22 – Faut demander, hein.

23 – *à l'opératrice:* On peut regarder si c'est la moitié? *L'opératrice:* j'en sais rien moi, je te filme.

24 – Bon, on y va. *les élèves vont vers la table où sont posés les bâtons, ils comparent les bâtons*

25 – Voilà, ça fait 4 mètres ... 4 mètres combien? *la maîtresse entre*

26 M Vous pouvez prendre les bâtons pour discuter. *la maîtresse sort*

27 – 2 mètres 40 on dit.

28 Si. On sait pas la longueur, mais en tout cas c'est la même longueur, parce que ça c'est la moitié du bâton.

29 Al. Et puis...

30 Si. Et puis voilà.

31 Sa. Mais ça faisait six tours du bâton qu'on avait et ça nous faisait à peu près 2 mètres 40.

32 – Nous, on a eu 12 tours.

33 – 12 tours et six tours, ça fait...

34 Si. Ca fait le même résultat, mais seulement vous avez...

35 Sa. Nous, on a 8 tours du nôtre, ça veut dire que deux tours de mieux; et le vôtre faisait 24 centimètres, t'a dit?

36 – Non, 2 mètres 40.

37 Sa. Ça, *le bâton*

38 Si. 20 centimètres.

39 Sa. 20 centimètres, alors ça faisait 40 centimètres du nôtre, alors on avait 80 centimètres de plus que vous à peu près.

40 Si. et Al. Mais t'avait 8 et nous 12.

41 Sa. Oui, ça veut dire 6 pour vous, il était plus grand le nôtre.

42 Al. Oui, mais si on fait la moitié, regarde, elle est quand même la moitié celle-là. Attends. *Al. et Si. comparent les 2 bâtons en reportant deux fois le petit sur le grand*

43 Al. Où y a mon ongle tu mets.

44 – C'est bien la moitié

45 Al. Parce que vous normalement vous auriez dû avoir 6 tours.

46 Sa. Non, parce que nous on n'a pas eu la même distance que vous, on a eu plus grand comme distance.

47 – Ouais... ah ouais.

48 – Nous, on a eu à peu près 80 centimètres de plus que vous, ce qui fait 2 mètres 40... 3 mètres 20.

49 Al. Nous, ça fait 2 mètres 40 et puis vous?

50 – 3 mètres 20.

51 Al. Mais alors ça fait pas le même résultat et puis alors donc on n'a pas eu la même (pensif).

52 Sa. Non.

53 Si. Où elle était? *montre le sol*

54 Sa. A peu près depuis là... jusqu'à... j'sais pas... comme ça. *marque du pied* Et vous?
55 *Si. et Al. se placent de façon à reconstituer la distance en l'évaluant approximativement*
56 – C'était un peu plus long... à peu près.
57 – Ouais, à peu près comme ça.
58 – On n'a qu'à remettre, qu'à refaire avec les bâtons.
59 Sa. Toi, tu mets ton pied au départ.
60 – On peut prendre les carrés là (sur la table).
61 – Si. *mesure en partant du pied de Al.* Un, deux, trois.
62 Al. se déplace pour suivre S qui mesure
63 Si. remarque que Al. s'est déplacé
64 Si. Eh! laisse ton pied là-bas.
65 *Si. et Al. recommencent leur mesurage*
66 Si. Un, deux, trois, quatre.
67 Sa. à Al. Eh! tu vas pas rester là comme ça si on doit expliquer quelque chose; tu veux pas que je mette un carré?
68 Al. Ouais, mets nos deux carrés.
69 Sa. pose un cube de mousse à la place du pied de Al. et un autre cube de mousse à une distance évaluée approximativement à douze petits bâtons
70 Sa. mesure ensuite avec son bâton (50 cm) en prenant comme point de départ le cube de mousse opposé à celui d'où est parti Si.
71 Sa. Six à peu près (arrivé contre le cube de mousse).
72 Sa. continue jusqu'au cube de mousse posé entre-temps par Ve. pour marquer leur distance
73 Sa. Huit, c'est à peu près la bonne longueur.
74 Al. Ben voilà notre distance, voilà votre distance, elle était plus longue.
75 – Voilà, c'est qui qui va avertir?
76 – Toi (à Al.), c'est toi qui iras dire aussi.
77 Ve. enlève deux cubes de mousse
78 – Non! faut refaire, c'était pas comme ça.

La maîtresse entre

M Alors, j'avais posé une question au départ...
– La distance
M Evaluer la distance; c'est tout ce qu'il fallait faire?
– En expliquant comment on a fait.

4. ANALYSE DE L'EXTRAIT DU PROTOCOLE

4.1. Découpage des états de la représentation de la situation

BOUCLE A (1 à 30)
La consistance de cette boucle repose sur la représentation de Si., dont le contenu peut être résumé ainsi:

- interprétation des données et du but: trouver comment on a fait et comparer;
- traitement: la différence entre les deux mesurages porte sur le rapport des unités; U1 = 2 U2;
- proposition de solution: Mesure de A = Mesure de B;
- argument: «On sait pas la longueur, mais en tout cas c'est la même longueur parce que ça c'est la moitié du bâton.» La recherche et la découverte du rapport s'impose si fort que tous les autres éléments de la situation lui sont soumis. La question à trancher est celle de la compensation de la différence des unités, différence qui est l'information essentielle dans cette représentation. En partant de 12, la compensation donne 6.

  La réponse donnée peut avoir plusieurs sources:
- Si. ne retient pas les données 8 comme résultat du mesurage de Sa., car il a transformé le but en «montrer que les distances ont la même mesure».
- Il se centre sur un seul mesurage, applique le rapport découvert entre les unités, et, en conséquence trouve une nouvelle valeur, 6, qui devient la réponse, puisque c'est le résultat du calcul. La question est construite en fonction du résultat trouvé, comme a posteriori. La nouvelle information, c'est la réponse.
- Le rapport 1/2 se laisse bien faire pour compenser la différence et conclure à l'égalité.

TRANSITION (31 à 34)
La situation pourrait s'arrêter avec «et puis voilà».
Sa. relance avec le rappel des données.

BOUCLE B (35 à 39)
La consistance de cette boucle repose sur la représentation de Sa.
Interprétation des données et du but: comparer 8 et 12 sachant que les unités sont dans un rapport de 1/2.
Traitement: la mesure 8 par rapport à la mesure 12, c'est deux unités de plus; converties en cm, c'est 80 cm.
Solution: Mesure de A plus grande que mesure de B.

TRANSITION (40 à 41)
Rappel des données 8 et 12 par Al. et Si. qui semblent les trouver contradictoires avec la conclusion de Sa., puisque 12 est plus que 8.

BOUCLE C (42 à 45)
Elle s'organise autour de la représentation de Al.
Interprétation: la démonstration à faire est celle de l'exactitude de la réponse 1/2 comme rapport entre les deux unités.
Traitement: mesure d'une unité par l'autre: 12 /2 = 6.
Solution: 6.
La définition du problème en fonction des connaissances construites sur la situation s'organise ainsi: nous avons mesuré 12 avec un bâton qui est la moitié du bâton utilisé pour l'autre mesure. L'autre mesure est donc 6. C'est la réponse.

Il y a élimination de la donnée 8 en parallèle avec l'importance accordée à la découverte du rapport 1/2 qui permet de trouver 6. Le raisonnement est complet, 8 est comme superflu.

TRANSITION (46, 47)
Rappel des données par Sa.

BOUCLE D (48 à 52)
Elle s'organise autour des représentations de Sa. et Al. Sa. reprend son raisonnement de la Boucle B.
La solution semble partagée par Al. qui réorganise sa représentation à partir de cette solution, en tirant les conséquences: «et puis alors on a pas eu la même».

TRANSITION (53 à 54)
Si. demande à voir en proposant une preuve pratique.
Mécanisme du genre: puisqu'il y a incertitude, trouvons un autre moyen pour savoir.

BOUCLE E (55 à fin)
Interprétation: les 4 élèves rentrent dans le jeu de la réalisation pratique: on saura avec certitude si on refait le mesurage pour retrouver la position des cubes de mousse et si on compare visuellement.
Traitements: procédures de mesurage.
Al. se centre sur le seul point d'arrivée, alors que Si. trouve nécessaire le point de départ.
Pour Sa. la distance la plus grande se mesure par complément avec la plus petite.
Solution. Mesure de A plus grande que mesure de B.

4.2. Interprétations

Le déroulement de toute situation correspond à l'approche d'un but éloigné au départ. Le découpage du protocole en boucles, ouvertes et provisoires, correspond, lui, aux évènements et représentations sous-jacentes qui jalonnent cette approche, c'est-à-dire atteindre la solution... Ces boucles nous paraissent ici davantage comme une succession de réinterprétations que comme la réalisation de sous-buts s'enchaînant après vérifications.

Ainsi la boucle A nous fournit l'exemple de Simon qui se pose une question pertinente pour le problème; cette question pourrait jouer le rôle de sous-but: quel est le rapport entre les deux mesurants? Mais Simon lui donne d'emblée un statut de réponse au lieu d'insérer la nouvelle information dans l'organisation de la solution. Il reconstruit plutôt le problème autour de la réponse qu'il a trouvée, *comme si toute réponse s'imposait d'emblée comme solution* au problème. Si bien que l'interprétation de la question dépend de la réponse trouvée. Pour Simon, la recherche est terminée: «Et puis voilà».

On doit s'interroger sur le caractère didactique de cette emprise de la résolution sur l'interprétation du questionnement chez l'élève. Le plus souvent, l'interprétation ou compréhension du problème est présentée comme une étape préalable à la résolution. Escarabajal (1984) écrit à propos de ses recherches sur les processus de compréhension: «Notre objectif est de trouver une formulation de ce qui a été construit par le sujet avant la mise en œuvre de la solution» (p. 248); ne dit-on pas qu'un problème bien posé est un problème résolu?

Dans l'échange didactique ordinaire, le jeu des questions-réponses prime. Dans son contexte l'élève est centré sur le fait de trouver une réponse par des procédés qui relèvent de ce qu'on pourrait appeler «l'expérience de la classe de mathématique». Ici, dans une situation différente, Simon semble bien utiliser cette expérience intériorisée; il a construit un raisonnement et un calcul numérique et il «refoule» la question posée pour la transformer de manière à ce que sa réponse suffise pour être la solution. Le travail d'ajustement d'un modèle de départ au modèle pertinent par constructions successives, tel qu'il est décrit par les psychologues, serait donc court-circuité si n'intervenait pas un paramètre, prévu par la situation, qui joue ici pleinement son rôle: la confrontation à une représentation différente qu'une autre élève se donne de la situation. Il semble bien que l'attribution d'une signification au problème serait vite jugée suffisante s'il n'y avait la possibilité de confronter les points de vue sur le problème. Les transitions entre les boucles montrent les régulations dues aux interactions entre représentations par l'intermédiaire de la communication entre élèves. Au modèle de l'échange questions-réponses se substitue alors une argumentation.

Pour Simon et Alex le problème est défini comme: trouver combien d'unités U pour mesurer la distance 12 u. Découvrir que U = 2u. Trouver la solution 12: 2 = 6.

Pour Sarah le problème est défini ainsi: trouver la plus grande distance entre Mes. 12 et Mes. 8, l'une étant obtenue avec u, l'autre avec U. On découvre que U = 2u. Trouver la solution: Mes. 8 plus grand que Mes. 12.

A ce propos, on pourrait invoquer pour l'argument de Simon une régulation de type strictement interne, comme nous en avons observé sur cette situation de mesure de distances, en conformité avec les études génétiques (Piaget, Inhelder, Szeminska 1948), chez des élèves plus jeunes (2^{e} année), dont la conduite rappelle, à certains égards, celle de Simon. Ces élèves expliquent la différence entre les deux distances au moyen de l'argument suivant: c'est normal qu'elle (12 unités) ait plus parce que le bâton pour mesurer est plus petit. Ainsi ils justifient et renforcent leur réponse comme quoi 12 petits bâtons c'est plus grand que 8 grands bâtons. L'analogie avec l'argument de Simon est dans le fait que le problème reçoit une définition qui se limite à une relation entre une unité de mesure et une distance, sans considérer le double rapport. Ce type de régulation qui ne compense pas les différences de mesures par le rapport entre unités pourrait sembler suffire à expliquer la conduite de Simon. Notre interprétation du protocole ne rejette pas cette explication (hors structure didactique, pour reprendre les termes de Joshua); elle consiste simplement à contextualiser cette régulation et à la mettre sous le contrôle de la signification, didactique, que Simon attribue à la situation à son point de départ. En d'autres termes, il est nécessaire de prendre en compte dans la représentation de l'élève les variables de la situation didactique, englobant la situation mathématique. Travailler cette représentation (à l'intérieur des limites de développement psychogénétique), au moyen des variables de la situation devrait alors permettre de prendre en charge l'évolution de la signification attribuée par l'élève. C'est le cas ici, par l'intermédiaire des variables de nature sociale: l'échange d'arguments, sans la possibilité de s'en remettre directement à la maîtresse, a donné aux élèves l'accès à la définition du problème des tenants d'une autre position et d'élargir la leur propre, au-delà de l'échange didactique. Reste ensuite à décider quelle est la définition du problème pertinente, soit par déduction, soit par mise à l'épreuve du raisonnement au moyen d'une construction tenant lieu de preuve pratique. Pour être convaincu, Simon demandera cette forme pratique de preuve.

L'examen d'autres protocoles et d'autres situations fait ressortir un certain caractère de généralité à cette interférence entre l'échange question-réponse et l'activité de construction d'un questionnement. A ce sujet se joue une répartition des rôles différente entre maître et élèves par rapport au savoir; d'où, sans doute, l'importance de la manipulation des paramètres sociaux de la situation.

5. *Conclusion*

Au début de cet article, nous écrivions: «Nos études de cas cherchent à comprendre comment s'effectue ce passage de la situation mathématique à un état didactique, quels fonctionnements s'y manifestent et comment interfèrent fonctionnement mathématique et fonctionnement didactique.» Et nous ajoutions un peu plus loin: «... les interactions de systèmes cognitifs dans leur rencontre avec un univers d'apprentissage (...) sont donc l'objet d'étude.» Comme nous l'avons vu, du point de vue cognitif nous avons considéré la représentation comme une fonction mettant en rapport connaissance et situation. Du point de vue didactique cette fois-ci, cet univers comporte de multiples facettes, que l'on peut décrire comme un système de situations emboîtées (cf. Schéma de la situation didactique).

Comment s'établit l'interaction de la connaissance d'un sujet avec un univers décrit comme un emboîtement de facettes situationnelles? La représentation s'articule-t-elle avec cet emboîtement? Le cas de Simon, raconté cidessus, permet de répondre affirmativement à cette dernière question et nous donne des informations précieuses pour la première. Nous pouvons dégager quatre focalisations de Simon sur l'une ou l'autre des facettes de la situation expérimentale globale. Et chacune de ces focalisations opère un double mouvement, de décentration d'un plan de la situation et de centration sur un autre, opérant comme une coupure dans les processus cognitifs. Reprenons ces moments:

1 (Boucle A)

Entrée dans la situation, focalisation sur le plan de la situation objective et production d'une réponse; puis élaboration d'un modèle de cette situation. Nous disions ci-dessus: «Il (Simon) reconstruit le problème autour de la réponse qu'il a trouvée, comme si toute réponse s'imposait d'emblée comme solution.» Nous voyons bien le mouvement de passage d'un plan à un autre, et ce qui frappe, c'est la coupure ainsi opérée. La réponse est prise comme un élément objectif de la situation, une «nouvelle information». L'élaboration du problème répond plus au traitement de la situation didactique qu'à celui de la situation mathématique.

2 (Boucle D)

Confrontation des modèles par l'intermédiaire de la communication entre élèves, c'est-à-dire au niveau de la situation d'argumentation qui a été organisée. Ici, ce n'est pas le jeu question-réponse qui oriente la représentation, car le problème est celui de la cohérence des points de vue sur la situation. Pour Simon, il ne s'agit plus seulement de représentation, mais d'interprétation. Sa première réponse reste un élément objectif de cette situation, mais a perdu son statut de réponse.

3 (Transition 53 à 54)

Elaboration d'un nouveau modèle de la situation par Simon, qui lui permet de transformer la situation initiale en une situation de preuve pratique, qui n'est encore qu'évoquée. Il est essentiel de noter cette inversion du mouvement de la représentation.

Il convient aussi de situer le plan où elle agit ici: l'évocation d'une situation de preuve pratique; si elle anticipe des relations, avec plus ou moins de certitude, ne prévoit pas pour autant le détail du déroulement de sa réalisation, et en particulier tout ce à quoi il faudra alors penser. Il y a bien coupure des plans de représentation.

4 (Boucle E)

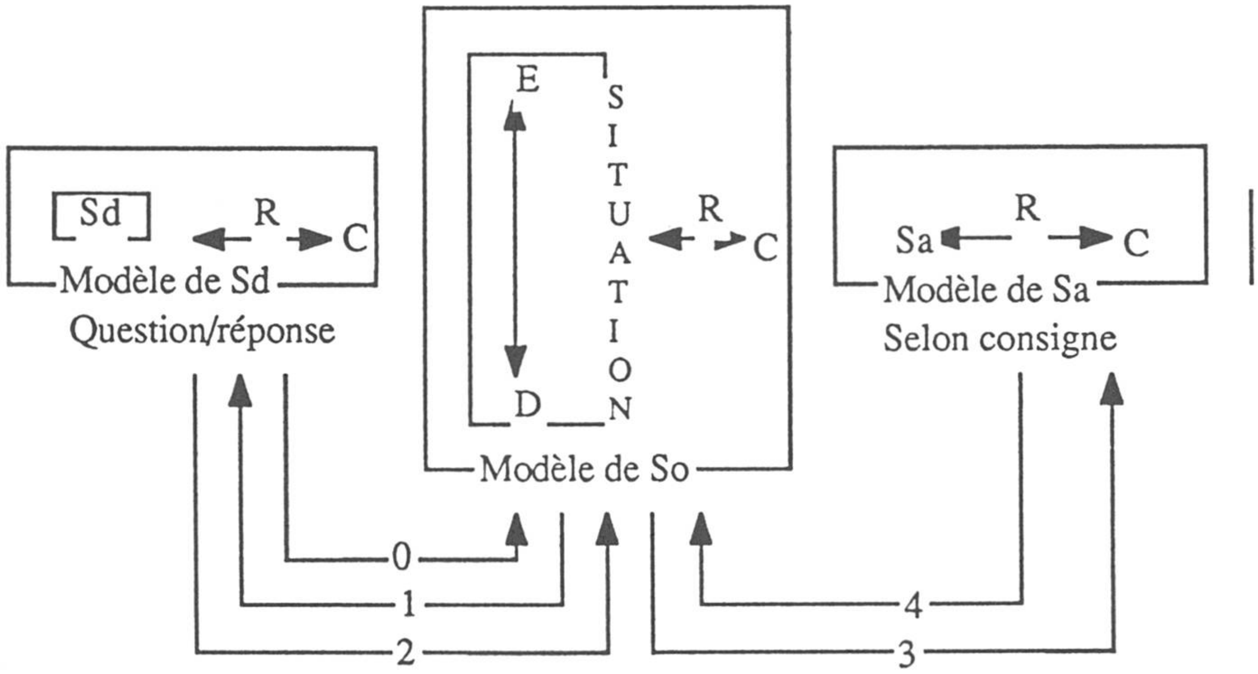
Réalisation de la transformation de la situation de départ en une situation de preuve pratique. Ceci engage tout un nouveau travail de la représentation, en particulier pour les opérations de mesurage et leur coordination entre les différents collaborateurs. Quoi qu'il en soit, un retour sur la situation objective est opéré.

Cet exemple montre clairement que la représentation s'articule sur chacune des facettes de la situation, et la coordination des processus de centration-décentration sur leurs emboîtements. Il nous semble alors nécessaire de postuler l'existence de plusieurs niveaux de représentation, comme nous le disions déjà plus haut: «La représentation est bien une, mais elle travaille sur beaucoup de plans à la fois.» [1]

[1] Les variables didactiques sont définies ainsi: «Une variable didactique est un élément de la situation qui peut être modifié par le maître et qui affecte la hiérarchie des stratégies de solution» Groupe de recherche IREM de Bordeaux (1988).

[1] Nous schématiserons alors la description du cas de Simon selon la figure ci-dessous. Dans un article à paraître prochainement dans cette même revue, nous reviendrons sur ce schéma (Conne-Brun 1991).

Le cheminement de Simon sur les facettes de la situation expérimentale:



Légende:
E = élève, D = dispositif, So = situation, Sa = situation d'argumentation, Sd = situation didactique, So Sa Sd.
C = Connaissance, R = Représentation.
S ---R--- C = figure de l'interaction Connaissance – Situation à un premier niveau de représentation.
Modèle = figure du second niveau de représentation.
O Installation dans la situation, recherche d'une réponse.
1 Report de la réponse sur le Modèle Question/Réponse, élaboration d'un premier modèle de So.
3 Confrontation d'interprétation dans Sa, par évocation de So.
4 Evocation d'une transformation de So, afin d'éprouver la nouvelle interprétation. Report sur So pour réaliser cette preuve pratique.

Adresse des auteurs: FAPSE, rue Général Dufour 24, 1211 Genève 4

Références

Brousseau G. (1980) L'échec et le Contrat, *Recherches,* 41, 177–182.

Brousseau G. (1982) *Ingénierie didactique,* Cours donné à la seconde Ecole d'été de didactique des mathématiques, juillet 1982.

Brousseau G. (1986 a) *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques,* Thèse d'Etat, Université de Bordeaux 1.

Brousseau G. (1986 b) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques,* vol. 7.2, pp. 33–115.

Brousseau G. (1989) Utilité et intérêt de la didactique pour un professeur de collège, *Petit x,* n° 21, pp. 47–68.

Brousseau G. (1990) Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en didactiques des mathématiques,* vol. 9.3, pp. 309–336.

Brun J. (1981) A propos de la Didactique des mathématiques, *Math-Ecole,* 100–101.

Brun J., Conne F. (1988) Transcriptions et comptes rendus d'observations, in Didactique des mathématiques et Formation des Maîtres à l'école élémentaire, *Actes de l'Université d'été, Olivet, juill. 1988,* Edition IREM de Bordeaux.

Charrière G. (1980) *La technique des situations,* Exposé dans le cadre du Séminaire de recherche en didactique des mathématiques, FPSE, Université de Genève.

Charrière G. (1984) Grandeur et décadence du nombre «MU» dans l'enseignement élémentaire: un anti-exposé, *Bulletin des maîtres de mathématiques vaudois,* 1984, pp. 51–54.

Charrière G. (1987) *La technique des situations comme enseignement s'adaptant de lui-même à la diversité des élèves,* Conférence donnée au XI^e Forum suisse pour l'enseignement mathématique à Locarno, novembre 1987.

Chevallard Y. (1980) *La transposition didactique,* Cours de la 1^re Ecole d'été, Chamrousse.

Chevallard Y. (1985) *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné,* Grenoble, La Pensée Sauvage.

Chevallard Y. (1988) Médiations et individuations didactiques, in «Le contrat didactique: différentes approches», *Interactions Didactiques* n° 9, Universités de Genève et Neuchâtel.

Conne F. (1981) *La transposition didactique à travers l'enseignement des mathématiques en première et deuxième année de l'école primaire,* Thèse, Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation, Université de Genève.

Conne F. (1989) *Un grain de sel à propos de la transposition didactique,* Séminaire du CIRADE, Université du Québec à Montréal.

De Corte E. (1990) Toward powerful learning environments for the acquisition of problem solving skills, *European Journal of Psychology of Education,* vol. V, 1, 5–21.

Douady R. (1984) *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques,* Thèse d'Etat, Université de Paris.

Escarabajal M. Cl. (1984) Compréhension et résolution de problèmes additifs. *Psychologie française,* 29, 3/4, 247–252.

Groupe mathématique du SRP, (1983) *Sur les pistes de la mathématique en division moyenne,* Genève, Service de la recherche pédagogique 25.

Groupe recherche IREM Bordeaux (1988) *Quelques mots clefs sur le processus d'apprentissage,* Actes de l'Université d'été Olivet, juillet 1988, pp. 237–241.

Joshua S. (1988) Le «contrat didactique» et l'analyse des phénomènes didactiques, in Le contrat didactique: différentes approches, *Interactions didactiques,* n° 8, Universités de Genève et Neuchâtel.

Morf A. (1972) La formation des connaissances et la théorie didactique. *Dialectica,* 23,1. pp. 24-31.

Piaget J. (1975) *L'équilibration des structures cognitives,* Etudes d'épistémologie génétique, XXXIII, Paris, PUF.

Piaget J., Inhelder B., Szeminska A., (1948) *La géométrie spontanée de l'enfant,* Paris, PUF.

Richard J.F. (1989) Analyse de protocoles individuels et microgenèse de la représentation d'un problème, *Psychologie française,* 34–2/3, pp. 207–211.
Saada-Robert M. (1989) La microgenèse de la représentation d'un problème, *Psychologie française,* 34–2/3, pp. 193–206.
Schoenfeld A.H. (1985) *Mathematical problem-solving,* London, Academic Press.
Schubauer R. (1989) Mise à jour des moyens d'enseignements de mathématique 1P–4P en Suisse romande, *Education et Recherche,* 2, pp. 8–17.
Schubauer-Leoni M.L. (1986a) *Maître-élève-savoir: analyse psycho-sociale du jeu et des enjeux de la relation didactique,* Thèse, Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation, Université de Genève.
Schubauer-Leoni (1986b) Le contrat didactique: un cadre interprétatif pour comprendre les savoirs manifestés par les élèves en mathématiques, *Journal Européen de psychologie de l'éducation,* nº 2.
Schubauer-Leoni M.L. (1988) Le contrat didactique dans une approche psycho-sociale des situations d'enseignement, in «Le contrat didactique: différentes approches», *Interactions didactiques,* nº 8, Universités de Genève et Neuchâtel.
Vergnaud G. (1981) *L'enfant, la mathématique et la réalité,* Berne, Peter Lang, collection Exploration.
Vergnaud G. (1981) Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques,* vol. 2.2, pp. 215–232.
Vergnaud G. (1985) Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la représentation, *Psychologie française,* 30, 3–4, pp. 245–252.

Didaktische Analyse von Beobachtungsprotokollen in experimentellen Situationen

Zusammenfassung

Um die allgemeine Frage nach der Orientierung der Mathematikdidaktik zu beantworten, stellen wir die Notwendigkeit in den Vordergrund, didaktische Vorgänge auf der Basis theoretischer Hypothesen zu verifizieren. Dabei werden «a priori» Analysen möglicher Funktionsweisen mit Beobachtungen und Analysen reeller Situationen verglichen. Mit solchen internen Validierungsverfahren arbeiten heute viele Fachdidaktiker.

Wir beschäftigen uns im wesentlichen mit folgender Frage: Wie wird die mathematische Befragung in die Hände der Schüler gelegt? Welche Variabeln spielen dabei eine Rolle? Mit Hilfe von Fallstudien und Analysen, die die repräsentative Funktion ins Zentrum stellen, meinen wir, einen Beitrag zur Beantwortung dieser Frage leisten zu können.

Didactical analysis of observation protocols in experimental situations

Summary
What are the current trends in mathematical didactics? We stress the necessity to make our didactical settings valid with regard to explicit theoretical hypo-

thesis. The general method consists to compare an «a priori» analysis of all the possible functioning in an experimental setting to what is actually observed. Many didacticians in mathematics use this procedure of internal validation; some even call it «didactical engineering».

Our main purpose is to determine the conditions under which the mathematical questioning becomes the pupil's own responsibility. Proceeding by case studies and centering our analysis on the representations, as a general function of the mind, we hope to make a substantial contribution to answer this question.