

Zeitschrift: Wasser Energie Luft = Eau énergie air = Acqua energia aria
Herausgeber: Schweizerischer Wasserwirtschaftsverband
Band: 84 (1992)
Heft: 11-12

Artikel: Bestimmung einer komplizierten Staukurve
Autor: Chervet, André
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-940602>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Die Anwendung der Flutwellenberechnungsmethode zur Bestimmung einer komplizierten Staukurve

André Chervet

Zusammenfassung

Das Problem der automatischen Berechnung einer stationären Wasserspiegellage in einem Gerinne, wo der Wechsel von schiessendem zu strömendem Abfluss an einer nicht vorausbestimmbaren Stelle stattfindet, wurde angegangen. Eine Berechnungsmethode für die instationären Abflüsse, welche auf dem Verfahren der Charakteristiken basiert, wurde dafür eingesetzt.

Résumé: Détermination automatique d'une ligne d'eau compliquée à l'aide d'un programme de calcul des ondes de submersion

Le problème posé par le calcul automatique de la ligne d'eau, pour un débit donné constant, sur un tronçon de canal où des transitions entre écoulement torrentiel et tranquille peuvent survenir en des endroits non déterminables à l'avance a été abordé. Une méthode de calcul de l'écoulement non stationnaire basée sur le concept des caractéristiques a été appliquée.

Abstract: Automatical determination of a backwater curve using a calculation method for unsteady flow

The problem of the automatical determination of the backwater curve, for a given discharge, in a channel where transitions between supercritical and subcritical flow regime can occur at a not defined location was approached. A method of calculation of unsteady flow based on the method of characteristics has been applied.

Problemstellung

Die automatische Staukurvenbestimmung eines stationären Abflusses in einem Gerinneabschnitt mit mehrmals wechselndem Abflussregime bleibt auch heute noch eine heikle Aufgabe. Bei der konventionellen Methode der Staukurvenberechnung für stationäre, ungleichförmige Abflüsse ist die Integrationsrichtung bei strömendem Abflussregime stromaufwärts und bei schiessendem Abfluss stromabwärts. Naudascher (1987) empfiehlt, vor der eigentlichen Wasserspiegelberechnung in einem Gerinne mit stark ungleichförmigem Abfluss die Situation einer Voranalyse zu unterziehen, um die möglichen Abflusskontrollstellen vorgängig zu ermitteln. Anschliessend kann die Staukurvenberechnung streckenweise in der vorbestimmten Richtung durchgeführt werden. Dieses Vorgehen bleibt mit gewissen Schwierigkeiten behaftet und ist auf Sonderlösungen in all den Fällen angewiesen, wo ein Übergang Schiessen–Strömen (Wassersprung) an einer nicht exakt definierten Stelle auftritt. Sinniger und Hager (1989) geben die gleichen Empfehlungen für die Staukurvenberechnung mit dem zusätzlichen Hinweis, dass sich kleine Wellenstörungen in einem strömenden Abfluss aufwärts und abwärts fortpflanzen und beim schiessenden Abfluss nur abwärts bewegen, was als Begründung für die Festlegung der Berechnungsrichtung von Staukurven angeführt wird.

Das Flutwellenproblem, bzw. die Behandlung der instationären Abflüsse wurde an der Versuchsanstalt für Was-

serbau, Hydrologie und Glaziologie, VAW, im Auftrag des Bundesamtes für Wasserwirtschaft vor Jahren experimentell und mathematisch untersucht. Es entstand damals eine Berechnungsmethode zur Lösung der Gleichungen von de Saint-Venant, welche auf dem Charakteristikenverfahren basiert (Chervet und Dallèves, 1970). Später wurde diese Methode an der VAW durch ein Programm abgelöst, welches auf einem impliziten Rechenschema basiert (Kühne und Fäh, 1983). Das Charakteristikenverfahren führt im Falle der Flutwellenberechnung zu einem recht umfangreichen und zeitaufwendigen Rechenprogramm, hat jedoch allgemein den Vorteil einer unmittelbar anschaulichen, physikalischen Interpretationsmöglichkeit der Lösungen, wie dies bei semi-graphischen Verfahren aus der Hydraulik der Fall ist (Vischer und Fankhauser, 1991). Die Charakteristiken lassen sich als zwei Familien von Trajektorien (γ^+ und γ^-) unendlich kleiner Wellenstörungen ansehen, welche sich auf der Wasseroberfläche des Wellenkörpers fortpflanzen. Entlang dieser Trajektorien werden die in Funktion des Ortes und der Zeit variablen Abflusstiefen und Abflussgeschwindigkeiten rechnerisch ermittelt. Die Lösungen des Differentialgleichungssystems von de Saint-Venant können also in zwei konjugierten Ebenen, nämlich der (x, t) -Ebene mit den Trajektorien γ^+ und γ^- und der (v, c) - oder Hodographenebene, mit entsprechenden Kurven dargestellt werden.

Ebenfalls zu erwähnen ist, dass die Bildung und Fortpflanzung eines hydraulischen Schocks im Flutwellenkörper als Diskontinuität sowohl im Abflussbild als auch im Netz der Charakteristiken erscheint. Zwei Charakteristiken der gleichen Familie kreuzen sich beim Schock; dies bedeutet, dass am Kreuzungspunkt zwei verschiedene Werte der Abflusstiefe und der Geschwindigkeit vorliegen. Der Schock des instationären Abflusses ist eine dem im stationären Zustand bekannten Wassersprung analoge Erscheinung. Er muss jedoch bei instationärer Strömung nicht unbedingt zwei Gebiete unterschiedlicher Abflussart trennen. Die Gesetzmässigkeit eines Schocks wird mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung und des Impulssatzes beschrieben. Man kann zeigen, dass diese Gleichungen im Falle eines unendlich kleinen Schocks identisch mit den Charakteristikengleichungen werden.

In der Phase der intensiven Anwendung des Flutwellenberechnungsprogramms für die Bestimmung von Dammbruchwellen kam der Gedanke auf, die Berechnungsmethode der instationären Strömungen auch in einem komplizierten Fall einer Staukurvenberechnung mit Fliesswechseln anzuwenden. Die Idee war, einfach einen künstlichen, willkürlichen Abfluss im fraglichen Gerinneabschnitt vorzugeben, und anschliessend, durch Eingabe einer Randbedingung $Q = \text{konstant}$ in Funktion der Zeit, so lange instationär rechnen zu lassen, bis sich Wassertiefe h und Abflussgeschwindigkeit v in Funktion der Zeit im ganzen Abschnitt nicht mehr ändern. Diese Idee ist sehr naheliegend, da sich, wie Dracos (1970) zeigt, die Differentialgleichung des stationären, ungleichförmigen Abflusses als Vereinfachung des Gleichungssystems von de Saint-Venant ableiten lässt. Diese Gleichung wird jedoch bei kritischen Abflussbedingungen singulär und verhindert somit eine normale automatische Fortsetzung der Berechnung.

Wenn man hingegen instationär rechnet, treten diese Probleme nicht auf. Ausgehend von einer zwar nicht unbedingt richtigen Anfangsbedingung wird sich der Abfluss durch das Einhalten von konstanten Randbedingungen mit der Zeit automatisch den topographischen Gegebenheiten anpassen. Schliesslich wird er das Bild eines sta-

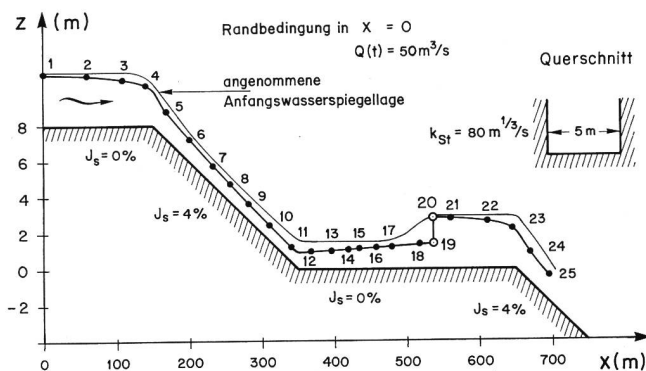


Bild 1. Längenprofil des Gerinnes mit der angenommenen Anfangswasserspiegellage und der berechneten stationären Wasserspiegellage nach 38 Berechnungsschritten für $Q = 50 \text{ m}^3/\text{s}$.

Tabelle 1. Zusammenstellung der Ergebnisse nach 38 Berechnungsschritten (39. Charakteristik).

Punkt-Nr.	x [m]	t [s]	v [m/s]	c [m/s]	h [m]	Q [m³/s]
1	0.00	190.00	3.48	5.31	2.87	50.0
2	57.04	196.47	3.66	5.18	2.74	50.1
3	108.49	202.26	3.96	4.98	2.53	50.1
4	142.39	206.01	4.47	4.68	2.23	49.8
5	168.94	208.70	6.67	3.90	1.55	51.7
6	199.54	211.44	8.24	3.51	1.26	51.9
7	232.29	214.13	9.34	3.27	1.09	50.9
8	255.85	215.97	9.80	3.21	1.05	51.4
9	282.35	217.98	10.26	3.13	1.00	51.3
10	309.84	220.00	10.67	3.05	0.95	50.7
11	341.15	222.27	10.95	3.02	0.93	50.9
12	367.69	224.19	10.57	3.05	0.95	50.2
13	392.62	226.06	9.90	3.13	1.00	49.5
14	418.26	228.08	9.10	3.30	1.11	50.5
15	434.08	229.37	8.73	3.36	1.15	50.2
16	458.98	231.47	8.09	3.50	1.25	50.5
17	479.01	233.23	7.65	3.59	1.31	50.1
18	516.37	236.65	6.84	3.79	1.46	49.9
19	536.29	238.55	6.35	3.94	1.58	50.2
20	536.29	238.55	3.42	5.35	2.92	49.9
21	559.35	241.18	3.49	5.29	2.85	49.7
22	612.53	247.21	3.79	5.08	2.63	49.8
23	645.15	250.85	4.30	4.76	2.31	49.7
24	667.70	253.18	6.26	4.06	1.68	52.5
25	693.00	255.52	7.59	3.70	1.40	53.1

tionären Abflusses aufweisen. Die erhaltene Wasserspiegellinie wird dann aus einer Folge von Staukurven im schiessenden oder strömenden Regime gebildet, zwischen welchen allfällige stationäre Wassersprünge auftreten, wenn ein Wechsel von schiessendem zu strömendem Regime stattfindet.

Anwendungsbeispiel

Zur Illustration der Möglichkeiten des Rechenprogramms ist folgendes Beispiel durchgerechnet worden. Es handelt sich um ein glattes ($k_{St} = 80 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$), rechteckiges Gerinne von 750 m Länge und 5 m Breite (Bild 1). Dieses Gerinne ist zuoberst horizontal auf 150 m, weist anschliessend auf 200 m eine Steilstrecke 1 mit 4% Neigung auf, wird wieder horizontal auf 300 m und verläuft schliesslich nochmals mit 4% geneigt (Steilstrecke 2). Das Abflussbild für eine konstante Abflussmenge von $50 \text{ m}^3/\text{s}$ ist oben strömend, geht auf der Steilstrecke 1 in Schiessen über und verzögert sich auf dem zweiten horizontalen Abschnitt, um irgendwo einen Wassersprung zu bilden. Am Ende der Strecke wird der Abfluss wieder beschleunigt und verlässt schiessend die Berechnungsstrecke.

Die Ergebnisse der Berechnung sind in Tabelle 1 aufgeführt. Der 38. Berechnungsschritt (39. Charakteristik γ^+) zeigt, dass entlang dieser Charakteristik (x und t variabel) die Abflussmenge recht konstant bei $Q = 50 \text{ m}^3/\text{s}$ liegt (siehe letzte Kolonne der Tabelle). Infolge grober Annahmen des Anfangswasserspiegels (Bild 1) waren lokal nach dem ersten Berechnungsschritt Abflussmengen von noch weit über $100 \text{ m}^3/\text{s}$ zu verzeichnen. Der hydraulische Schock (Wassersprung) stellt sich bei den Punkten 19 und 20 ein.

Die graphische Darstellung der letzten berechneten Charakteristik γ^+ (39. Charakteristik) ist in Bild 2 ersichtlich. Das Zeit-Weg-Diagramm (Trajektorie) einer unendlich kleinen Störung, welche sich auf und mit dem Abfluss flussabwärts fortpflanzt, ist dadurch dargestellt. Diese kleine Störung beginnt am oberen Rand des Gerinnes (bei $x = 0$) und wandert in 65 s über den stationären Abfluss der rund 700 m langen Strecke. Die lokale, absolute Geschwindigkeit der Störung ist $dx/dt = v + c$, wobei v die Abflussgeschwindigkeit und $c = \sqrt{gh}$ die Schnelligkeit der Störung bedeuten. Man erkennt gut die Stellen, wo der Abfluss schneller oder langsamer wird.

Eine interessante und übergreifende Interpretation der Ergebnisse der Berechnung des stationären Abflusses in diesem Gerinne lässt sich anschaulich anhand der in

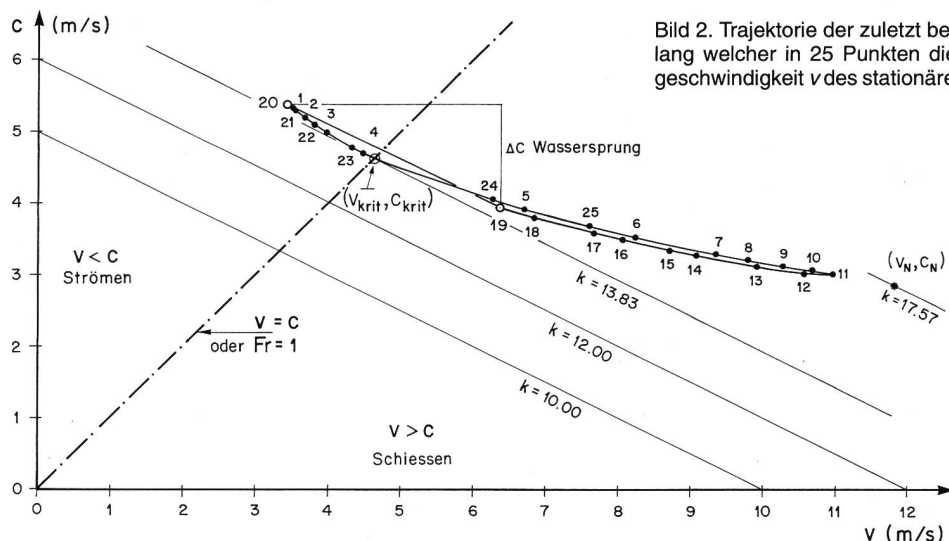


Bild 2. Trajektorie der zuletzt berechneten 39. Charakteristik, entlang welcher in 25 Punkten die Abflusstiefe h und die Abflussgeschwindigkeit v des stationären Abflusses bestimmt wurden.

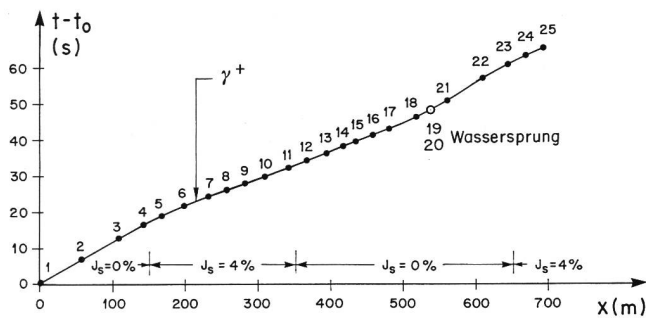


Bild 3. Hodographen-Ebene mit Darstellung der 39. Charakteristik.

Bild 3 wiedergegebenen Darstellung in der Hodographen-Ebene machen. Darin sind die entsprechenden Werte-paare (v, c) der 25 berechneten Punkte der 39. Charakteristik γ^+ eingetragen.

Eine erste klare Unterteilung der Ebene ist durch die Gerade $v = c$ gegeben, welche den Ort des kritischen Abflusses ($Fr = 1$) für alle Durchflüsse Q darstellt. Für den dargestellten Abfluss mit $Q = 50 \text{ m}^3/\text{s}$ sind $h_{\text{krit}} = 2,17 \text{ m}$ und $v_{\text{krit}} = c_{\text{krit}} = 4,61 \text{ m/s}$ ermittelt worden. Links der Geraden $v = c$ liegen die Werte-Paare des stationären Abflusses im strömenden, rechts davon im schiessenden Bereich. Die zwei Reihen von Punkten (1 bis 4) und (20 bis 23) befinden sich eindeutig im strömenden Abflussregime, wie auch Bild 1 vermuten lässt. Der Abfluss auf der Steilstrecke 1 (Punkte 5 bis 11) zeigt im schiessenden Bereich eine Zunahme der Geschwindigkeit und eine Abnahme der Wassertiefe. Das Maximum der Geschwindigkeit ist bei Punkt 11 erreicht. Allerdings sind die Normalabflussbedingungen für $Q = 50 \text{ m}^3/\text{s}$ und $J_s = 4\%$ (Punkt $v_N = 11,80 \text{ m/s}$, $c_N = 2,88 \text{ m/s}$ von Bild 3, bzw. $h_N = 0,848 \text{ m}$) noch nicht etabliert. Diese Steilstrecke ist zu kurz. Auf der anschliessenden horizontalen Zwischenstrecke wird der Abfluss verzögert (Punkte 11 bis 19) bis sich ein plötzlicher Übergang (Punkt 19: Schiessen, Punkt 20: Strömen), d.h. ein Wassersprung ereignet. Anschliessend nimmt die Abflussgeschwindigkeit wieder zu wie im obersten Abschnitt. Die Lage des Wassersprungs wurde im Berechnungsablauf automatisch gefunden und angepasst, und die konjugierten Tiefen des Wassersprungs mit den entsprechenden Gleichungen bestimmt.

Als Besonderheit ist im Diagramm von Bild 3 eine Schar von Geraden $v + 2c = k = \text{konst}$ eingezeichnet. Sie stellen eine Sonderlösung der Gleichung von de Saint-Venant dar. Die allgemeine Lösung der Charakteristiken in der Hodographen-Ebene lautet für einen Wellenabfluss in einem prismatischen Gerinne mit konstanter Breite:

$$v \pm 2c = \int_{t_1}^{t_2} g (J_s - J_e) dt + \text{konst.}$$

wobei J_s die Sohlenneigung und J_e das Reibungsgefälle bedeuten.

Für den Spezialfall $J_s = J_e = 0$, also ein horizontales Gerinne ohne Reibung oder sogar $J_s = J_e$, das Sohlengefälle also immer gerade durch das Reibungsgefälle kompensiert wird, lautet die Gleichung der Charakteristik γ^+ in der Hodographen-Ebene

$$v + 2c = k$$

Die klassische Lösung von Ritter bei Dammbuchwellen ($J_s = J_e = 0$) ist durch eine solche Gerade wiedergegeben.

Im dargestellten Fall eines stationären Abflusses liegen alle berechneten Punkte der Charakteristik γ^+ zwischen

einem Punkt auf der Geraden $v + 2c = 13,83 \text{ m/s}$ (kritische Abflussbedingungen, Minimum der spezifischen Energie für dieses Q) und der Geraden $v + 2c = 17,57 \text{ m/s}$ (Normalabflussbedingungen für die steilere Strecke). Diese einfache Näherungsbeziehung $v + 2c = k$ erlaubt es, relativ einfach die gesuchte Problemlösung einzugrenzen. Man kann ebenfalls überprüfen, dass die gefundene Lösung für den stationären Abfluss, in der Hodographen-Ebene auf der Kurve $Q = \text{konstant}$, d.h. $vc^2 = \text{konstant}$ liegt.

Ausblick

Eine komplizierte Staukurve kann ohne zu grosse Mühe, jedoch mit einem ansehnlichen Computeraufwand durch die Lösung der de Saint-Venantschen Gleichungen für den instationären Abfluss berechnet werden. Jedoch wird dieses Verfahren sich kaum zu einer «Standard-Methode» entwickeln. Die Anwendung des Verfahrens der Charakteristiken erlaubt es, in einem solchen Fall einige übersichtliche Zusammenhänge aufzuzeigen, welche sonst beim Anwenden von anspruchsvollen Computerprogrammen etwas zu kurz kommen. Schon dieses Ergebnis kann als Anregung dienen für das weitere Benützen von anschaulichen Verfahren in der Hydraulik, welche mit den spezialisierten Computersimulationen zu kombinieren sind. Vor kurzem hat sogar Molinaro (1991) die spezielle Behandlung von Regimewechseln bei Berechnung von Dammbuchwellen mit einem hochentwickelten Computerprogramm vorgeschlagen.

Literatur

Chervet, A., und Dallèves, P. (1970). Calcul de l'onde de submersion consécutive à la rupture d'un barrage. «Schweizerische Bauzeitung», 88 (19): 420–432.

Dracos, T. (1970). Die Berechnung instationärer Abflüsse in offenen Gerinnen beliebiger Geometrie. «Schweizerische Bauzeitung», 88 (19): 413–420.

Kühne, A., und Fähr, R. (1983). Application of a mathematical model to design measures for flood protection. Int. Conference on the Hydraulic Aspects of Floods and Flood Control, London, H2: 271–284.

Molinaro, P. (1991). Dam-Break Wave Analysis: A State of the Art. Computer Methods and Water Resources Conference: Marrakesh.

Naudascher, E. (1987). Hydraulik der Gerinne und Gerinnebauwerke. Springer Verlag: Berlin.

Sinniger, R., und Hager, W.H. (1989): Constructions hydrauliques. Presses Polytechniques Romandes: Lausanne.

Vischer, D., und Fankhauser, U. (1991). Becken- und Rohrhydraulik anschaulich gemacht (mit Kennlinien und Stossgeraden). Mitteilung 110. VAW, ETH-Zentrum: Zürich.

Adresse des Verfassers: André Chervet, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, VAW, ETH-Zentrum, CH-8092 Zürich.