Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen = Swiss foresty journal = Journal forestier suisse

Herausgeber: Schweizerischer Forstverein

Band: 132 (1981)

Heft: 5

Artikel: Ein Fehler der Stammholz-Volumenbestimmung

Autor: Kuera, L.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-764407

Ein Fehler der Stammholz-Volumenbestimmung[1]

Von *L. Kučera*
(Aus dem Institut für Wald- und Holzforschung der ETH Zürich)

Oxf.: 521.23

1. Einleitung

Die Bedeutung der Stammholzvermessung und -klassierung liegt in ihrer unmittelbaren Auswirkung auf den wirtschaftlichen Erfolg des Forstbetriebes. Eine kürzlich an dieser Stelle erschienene Arbeit von *P. Schmid-Haas, J. Werner* und *E. Baumann* (1980) befasste sich detailliert mit den Fehlern der Rundholzvermessung. Es wurden dabei sowohl das Messgerät — die Kluppe — als auch die Ausführung der Messung kritisch überprüft. Die festgestellten Fehler wurden in drei Gruppen geordnet, nämlich: Fehler bei der Durchmessermessung, Fehler bei der Längenmessung und Fehler bei der Dimensionsklassierung. Alle diese Fehler liegen im empirischen Bereich; ihr Auftreten hängt letztlich von der menschlichen Sorgfalt ab. Die nachfolgenden Ausführungen sind einem systematischen, das heisst prinzipbedingten Fehler gewidmet, der — obschon eher geringfügig im Ausmass — unter gegebenen Bedingungen mit naturwissenschaftlicher Genauigkeit auftritt. Es handelt sich hierbei um den von *W. Tischendorf* (1927) als «Kreisflächenabweichung» bezeichneten Unterschied zwischen der effektiven Stammquerfläche und der gemessenen und berechneten Kreisfläche.

2. Die Definition des Fehlers

Die «Schweizerischen Holzhandels-Gebräuche» (1961) schreiben für die Rundholzmessung unter anderem vor:

«§ 2. Der Inhalt wird nach einer der gebräuchlichsten Kubierungstafeln auf zwei Dezimalen genau berechnet.

§ 8. Der Mittendurchmesser ist an entrindeter Messstelle zu erheben, die ohne Berücksichtigung des Zumasses festgestellt wird. Es werden zwei beliebige aufeinander senkrecht stehende (in der Regel der grösste und

[1] Herrn Dipl.-Forsting. Jean-Paul Farron von der ETH Zürich danke ich für die kritische Durchsicht dieses Aufsatzes und für zahlreiche Ratschläge. Herr Albin Hugentobler hat die Entwürfe der Bilder sorgfältig angefertigt.

der kleinste) Durchmesser gemessen, und aus beiden Messungen wird das Mittel gezogen. Es wird also beispielsweise gemessen: 42/44 = 43 oder 42/43 = 42.

§ 9. ... aus diesen beiden Durchmessern ist das Mittel auf den vollen Zentimeter zu nehmen.»

Setzen wir einen elliptischen Rundholzquerschnitt mit dem grössten Durchmesser *a* (cm) und dem kleinsten Durchmesser *b* (cm) senkrecht dazu voraus; der Realitätsbezug dieser Annahme wird im Abschnitt «Diskussion» kritisch geprüft. Für die Ellipsenfläche *Fe* gilt bekanntlich die Formel:

$$\mathrm{Fe} = \frac{1}{4} \pi \, \mathrm{a} \, \mathrm{b}. \tag{1}$$

Gemäss den Holzhandels-Gebräuchen wird der Mittendurchmesser *d* (cm) wie folgt berechnet:

$$\mathrm{d} = \frac{\mathrm{a}+\mathrm{b}}{2} \quad (\mathrm{cm}). \tag{2}$$

Die Querschnittsfläche *Fk* (cm^2) wird dann aus der Kreisflächenformel ermittelt:

$$\mathrm{Fk} = \frac{1}{4} \pi \, \mathrm{d}^2, \tag{3}$$

wobei *d* den Durchmesser des Kreises darstellt. Nach der Substitution aus (2) erhalten wir

$$\mathrm{Fk} = \frac{1}{4} \pi \left(\frac{\mathrm{a}+\mathrm{b}}{2} \right)^2 \quad (\mathrm{cm}^2). \tag{4}$$

Voraussetzung für die Richtigkeit dieses Vorgehens ist die Annahme, dass die tatsächliche Stammquerfläche und die konstruierte Kreisfläche identisch sind, das heisst

$$\mathrm{Fe} = \mathrm{Fk} \tag{5}$$

und nach dem Einsetzen der Ausdrücke aus (1) und (4)

$$\frac{1}{4} \pi \, \mathrm{a} \, \mathrm{b} = \frac{1}{4} \pi \left(\frac{\mathrm{a}+\mathrm{b}}{2} \right)^2. \tag{6}$$

Die Gleichung (6) kann in die folgende Endform geführt werden:

$$(\mathrm{a}-\mathrm{b})^2 = 0; \tag{7}$$

sie besitzt eine einzige Lösung, nämlich

$$\mathrm{a} = \mathrm{b}, \tag{8}$$

was die Kreisform bedeutet und unserer Aufgabenstellung widerspricht. Die Schlussfolgerung ist, dass die Transformation von der elliptischen zur Kreisform nach gewohnter Methode in jedem Fall einen Fehler einschliesst. Es gilt nun zu prüfen, ob und unter welchen Bedingungen dieser Fehler vernachlässigt werden darf, beziehungsweise wann eine Korrektur vorgenommen werden sollte.

3. Das Ausmass des Fehlers

Das Ausmass des Fehlers kann in folgender Art und Weise dargestellt werden:

a) als Fehler bei der Bestimmung der Querschnittsfläche: der Flächenfehler (*Ef* in cm^2),
b) als Fehler bei der Berechnung des Holzvolumens: der Volumenfehler (*Ev* in m^3), und
c) als Prozentsatz der wahren Fläche beziehungsweise des wahren Volumens: der Relativfehler (*Er* in %).

3.1. Der Flächenfehler

Dieser Fehler ergibt sich aus der Differenz der Ellipsen- und der Kreisfläche:

$$Ef = Fk—Fe \ (cm^2). \tag{9}$$

Nach der Substitution aus (1) und (4) erhalten wir die Form

$$Ef = \frac{1}{4}\pi\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 — \frac{1}{4}\pi\, a\, b \ (cm^2), \tag{10}$$

welche wie folgt aufgelöst werden kann:

$$Ef = \frac{1}{16}\pi\,(a—b)^2 \ (cm^2). \tag{11}$$

Führen wir nun den Begriff der Durchmesserdifferenz *i* (cm) ein:

$$i = a—b \ (cm), \tag{12}$$

dann kann die Gleichung (11) vereinfacht als

$$Ef = \frac{1}{16}\pi\, i^2 \ (cm^2) \tag{13}$$

geschrieben werden.

Man stellt zunächst fest, dass der Flächenfehler nur von der Durchmesserdifferenz abhängig ist. Der Zusammenhang ist quadratischer Natur; das bedeutet, dass der Fehler nur positive Werte annehmen kann. Mit anderen Worten, die Kreisfläche ist stets grösser als die gemessene Ellipsenfläche. Der Flächenfehler wird gleich gross sein für einen Stamm mit den

Durchmessern 26/35 wie für einen anderen mit 66/75 (alle Masse in cm), nämlich:

$$Ef = \frac{1}{16} \pi 9^2 = 15{,}90 \text{ cm}^2.$$

3.2. Der Volumenfehler

Das Auftreten dieses Fehlers setzt voraus, dass sich die Exzentrizität in ihrem Ausmass — nicht unbedingt in ihrer Orientierung — über die ganze Länge des Stammes oder Stammabschnittes erstreckt. Diese Bedingung ist oft erfüllt, besonders bei stark exzentrischen Stämmen. Die Berechnung dieses Fehlers erfolgt nach der Formel:

$$Ev = Ef\, L\, 10^{-4} \text{ (m}^3\text{)}, \tag{14}$$

wobei L die Länge des Stammes oder Stammabschnittes in Metern darstellt. Diese Gleichung kann nach der Substitution aus (11) oder (13) wie folgt geschrieben werden:

$$Ev = \frac{1}{16} \pi (a—b)^2 L\, 10^{-4} \text{ (m}^3\text{), oder} \tag{15}$$

$$Ev = \frac{1}{16} \pi i^2 L\, 10^{-4} \text{ (m}^3\text{)}. \tag{16}$$

Es ist offenbar, dass sich der Volumenfehler sowohl zum Flächenfehler als auch zur Länge des Abschnittes direkt proportional verhält. Der Volumenfehler steigt linear mit der Stammeslänge und quadratisch mit der Durchmesserdifferenz. Da die beiden Einflussgrössen nur positive Werte annehmen können, muss der Volumenfehler ebenfalls stets positiv sein. Das bedeutet, dass das aus dem maximalen und dem minimalen Mittendurchmesser rechnerisch ermittelte Volumen bei Stämmen mit elliptischer Querschnittsform stets grösser sein wird als das tatsächliche Holzvolumen.

Wenn man im Beispiel aus dem Abschnitt 3.1. eine Stammlänge von 15 m einsetzt, dann beträgt der Volumenfehler in beiden Fällen gleich viel, nämlich

$$Ev = \frac{1}{16} \pi 9^2\, 15.10^{-4} = 0{,}024 \text{ m}^3.$$

Bild 1 zeigt den Zusammenhang zwischen der Durchmesserdifferenz (0—20; cm), der Stammeslänge (5—20; m) und dem Volumenfehler (0,00 bis 0,15; m³).

Beispiel: Eine Durchmesserdifferenz von 16 cm bewirkt bei einer Stammeslänge von 10 m einen Volumenfehler von 0,05 m³. Bereits ein Fehler von 0,001 m³ kann die Rundholz-Volumenbestimmung durch veränderte Rundung beeinflussen. Ein Fehler von 0,01 m³ schlägt direkt auf die Rechnung.

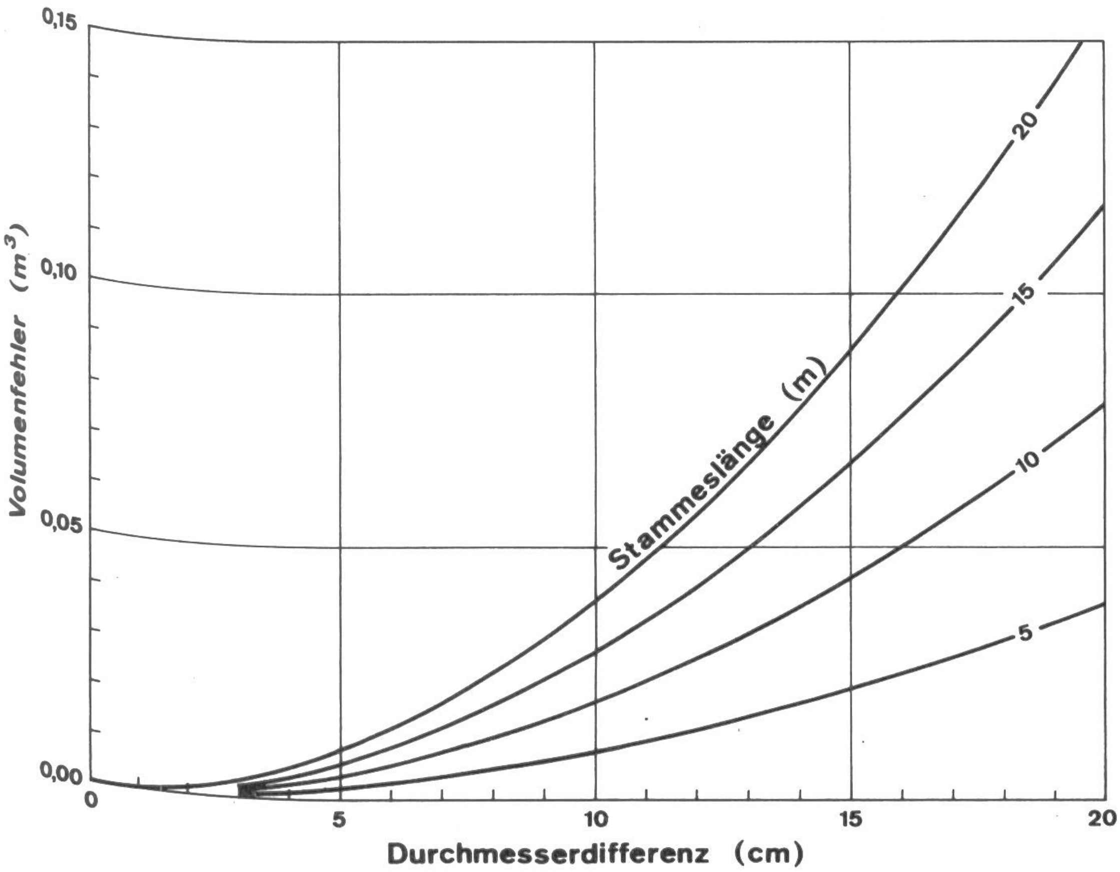


Bild 1. Diagramm zur Bestimmung des Volumenfehlers (m³) aufgrund der Durchmesserdifferenz (cm) und der Stammeslänge (m).

3.3. Der Relativfehler

Um den beschriebenen Volumenfehler mit einem Realitätsbezug zu versehen, kann er als Prozentsatz des wahren Holzvolumens ausgedrückt werden. Der berechnete Relativfehler gilt übrigens auch als prozentuale Ausdrucksweise des Flächenfehlers. Die entsprechende Formel lautet:

$$\text{Er} = \frac{\text{Fk L } 10^{-4} - \text{Fe L } 10^{-4}}{\text{Fe L } 10^{-4}}\, 100\ (\%), \tag{17}$$

oder nach der Substitution aus (1) und (4)

$$\text{Er} = \frac{\frac{1}{4}\pi\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \text{L } 10^{-4} - \frac{1}{4}\pi\, \text{a b L } 10^{-4}}{\frac{1}{4}\pi\, \text{a b L } 10^{-4}}\ 100\ (\%). \tag{18}$$

Diese Gleichung kann zu folgender Form vereinfacht werden:

$$\text{Er} = \frac{25\,(a-b)^2}{a\,b}\ (\%); \tag{19}$$

nach dem Einsetzen aus (12) erhält man

$$Er = \frac{25\ i^2}{a^2 - a\,i}\ (\%). \tag{20}$$

Daraus folgt, dass der Relativfehler mit dem Quadrat der Durchmesserdifferenz steigt und proportional zur steigenden Querschnittsfläche abnimmt. Anders gesagt, der Relativfehler von zwei gleich stark exzentrischen Stämmen wird beim Stamm mit grösserer Querschnittsfläche kleiner sein. Der Relativfehler ist unabhängig von der Stammeslänge, daher kann er sowohl auf die Fläche als auch auf das Volumen bezogen werden.

Kehren wir nun zu unserem Beispiel zurück, so können nach der Formel (19) folgende Relativfehler errechnet werden:

Für den Stamm 26/35 ein Relativfehler von

$$Er = \frac{25 \cdot 9^2}{26 \cdot 35} = 2{,}23\ \%,$$

und für den Stamm 66/75 ein Relativfehler von

$$Er = \frac{25 \cdot 9^2}{66 \cdot 75} = 0{,}41\ \%.$$

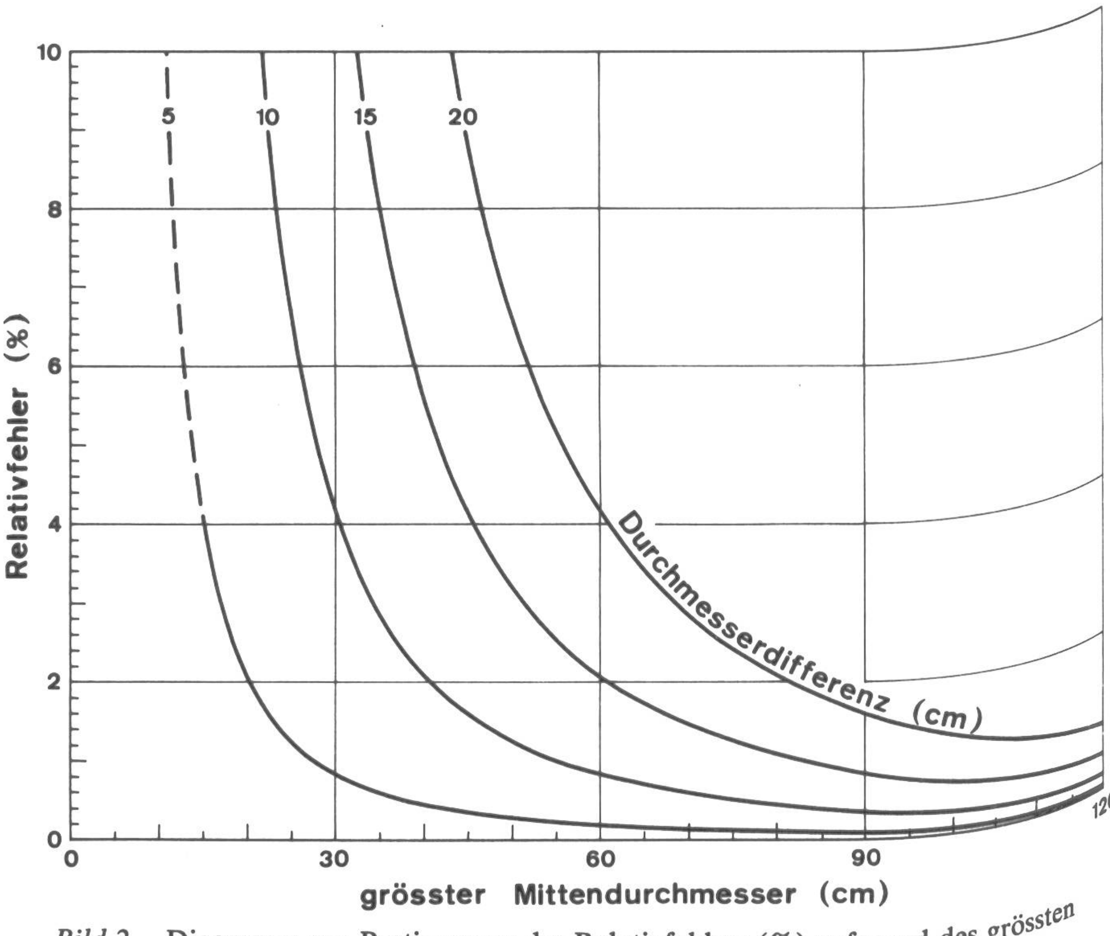


Bild 2. Diagramm zur Bestimmung des Relativfehlers (%) aufgrund des grössten Mittendurchmessers des Stammes (cm) und der Durchmesserdifferenz (cm).

Bild 2 zeigt den Zusammenhang zwischen dem grössten Mittendurchmesser des Stammes (0—120; cm), der Durchmesserdifferenz (5—20; cm) und dem Relativfehler (0—10; %).

Beispiel: Bei einem grössten Mittendurchmesser von 60 cm und einer Durchmesserdifferenz von 15 cm entsteht nach der üblichen Ermittlungsmethode ein Fehler der Volumenbestimmung von 2,1 %.

4. Die Korrektur des Fehlers

Der beschriebene Fehler kann korrigiert werden, indem zum Beispiel vom rechnerisch ermittelten Durchmesser eine bestimmte Grösse in Abzug gebracht wird. Mit der Ausnahme der Einführung eines solchen Korrekturfaktors (K in cm) kann dann das übliche Verfahren der Rundholz-Volumenbestimmung voll eingehalten werden. Bei diesem Vorgehen wird zunächst eine korrigierte kreisförmige Querschnittsfläche definiert nach der Formel:

$$\mathrm{Fko} = \frac{1}{4}\,\pi \left(\frac{a+b}{2} - K\right)^2 \ (\mathrm{cm}^2), \tag{21}$$

für die gelten soll, dass sie der ursprünglichen Ellipsenfläche gleicht:

$$\mathrm{Fko} = \mathrm{Fe}. \tag{22}$$

Nach einer Substitution aus (1) und (21) erhalten wir

$$\frac{1}{4}\,\pi \left(\frac{a+b}{2} - K\right)^2 = \frac{1}{4}\,\pi\, a\, b. \tag{23}$$

Die Auflösung dieser Gleichung nach K führt zu einer quadratischen Gleichung mit den Wurzeln

$$K_{1,2} = \frac{a+b \pm 2\sqrt{a\,b}}{2} \ (\mathrm{cm}). \tag{24}$$

Numerisch sind beide Lösungen korrekt, logisch jedoch nur die zweite, nämlich,

$$K = \frac{a+b-2\sqrt{a\,b}}{2} \ (\mathrm{cm}), \tag{25}$$

oder nach einer Substitution aus (12)

$$K = a - \frac{i}{2} - \sqrt{a\,(a-i)} \ (\mathrm{cm}). \tag{26}$$

Der Korrekturfaktor hängt ab vom grössten Mittendurchmesser des Stammes und von der Durchmesserdifferenz in einer nichtlinearen Art.

Unser Beispiel ergibt folgende Korrekturfaktoren:

$$K = 35 - \frac{9}{2} - \sqrt{35\,(35-9)} = 0{,}33 \text{ cm}$$

für den Stamm 26/35 und

$$K = 75 - \frac{9}{2} - \sqrt{75\,(75-9)} = 0{,}14 \text{ cm}$$

für den Stamm 66/75.

Bild 3 zeigt den Zusammenhang zwischen dem grössten Mittendurchmesser des Stammes (0—120; cm), der Durchmesserdifferenz (5—20; cm) und dem Korrekturfaktor (0,0—2,0; cm).

Beispiel: Bei einem grössten Mittendurchmesser von 60 cm und einer Durchmesserdifferenz von 20 cm beträgt der Korrekturfaktor 1,0 cm. Die Bilder 1, 2 und 3 vermitteln dem Leser einen Überblick über die Grössenordnung der besprochenen Fehler. Um nötige Korrekturen praktisch vor-

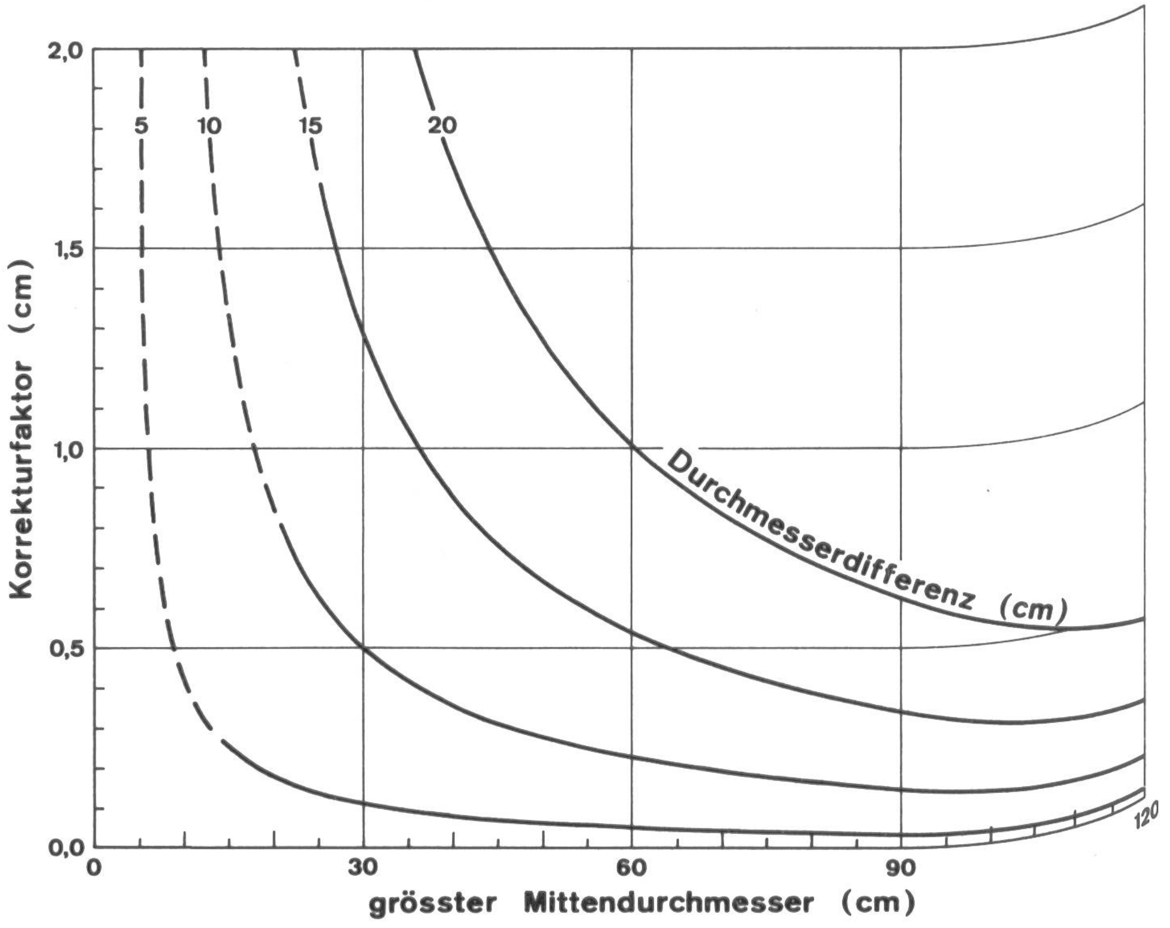


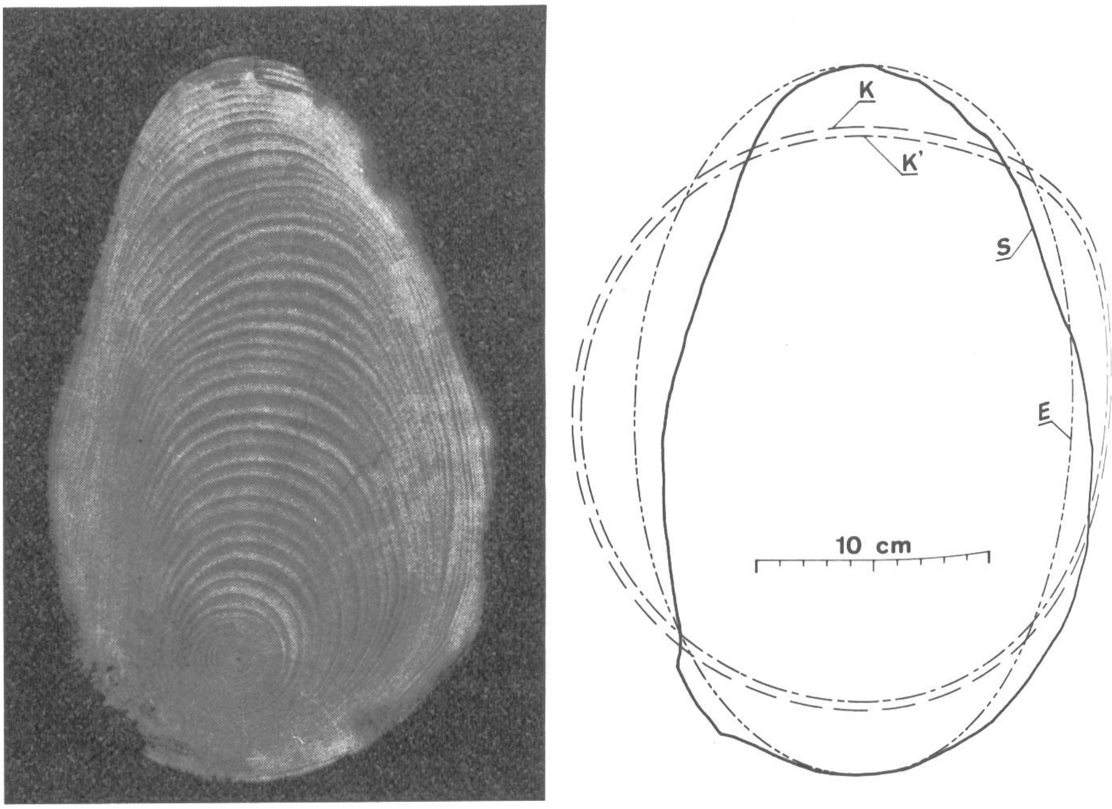
Bild 3. Diagramm zur Bestimmung des Korrekturfaktors (cm) aufgrund des grössten Mittendurchmessers des Stammes (cm) und der Durchmesserdifferenz (cm).

nehmen zu können, werden die Werte des Korrekturfaktors in der Tabelle 1 nach den gleichen Ordnungsgrössen wie im Bild 3 — nämlich nach dem grössten Mittendurchmesser und der Durchmesserdifferenz — aufgeführt. Da der mittlere Mittendurchmesser auf den vollen Zentimeter zu nehmen ist, wurde der Korrekturfaktor stets entsprechend auf- und abgerundet. Bei allen ungeraden Durchmesserdifferenzen — die den ungeraden Durchmessersummen entsprechen — wird mit der üblichen Abrundung des mittleren Mittendurchmessers gerechnet.

Tabelle 1. Werte des Korrekturfaktors (cm) in Abhängigkeit vom grössten Mittendurchmesser (17—110+; cm) und der Durchmesserdifferenz (7—20; cm)

Grösster Mittendurchmesser (cm)	*Durchmesserdifferenz (cm)*													
	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
17	—													
18	—	1												
19	—	1	—											
20	—	1	—	1										
21	—	—	—	1	1									
22	—	—	—	1	—	1								
23	—	—	—	1	—	1	1							
24	—	—	—	1	—	1	1	2						
25	—	—	—	1	—	1	1	1	1					
26	—	—	—	1	—	1	1	1	1	2				
27	—	—	—	1	—	1	1	1	1	2	2			
28	—	—	—	1	—	1	1	1	1	2	1	2		
29	—	—	—	1	—	1	—	1	1	2	1	2	2	
30	—	—	—	1	—	1	—	1	1	2	1	2	2	3
31	—	—	—	—	—	1	—	1	1	1	1	2	2	3
32—33	—	—	—	—	—	1	—	1	1	1	1	2	2	2
34—36	—	—	—	—	—	1	—	1	1	1	1	2	1	2
37—42	—	—	—	—	—	1	—	1	—	1	1	1	1	2
43—44	—	—	—	—	—	—	—	1	—	1	1	1	1	2
45	—	—	—	—	—	—	—	1	—	1	1	1	1	1
46—55	—	—	—	—	—	—	—	1	—	1	—	1	1	1
56	—	—	—	—	—	—	—	1	—	1	—	1	—	1
57—72	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	1	—	1
73—90	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	1
91—110	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1
110+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Die besprochenen Mess-, Rechen- und Korrekturvorgänge können am Beispiel einer exzentrischen Linde mit dem grössten Durchmesser des Querschnittes von a = 302 mm und dem kleinsten Durchmesser von b = 193 mm veranschaulicht werden. Eine Stammscheibe dieser Linde ist im Bild 4a abgebildet. Bild 4b zeigt folgende Konturen: *S* ist der wahre Grundriss, *E* die aus den beiden extremen Durchmessern konstruierte Ellipse mit dem Inhalt gemäss der Formel (1), *K* ist der Kreis mit der Fläche nach der Formel (4)



a) Foto b) Umfangslinien

Bild 4. Schematische Darstellung der besprochenen Mess-, Rechen- und Korrekturvorgänge, dargestellt am Beispiel einer exzentrischen Lindenholz-Stammscheibe. Erklärungen siehe im Text.

und *K'* schliesslich der Kreis mit der korrigierten Fläche aufgrund der Formel (21). Die zu diesen Konturen zugehörigen Umfangs- und Flächenwerte sind in Tabelle 2 zusammengestellt. Die Messungen sind mit einem Digitalisiergerät ausgeführt worden; die Messgenauigkeit betrug 0,025 mm. Die Angaben der Tabelle 2 zeigen, dass bei der Berechnung der Querschnittsfläche nach gewohnter Methode ein Fehler von 7,8 % entsteht. Selbst die Flächenbestimmung nach der Ellipsenformel schliesst in diesem Falle einen Fehler von 2,6 % ein. Bei der Transformation von der Ellipse zum Kreis wird der

Tabelle 2. Absolute und relative Umfangs- und Flächenwerte der Kurven aus dem Bild 4b

Kurve		*Umfang*		*Fläche*	
		mm	%	mm^2	%
Wahrer Grundriss	(S)	798	100,0	44 629	100,0
Ellipse	(E)	787	98,6	45 778	102,6
Kreis	(K)	778	97,5	48 111	107,8
Korrigierter Kreis	(K')	758	95,0	45 778	102,6

Umfang reduziert, die Fläche jedoch vergrössert. Dies überrascht nicht, denn unter allen geschlossenen Kurven gleichen Umfanges besitzt der Kreis die grösste Fläche (vgl. dazu *W. Buchheim* 1938 und *G. Müller* 1957). Die Ellipse ist die einfachste exzentrische Form; bei allen anderen weniger regelmässigen Formen — wie in unserem Beispiel — wird der Flächenfehler eher grösser sein als berechnet.

5. Diskussion

Das in diesem Aufsatz behandelte Thema ist keineswegs neu. Im Gegenteil, es existiert eine ganz beachtliche Anzahl von Untersuchungen, welche sich direkt oder indirekt mit diesem Problem auseinandersetzen. Es scheint mir richtig, die eigenen Überlegungen in einen breiteren sachlichen und geschichtlichen Rahmen zu setzen mittels einer knappen Zusammenfassung der für dieses Problem relevanten Erkenntnisse aus der Literatur.

5.1. Das Objekt und die Zielsetzung der Querflächenbestimmung

Die Bestimmung der Querfläche dient in allererster Linie der Ermittlung des Stammholzvolumens und verwandter Grössen wie Jahrringbreite und Zuwachs. Die Form des Querschnittes findet meist wenig Beachtung, obgleich daraus Schlüsse auf die Schaftform und verarbeitungstechnische Konsequenzen gezogen werden können. Der Grund der Messungen ist entweder wirtschaftlicher Art, oder es werden Forschungsfragen untersucht. Diese Unterscheidung ist insofern wichtig, als sie die erforderliche Messgenauigkeit beeinflusst. Im ersten Falle wird die Messgenauigkeit durch monetäre Überlegungen bestimmt und begrenzt, im zweiten Falle aber steht ein möglichst genaues Erfassen der Messgrössen im Vordergrund. Die Forschung wird angehalten, aufgrund kürzer werdender Untersuchungsperioden möglichst zuverlässige Extrapolierungen über Zuwachs und Ertrag (zum Beispiel im Zusammenhang mit neuen Züchtungen, mit bestimmten Pflegemassnahmen usw.) zu liefern. Dies erfordert eben eine hohe Messgenauigkeit. Neben dem direkten Einfluss hat die Querflächenbestimmung zudem einen indirekten Einfluss auf die Volumenermittlung im Zusammenhang mit den Formzahlen.

Die wichtigsten Ziele der Querflächenbestimmung sind: Zuwachsermittlung, Vorratsbestimmung, Untersuchung der Stammform und Holzvolumenbestimmung beim Verkauf. Das zu messende Objekt ist entweder liegendes Holz, oder es sind stehende Bäume. In beiden Fällen handelt es sich meist um eine einmalige Messung, im zweiten Fall können es aber auch wiederkehrende, besonders gute Wiederholbarkeit erfordernde Messungen sein.

5.2. Die Querschnittsform

Es ist eine altbekannte Tatsache, dass die Stammquerflächen unserer Waldbäume nur selten kreisförmig sind (W. Tischendorf 1943b). Die Abweichung einer Stammquerfläche von der Kreisform wird in der Forstwirtschaft als Exzentrizität bezeichnet und in der Regel durch das Verhältnis des grössten zum kleinsten Durchmesser charakterisiert. Diese Definition bezieht sich also nur auf die Umfangsform und nicht auf die — meist unbekannte — Position der Markröhre, weshalb sie mathematisch nicht ganz korrekt ist (W. Tischendorf 1943a). Es ist nämlich durchaus denkbar, dass ein vollkommen kreisrunder Stamm eine exzentrisch gelegene Markröhre aufweisen kann. Der exzentrische Querschnitt ist charakteristisch für Äste und für schief oder in einer Hanglage wachsende Stämme; es sind aber auch auf ebenen und waagrechten Standorten oft beträchtliche Exzentrizitäten der Querschnittformen anzutreffen. Der Hauptfaktor, der die Exzentrizität beeinflusst, ist die Kronenform. Unregelmässige, einseitige Kronen führen stets zum exzentrischen Dickenwachstum. Weitere Faktoren sind: ein unregelmässiges Wurzelwerk und Zwieselbildung. Über die Ursachen, die zu diesen Faktoren führen, ist bereits viel diskutiert worden; eine Zusammenfassung der älteren Literatur findet man bei W. Tischendorf (1943a). Man ist sich heute weitgehend einig, dass die Hauptursachen Wind, einseitiger Lichtgenuss und Schrägstellung des Baumschaftes (zum Beispiel durch Erdrutsch oder Schneelast) sind (W. Tischendorf 1943a und 1943b; G. Müller 1958). Mit höherem Alter und steigendem Durchmesser nimmt die Exzentrizität bei vielen Baumarten zu *(Ph. Flury* 1891; W. Tischendorf 1943a; G. Müller 1958), ebenso bei der Fichte mit der Durchforstungsstärke (G. Müller 1958). Im Vergleich der Baumarten scheinen Föhre, Eiche, Buche und Ahorn häufiger exzentrische Stammquerflächen aufzuweisen als die Fichte und die Tanne (W. Tischendorf 1943a und G. Müller 1958) und die Laubholzarten generell öfter unregelmässige Umfangsformen zu besitzen als die Nadelhölzer. Diese letzte Erkenntnis fand ihre Berücksichtigung in den Schweizerischen Holzhandels-Gebräuchen, die bei der Laubholzsortierung nach Qualität für die a-Qualität die zylindrische Form vorschreiben, während beim Nadelholz eine gleichlautende Forderung fehlt.

Die Form der exzentrischen Querfläche wird in den meisten Fällen mit der Ellipse und dem Oval angegeben *(W. Schmidtborn* 1863; W. Tischendorf 1943a). Ferner sind Kombinationen der Kurvenformen Kreis, Ellipse, Oval und Parabel (zum Beispiel Halbkreis und Halbellipse) und auch unregelmässige Formen vorgeschlagen worden (W. Tischendorf 1927; *L. Tirén* 1929; G. Müller 1957). Der exzentrische Stammquerschnitt ist zwangsläufig mit einem unregelmässigen Jahrringverlauf und oft mit der Reaktionsholzbildung (Druckholz bei den Nadelhölzern und Zugholz bei den Laubhölzern) verbunden. Für die Verarbeitung des Rundholzes in der Sägerei oder zum Schälfurnier bedeutet bereits eine schwache Exzentrizität eine verringerte Ausbeute. Aber auch die Qualität des hergestellten Produktes ist beeinflusst, denn der ungleichmässige Jahrringbau und besonders das Reaktionsholz verursachen ein «unruhiges» Verhalten. Solches Holz wird bei der Trocknung vermehrt Rissbildungen und Deformationen (das «Werfen») erleiden. Mit der

Deklassierung eines exzentrischen Laubholzstammes wird der verminderten qualitativen und quantitativen Ausbeute Rechnung getragen. Der Fehler jedoch, der den Gegenstand dieser Arbeit bildet und sowohl beim Laub- als auch beim Nadelholz vorkommt, wird damit nicht abgegolten.

5.3. Die Mess- und Berechnungsverfahren

Die beiden wichtigsten Messverfahren zur Ermittlung der Stammquerfläche sind die Durchmessermessung mit einer Kluppe und die Umfangmessung mit einem Messband. Während die Umfangmessung eindeutig definiert ist, kann die Kluppung in folgenden Varianten ausgeführt werden: einfache Kluppung, kreuzweise Kluppung, Kluppung des kleinsten und des grössten Durchmessers und Kombinationen dieser Varianten. Ferner kann die Kluppung in vorbestimmten Richtungen (Himmelsrichtungen, Orientierung des Hanges) oder zufällig orientiert erfolgen. Die Literatur über die Vor- und Nachteile dieser beiden Messverfahren ist umfangreich, ein abschliessendes Urteil ist kaum möglich. Die Befürworter der Umfangmessung betonen die folgenden Vorzüge dieser Methode: Sie ist einfacher, billiger, besitzt eine bessere Wiederholbarkeit (wichtig für wiederkehrende Grundflächenaufnahmen) als die Kluppung und zeigt nur positive Fehler (*M.D. Chaturvedi* 1926; *E. Assmann* 1956; G. Müller 1957). Die Anhänger der Durchmessermessung heben ihrerseits die unbestritten höhere Genauigkeit und Anpassungsfähigkeit der Kluppung hervor, welche besonders bei exzentrischen Querflächen ins Gewicht fallen (W. Schmidtborn 1863; *T. Heikkilä* 1927; L. Tirén 1929). Ein starkes Argument zugunsten der Kluppung hat G. Müller (1957) ungewollt geliefert, indem er bewies, dass die Fläche der Ellipse und des Ovals bei gleichen Durchmesserextremen gleich ist, das Oval aber einen grösseren Umfang besitzt.

Die Auswertung der Umfangmessung ist wiederum eindeutig; bei der Durchmessermessung können hingegen — mit Ausnahme der einfachen Kluppung — drei verschiedene Formeln angewendet werden. Dazu muss zunächst einer der folgenden Mittelwerte berechnet werden:

der geometrische Mittelwert $$dg = \sqrt{a\ b}, \tag{27}$$

der arithmetische Mittelwert $$da = \frac{a+b}{2} \quad \text{oder} \tag{28}$$

der quadratische Mittelwert $$dq = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \tag{29}$$

Es ist allgemein anerkannt, dass die Fläche aus dem geometrischen Mittelwert die besten und jene aus dem quadratischen Mittelwert die schlechtesten Resultate für die Querflächenbestimmung liefert (W. Schmidtborn 1863; L. Tirén 1929; *M. Prodan* 1965).

Tabelle 3. Formeln zur Berechnung einer elliptischen Querfläche aus ihrem Umfang (U) beziehungsweise aus dem grössten (a) und dem kleinsten (b) Durchmesser und die systematischen Fehler dieser Berechnungsmethoden

Berechnungsgrundlage	*Flächenformel*	*Fehlergrösse*
Geometrischer Mittelwert	$F = \frac{1}{4} \pi a b$	—
Arithmetischer Mittelwert	$F = \frac{1}{4} \pi \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$	$\frac{2}{32} \pi (a-b)^2$
Umfang	$F = \frac{U^2}{4 \pi}$	$\frac{3}{32} \pi (a-b)^2$
Quadratischer Mittelwert	$F = \frac{1}{4} \pi \left(\frac{a^2+b^2}{2}\right)$	$\frac{4}{32} \pi (a-b)^2$

Tabelle 3 zeigt die Formeln zur Querflächenbestimmung aus Umfang- und Durchmessermessung und die systematischen Fehler der einzelnen Berechnungsverfahren. Die Fehlergrösse der Umfangmessung basiert auf Angaben von M. D. Chaturvedi (1926) und stellt eine Annäherung dar. Tabelle 4 zeigt die Werte des Flächenfehlers (cm²) bei der Bestimmung einer elliptischen Stammquerfläche in Abhängigkeit von der Durchmesserdifferenz (1—20; cm) und der verwendeten Berechnungsmethode.

Tabelle 4. Werte des Flächenfehlers (cm²) bei der Bestimmung einer elliptischen Querfläche in Abhängigkeit von der Durchmesserdifferenz (1—20; cm) und der verwendeten Berechnungsmethode

	Berechnungsmethode			
Durchmesser-differenz (cm)	*Geom. Mittelwert*	*Arithm. Mittelwert*	*Umfang*	*Quadrat. Mittelwert*
1	—	0,2	0,3	0,4
2	—	0,8	1,2	1,6
3	—	1,8	2,7	3,5
4	—	3,1	4,7	6,3
5	—	4,9	7,4	9,8
6	—	7,1	10,6	14,1
7	—	9,6	14,4	19,2
8	—	12,6	18,8	25,1
9	—	15,9	23,9	31,8
10	—	19,6	29,5	39,3
11	—	23,8	35,6	47,5
12	—	28,3	42,4	56,5
13	—	33,2	49,8	66,4
14	—	38,5	57,7	77,0
15	—	44,2	66,3	88,4
16	—	50,3	75,4	100,5
17	—	56,7	85,1	113,5
18	—	63,6	95,4	127,2
19	—	70,9	106,3	141,8
20	—	78,5	117,8	157,1

Man sollte berücksichtigen, dass diese Fehlerberechnung sich auf die systematischen Fehler beschränkt und dass sie einen ideal-elliptischen Querschnitt zur Voraussetzung hat. Die tatsächlichen Fehler sind — wie es im nächsten Abschnitt gezeigt wird — stets grösser. Praktische Untersuchungen ergaben, dass der mittlere positive Fehler der Querflächenbestimmung aus der Durchmessermessung (kreuzweise Kluppung) 2—5 % (W. Schmidtborn 1863; E. Assmann 1956) und aus der Umfangmessung zusätzlich 3—10 % (M. D. Chaturvedi 1926) beträgt. G. Müller (1957) fand einen durchschnittlichen Unterschied von 3 % zwischen den Ergebnissen der Kluppung und der Umfangmessung an grossen Stichproben.

Die exzentrische Querschnittsform ist nicht die einzige Ursache des Flächenfehlers. *B. Matérn* (1956) führt den Flächenfehler aus der Umfangmessung auf zwei Komponenten zurück, nämlich das Konvexdefizit und das isoperimetrische Defizit. Unter dem Begriff «Konvexdefizit» stelle man sich die Summe der Flächen vor, die durch zentripetale Abweichungen (Einbuchtungen) der Umfanglinie von einer idealen Kurvenlinie gebildet werden. Das «isoperimetrische Defizit» trägt diese Bezeichnung, weil die Flächenberechnung im Falle der Umfangmessung isoperimetrisch (das heisst mit gleichbleibendem Umfang) und nicht isoareal (das heisst mit gleichbleibender Fläche) ausgeführt wird. Für die kreuzweise Kluppung sind jedoch diese Begriffe weniger zutreffend. Die Berechnung der Querfläche aus zwei Durchmessern ist nicht ein isoperimetrischer Vorgang (vgl. dazu die Umfangswerte in den Tabellen 2 und 5). Im Zusammenhang mit einer generellen Kritik der Kluppung und der Umfangmessung bewies B. Matérn (1956), dass jede Querflächenbestimmung aus Messungen an der Mantelfläche eines Stammes («Aussenmessung») fehlerhafte Resultate liefern muss und dass nur aus Messungen im Querschnitt («Innenmessung») die wahre Querfläche ermittelt werden kann.

6. Ein Modell der systematischen Fehler der Querflächenbestimmung

Jedes Messen ist mit Fehlern verbunden, da eine infinite Genauigkeit nicht erreichbar ist. Es geht also nur darum, die Fehler in einem vernünftigen Verhältnis zum Resultat zu halten. Dazu bedarf es einer genauen Kenntnis der Fehler: ihrer Grössen, Zusammensetzung und Ursachen. Fehler werden in systematische (prinzipbedingte) und empirische (zufallsbedingte) unterteilt; wir wollen uns in den folgenden Ausführungen mit den erstgenannten befassen.

In nahezu allen Untersuchungen beschränken sich die Autoren auf die Messung vom Umfang und die Kluppung von zwei Durchmessern. Der abschliessende Vergleich solcher Untersuchungen erlaubt Schlüsse über die relative Güte (Genauigkeit, Wiederholbarkeit, Aufwand) der beiden Verfahren, lässt jedoch die Berechnung von absoluten Fehlern nicht zu, da die wahren Grundflächen unbekannt bleiben. Der Fehler der jeweiligen Methode wird als eine einheitliche Grösse angesehen, obgleich beide Querflächen-Ermittlungsverfahren aus je einem messtechnischen und einem rechnerischen Teil zusammengesetzt sind. Wir können in beiden Fällen von 2 Transformationen der Dimensionen sprechen. Bei der ersten Transformation werden die wahren Dimensionen (Umfang, Fläche, Form) in Messresultate umgewandelt; man kann diesen Vorgang als «messtechnische Transformation» und den dabei entstandenen Fehler als «Messfehler» der jeweiligen Methode bezeichnen. Bei der zweiten Transformation werden aus den Messresultaten Rechnungsresultate abgeleitet; diesen Vorgang kann man als «rechentechnische Transformation» und den dabei resultierenden Fehler als «Auswertungsfehler» bezeichnen. Es stellen sich hier offenbar zwei Fragen, nämlich eine nach dem absoluten Fehler und die andere nach seinen Komponenten. Um diese beiden Fragen beantworten zu können, müsste eine Untersuchung so angestellt werden, dass man zunächst die wahren Dimensionen aus dem Querschnitt am liegenden Holz ermittelt und sie nachfolgend mit den Ergebnissen der Kluppung und der Umfangsmessung vergleicht. Bei den beiden Verfahren müsste nicht nur das Endresultat, sondern auch die Ergebnisse der ersten und der zweiten Transformation erfasst und mit den wahren Dimensionen verglichen werden. Eine solche Untersuchung wäre noch vor einigen Jahren auf enorme messtechnische Schwierigkeiten gestossen, die jedoch durch die Fortschritte der Bildanalyse (Digitalisiergeräte) beseitigt wurden.

Die obigen Vorstellungen können am Beispiel einer exzentrischen und spannrückigen Pappelholz-Stammscheibe mit dem grössten Durchmesser des Querschnittes von a = 219 mm und dem kleinsten Durchmesser von b = 164 mm überprüft werden. Das Vorgehen und die besprochenen Begriffe werden im Bild 5 veranschaulicht; es wird insbesondere deutlich, dass beide Bestimmungsverfahren je zwei verschiedenartige systematische Fehler aufweisen. Die Resultate der Messungen und Berechnungen sind in der Tabelle 5 dargestellt.

Tabelle 5. Absolute und relative Umfangs- und Flächenwerte der Kurven aus dem Bild 5

Messverfahren *Kurve*	*Umfang* *mm*	*%*	*Fläche* *mm²*	*%*
Wahrer Grundriss	615	100,0	27 229	100,0
Umfangmessung:				
nach der 1. Transformation	613	99,7	27 768	102,0
nach der 2. Transformation	613	99,7	29 903	109,8
Kreuzweise Kluppung:				
nach der 1. Transformation	605	98,4	28 208	103,6
nach der 2. Transformation	602	97,9	28 802	105,8

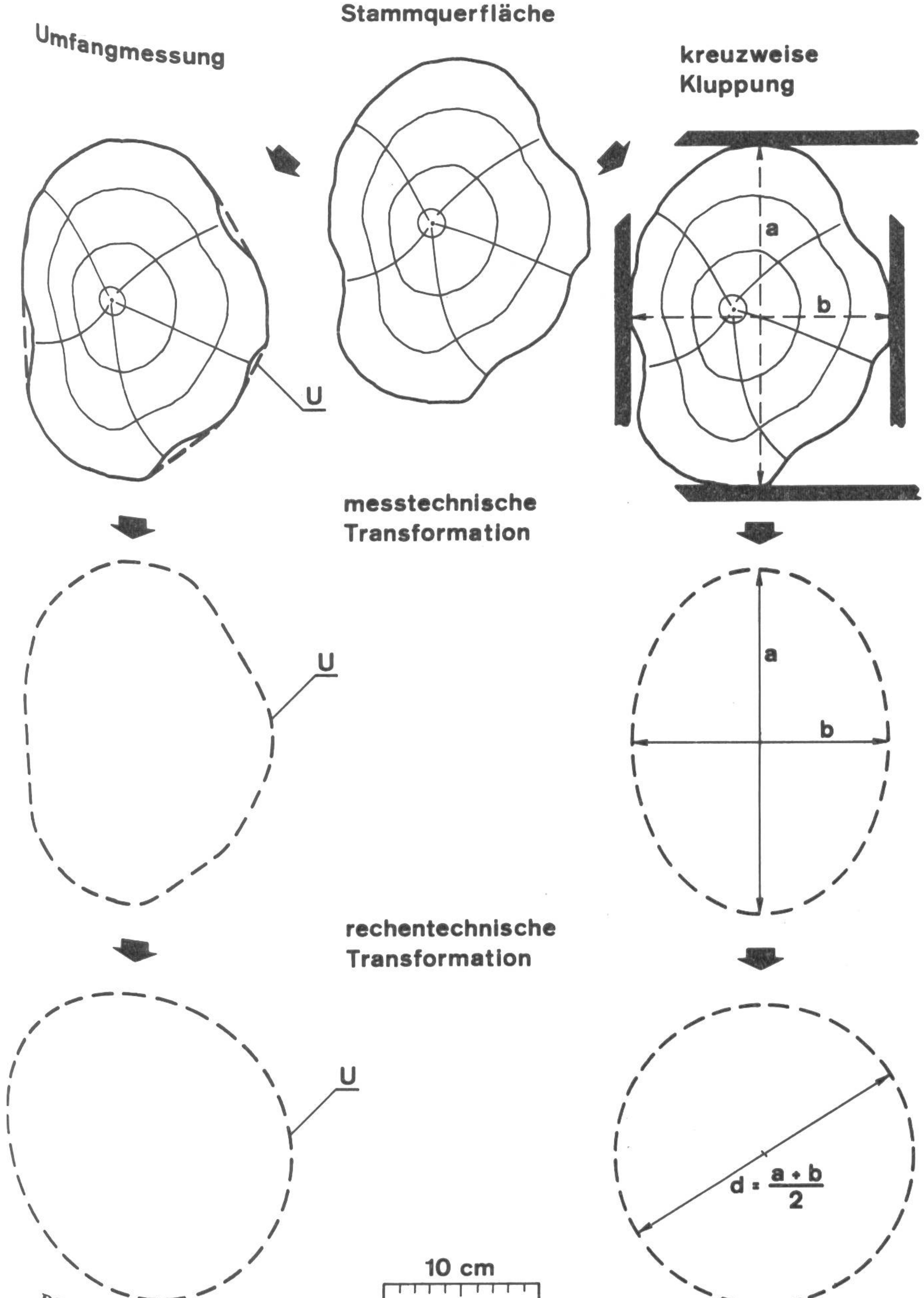


Bild 5. Schematische Darstellung der systematischen Fehler bei der Querflächenermittlung durch Umfang- und Durchmessermessung, dargestellt am Beispiel einer exzentrischen und spannrückigen Pappelholz-Stammscheibe. Erklärungen siehe im Text.

Die Ergebnisse der ersten Transformation zeigen den Messfehler der jeweiligen Methode. Die Umfangmessung weist in unserem Beispiel einen Flächenfehler von 2,0 %, die kreuzweise Kluppung einen solchen von 3,6 % auf. Obschon die Fläche vergrössert wird, erfährt der Umfang eine Reduktion von 0,3 % beziehungsweise 1,6 %.

Der Unterschied zwischen dem Resultat nach der zweiten und der ersten Transformation ergibt den Auswertungsfehler. Die Umfangmessung zeigt hier einen relativ hohen Flächenfehler von 7,8 % verglichen mit nur 2,2 % bei der kreuzweisen Kluppung (Berechnung der Fläche aufgrund des arithmetischen Mittelwertes der Mittendurchmesser). Der Umfang bleibt bei der ersten Methode unverändert: die Flächenberechnung gleicht hier einer isoperimetrischen Transformation. Bei der zweiten Methode wird der Umfang um 0,5 % reduziert.

Gesamthaft gesehen ist der Flächenfehler aus der Umfangmessung mit 9,8 % grösser als jener aus der kreuzweisen Kluppung mit nur 5,8 %. Man darf festhalten, dass der relativ grosse Flächenfehler der Umfangmessung im vorliegenden Fall nicht im messtechnischen Bereich liegt, sondern durch die Auswertung (Formel) herbeigeführt wird. Der Umfang wird übrigens in beiden Flächen reduziert, um 0,3 % bei der Umfangmessung (dies ist das Ausmass des Konvexdefizits in diesem Falle) und um 2,1 % bei der kreuzweisen Kluppung.

Das aufgeführte Beispiel darf keineswegs verallgemeinert werden; die Methode scheint jedoch geeignet zu sein, um über die systematischen Fehler der Umfang- und der Durchmessermessung anhand geeigneter Stichproben Genaueres zu ermitteln. Zugleich könnten biologisch und technologisch interessante Erkenntnisse über das Verhältnis der äusseren zur inneren Exzentrizität und die Beziehung der Exzentrizität zum Reaktionsholzvorkommen im Stammholz gewonnen werden.

7. Schlussfolgerungen

Aufgrund vorliegender Berechnungen und der Erkenntnisse aus der Literatur kann folgendes empfohlen werden:

1. Bei allen Querflächenbestimmungen, die am umfangreichen Material durchgeführt werden, besonders bei wiederkehrenden Messungen am gleichen Baum, ist für die Ermittlung der Stammquerflächen die kreuzweise Kluppung und die Anwendung der Ellipsenformel den anderen Verfahren vorzuziehen.
2. Bei der Volumenermittlung einzelner Stämme oder Stammabschnitte (liegendes Holz) sollte der als arithmetischer Mittelwert berechnete Mittendurchmesser im Bedarfsfalle entsprechend den Angaben der Tabelle 1 korrigiert werden.

3. Untersuchungen über die Querschnittsform und -fläche sollten so angestellt werden, dass die wahren Grössen (Umfang, Fläche, Form) erfasst und mit den Resultaten aus der Umfangsmessung und der kreuzweisen Kluppung verglichen werden.

Résumé

Une erreur dans le cubage des grumes

L'article traite d'une erreur systématique dans le cubage des grumes, erreur provenant de la conversion d'une surface elliptique ou ovale en une surface circulaire. L'erreur est définie et représentée comme erreur de surface, de volume et erreur relative. Son influence sur le calcul de la surface et du volume est démontrée à l'aide de plusieurs exemples. L'auteur apporte un facteur de correction traité graphiquement ainsi qu'à l'aide d'une table. La table devrait permettre au praticien une correction rapide du cubage des bois abattus, si le besoin s'en fait sentir. En ce qui concerne les bois sur pied, il est conseillé d'employer la formule de l'ellipse pour déterminer la surface de la section transversale. Sous la rubrique discussion, les calculs et réflexions revêtent un aspect général et historique. L'erreur systématique du calcul de la circonférence et du diamètre est représentée en un modèle distinguant faute de calcul et faute de mesure avec exemple à l'appui.

Traduction: *S. Croptier*

Assmann, E.: Wie kann der Grundflächenzuwachs auf Dauer-Versuchsflächen genauer bestimmt werden? Abhandlungen des 12. IUFRO-Kongresses, Band 3, pp. 52—55, Oxford 1956.

Buchheim, W.: Kluppung und Kreisform des Stammquerschnittes. Über Stammquerschnitte gleicher Breite in allen Richtungen. Zeitschrift für Forst- und Jagdwesen *70* (12): 656—658, 1938.

Chaturvedi, M. D.: Measurements of the cubical contents of forest crops. Oxford University Press, London: Humphrey Milford 1926, pp. 7—24.

Flury, Ph.: Untersuchungen über die Genauigkeit der Grundflächenermittelung bei Bestandesaufnahmen. Mittheilungen der Schweizerischen Centralanstalt für das forstliche Versuchswesen *1:* 131—142 und 322—357, 1891.

Heikkilä, T.: Über die Ermittelung der Querfläche eines Stammes. Acta Forestalia Fennica *32:* 1—6, 1927.

Matérn, B.: On the geometry of the cross-section of a stem. Meddelanden från Statens Skogsforskningsinstitut *46* (11): 1—28, 1956.

Müller, G.: Untersuchungen über die Querschnittsform der Baumschäfte. 1. Mitteilung. Forstwissenschaftliches Centralblatt *76:* 34—54, 1957.

Müller, G.: Untersuchungen über die Querschnittsform der Baumschäfte. 2. Mitteilung. Forstwissenschaftliches Centralblatt *77:* 41—59, 1958.

Prodan, M.: Holzmesslehre. J. D. Sauerländer's Verlag, Frankfurt am Main 1965, pp. 79—87.

Schmid-Haas, P., Werner, J., und *Baumann, E.:* Fehler bei der Rundholzmessung. Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen *131* (9): 801—820, 1980.

Schmidtborn, W.: Soll man die Stärke (Querfläche) der Modellstämme nach dem Durchmesser oder nach dem Umfang ermitteln? Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung *39* (11): 408—413, 1863.

Schweizerische Holzhandels-Gebräuche vom 30. November 1949, Neuauflage mit Teilrevisionen von 1961, Forstwirtschaftliche Zentralstelle, Solothurn 1961, pp. 5—19.

Tirén, L.: Über Grundflächenberechnung und ihre Genauigkeit. Meddelanden från Statens Skogsförsöksanstalt *25:* 229—304, 1929.

Tischendorf, W.: Lehrbuch der Holzmassenermittlung. Verlagsbuchhandlung Paul Parey, Berlin 1927, pp. 50—57.

Tischendorf, W.: Über Gesetzmässigkeit und Ursache der Exzentrizität von Baumquerflächen. Centralblatt für das gesamte Forstwesen *69* (2): 33—54, 1943a.

Tischendorf, W.: Der Einfluss der Exzentrizität der Schaftquerflächen auf das Messungsergebnis bei Bestandesermittlungen durch Kluppung. Centralblatt für das gesamte Forstwesen *69* (3): 87—94, 1943b.